

Tentamen del 1

SF1524, 2016-06-08, 8.00-11.00,

Grundläggande numeriska metoder och programmering

Namn:

Personnummer:..... Program och Årskurs:

Max antal poäng är 20. Gränsen för godkänt/betyg E är 12 poäng. Om denna del av tentamen (del 1) blir godkänd så rättas även del 2, vilket ger möjlighet till högre betyg.

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).

Skriv svaren på dessa papper.

- (2p) 1. Integralen $\int_0^1 x^3 - x^2 dx$ approximeras med trapetsregeln med steget h . Vad blir värdet då $h = \frac{1}{2}$?

- | | | | |
|---|---|---|--|
| <input type="checkbox"/> $-\frac{1}{8}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{12}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{16}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{8}$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> $-\frac{1}{16}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{24}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{2}{14}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{4}$ |

- (2p) 2. För att hitta rötterna till polynomet $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ använder vi fixpunktsiterationen $x_{i+1} = g(x_i)$, $i = 0, 1, \dots$ där $g'(x) = 3x^2 - 6x + 3$ och $x_0 = 1,5$. Vilken rot konvergerar fixpunktsiterationen mot?

- | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> -1 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> -2 |
| <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> -3 |

- (2p) 3. Ekvationen $x^3 = 2x$ har en rot mellan 1 och 2. En iteration med Newtons metod och startgissning $x_0 = 1$ ger x_1 lika med:

- | | | | |
|-----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|------------------------------|
| <input type="checkbox"/> -2 | <input type="checkbox"/> 0 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 1,5 |
| <input type="checkbox"/> -1 | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> -1,5 | <input type="checkbox"/> 0,5 |

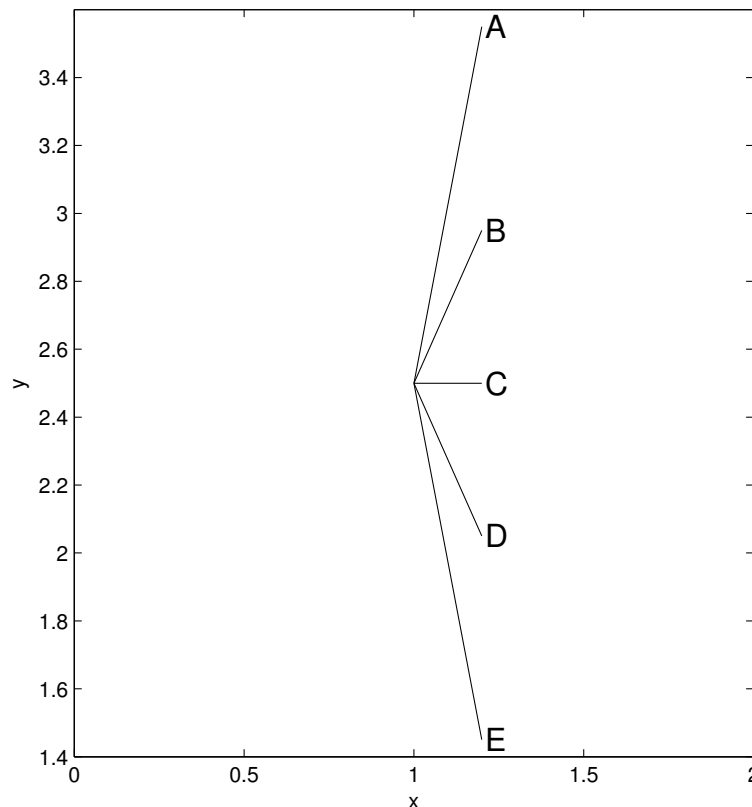
- (2p) 4. Givet funktionen $f(x) = x^5 + 2x^2 + 6$ där $x = 1 \pm 0,01$. Hur stor är osäkerheten i f ?

- | | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 0,01 | <input type="checkbox"/> 0,04 | <input type="checkbox"/> 0,03 | <input checked="" type="checkbox"/> 0,09 |
| <input type="checkbox"/> 0,02 | <input type="checkbox"/> 0,08 | <input type="checkbox"/> 0,06 | <input type="checkbox"/> 0,1 |

(2p) 5. Differentialekvationsproblemet

$$\frac{dy}{dx} = x^2 - y^2, \quad y(1) = 2,5$$

löses med Eulers metod med steglängd 0,2. Vilken av lösningarna i figuren här nedan är den korrekta?



- A B C D E

(2p) 6. Nedan följer ett antal påståenden. Använd nyckelbegreppen därunder och ange det begrepp som när det ersätter symbolen ♡ gör påståendet så korrekt som möjligt. Skriv rätt bokstav (a)-(l) efter varje mening

Påståenden:

- 1) När man givet ett stort antal ekvidistanta punkter x_0, x_1, \dots, x_N och motsvarande funktionsvärden y_0, y_1, \dots, y_N interpolerar med polynom av högt gradtal uppstår ♡. (l)
- 2) Intervallhalvering har lägre ♡ än Newton-Raphsons metod. (g)
- 3) En metod som ställer in steglängden automatiskt så att en viss felolerans uppnås använder sig av ♡. (c)

Nyckelbegrepp:

- | | | |
|-------------------------|-----------------------|------------------------|
| (a) noggrannhetsordning | (b) komplexitet | (c) adaptivitet |
| (d) explicita metoder | (e) kancellation | (f) diskretiseringsfel |
| (g) konvergensordning | (h) iterativa metoder | (i) implicita metoder |
| (j) maskinepsilon | (k) konditionstal | (l) Runges fenomen |

- (2p) 7. Punkterna (0,3), (1,7) och (2,13) interpoleras med ett polynom med lägsta möjliga gradtal. Vilket y-värde har polynomet då $x = 0,5$?

- 4,75 4,95
 4,80 5,00
 4,85 5,05
 4,90 5,10

- (2p) 8. Vad skriver nedanstående program ut

```
v=[11:15];  
n=length(v);  
for i=1:n  
    v(i)=v(n-i+1);  
end  
v
```

- v=[1 2 3 4 5] v=[11 12 13 12 11]
 v=[11 12 13 14 15] v=[15 14 13 14 15]
 v=[5 4 3 2 1] v=[1 2 3 4 5 6]
 v=[15 14 13 12 11] v=[11 12 13 14 15 16]

9. Du har använt en numerisk metod för att beräkna en integral. Felen i approximationen för några steglängder h ges av

h	0,04	0,02	0,01
fel	$65,0 \cdot 10^{-4}$	$8,2 \cdot 10^{-4}$	$1,0 \cdot 10^{-4}$

- (2p) a. Vad har metoden för noggrannhetsordning?

- 1 2 3 4 5 6

- (1p) b. Vilken steglängd h (ungefär) bör användas om vi vill ha ett fel som är mindre än 10^{-7} ?

- 10^{-2} 10^{-3} 10^{-4} 10^{-5} 10^{-6} 10^{-7}

(1p) **10.** Ett differentialekvationssystem

$$\begin{aligned}\frac{dy_1}{dt} &= y_2 & y_1(0) &= 1 \\ \frac{dy_2}{dt} &= \sin(t \cdot y_2) - 2y_1 & y_2(0) &= 0\end{aligned}$$

löses med Eulers metod från $t=0$ till $t=10$ med steglängden $h=0,05$. Hur många beräkningar av sinusfunktionen för olika argument används då?

100

500

200

800

300

1000

400

1600