



KTH Informations- och kommunikationsteknik

Omtentamen med lösningar IE1204-5 Digital Design Måndag 14/3 2016 14.00-18.00

Allmän information (TCOMK, Ask for an english version of this exam if needed)

Examinator: Ingo Sander.

Ansvarig lärare: Kista, William Sandqvist tel 08-7904487

*Tentamensuppgifterna behöver **inte** återlämnas när du lämnar in din skrivning.*

Hjälpmedel: Inga hjälpmedel är tillåtna!

Tentamen består av tre delar med sammanlagt 14 uppgifter, och totalt 30 poäng:

Del A1 (Analys) innehåller åtta korta uppgifter. Rätt besvarad uppgift ger en poäng. Felaktig besvarad ger 0 poäng. Det totala antalet poäng i del A1 är **10 poäng**. För **godkänt på del A1 krävs minst 6p, är det färre poäng rättar vi inte vidare.**

Del A2 (Konstruktionsmetodik) innehåller två metodikuppgifter om totalt **10 poäng**. För att bli **godkänd på tentamen** krävs **minst 11 poäng** från A1+A2, *är det färre poäng rättar vi inte vidare.*

Del B (Designproblem) innehåller två friare designuppgifter om totalt **10 poäng**.

OBS! I slutet av tentamenshäftet finns ett inlämningsblad för del A1, som ska avskiljas för att lämnas in tillsammans med lösningarna för del A2 och del B.

För ett godkänt betyg (**E**) krävs **minst 11 poäng på hela tentamen**. Vid exakt 10p från A1(6p)+A2(4p) erbjuds komplettering (FX) till godkänt.

Betyg ges enligt följande:

0 –	11 –	16 –	19 –	22 –	25
F	E	D	C	B	A

Resultatet beräknas meddelas före måndagen den 4/4 2016.

Del A1: Analysuppgifter

Endast svar krävs på uppgifterna i del A1. Lämna svaren på inlämningsbladet för del A1 som du hittar på sista sidan av tentahäftet.

1. 1p/0p

En funktion $f(x, y, z)$ beskrivs med hjälp av uttrycket:

$$f(x, y, z) = (z \oplus \bar{x})(\bar{x} + \bar{z})(xyz)$$

Ange funktionen som minimerad produkt av summer.

$$f(x, y, z) = \{PoS\}_{\min} = ?$$

1. Lösningsförslag.

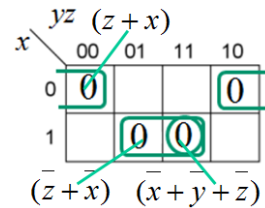
$$f(x, y, z) = (z \oplus \bar{x})(\bar{x} + \bar{z})(xyz)$$

$$(z \oplus \bar{x}) = z\bar{x} + \bar{z}x = \{dM\} = (\bar{z} + \bar{x})(z + x)$$

$$(xyz) = \{dM\} = (\bar{x} + \bar{y} + \bar{z})$$

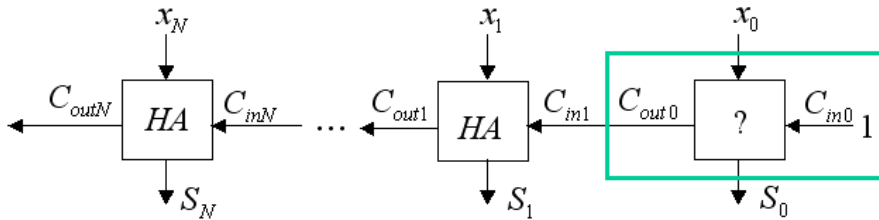
$$\Rightarrow f(x, y, z) = (\bar{z} + \bar{x})(z + x)(\bar{x} + \bar{y} + \bar{z}) =$$

$$= (\bar{z} + \bar{x})(z + x)$$



2. 1p/0p

Ett specialfall av addition är när ett binärt tal $x (x_N \dots x_1 x_0)$ ska ökas med 1 (inkrementering), $S = x + 1$. Man kan då bygga en förenklad adderare enligt figuren. Eftersom det är ett tal och inte två tal som adderas så räcker det med att använda halvadderare (HA) i stället för heladderare (FA). Det första steget kan förenklas ytterligare. Ange funktionerna S_0 och C_{out0} för detta första steg.



$$S_0 = ?$$

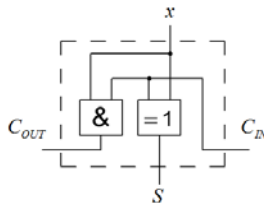
$$C_{out0} = ?$$

2. Lösningsförslag.

Det räcker med att blocken är halvadderare i stället för heladderare. Första steget behöver bara en inverterare.

C_{inN}	x_N	S_N	C_{outN}
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

$$\begin{aligned} S_N &= x_N \oplus C_{inN} \\ C_{outN} &= x_N \cdot C_{inN} \end{aligned}$$



C_{in0}	x_0	S_0	C_{out0}
1	0	1	0
1	1	0	1

$$\begin{aligned} S_0 &= \bar{x}_0 \\ C_{out0} &= x_0 \end{aligned}$$

3. 1p/0p

Två tvåkomplement 4-bitstal är $x = 1010$ och $y = 0011$. Ange resultatet av **multiplikationen** $x \cdot y$ som ett tvåkomplement 8-bitstal (teckenexpanderat till 8 bitar).

3. Lösningsförslag.

$$x = 1010 = -(0101+1) = -0110_2 = -6_{10} \quad y = +0011_2 = +3_{10} \quad -6 \times 3 = -18$$

$$-18_{10} \text{ (8-bit)} = -00010010_2 = (11101101+1)_2 = 11101110_2 \quad (238)$$

4. 1p/0p

Ett Karnaughdiagram för en funktion av fyra variabler $Y = f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ ges nedan.

Ange funktionen minimerad Y_{\min} som en summa av produkter, på **SoP** form.

”-” i diagramet står för ”don't care”.

	x_1x_0			
	00	01	11	10
x_3x_2	00	01	11	10
00	0 -	1 1	3 1	2 0
01	4 0	5 -	7 1	6 1
11	12 1	13 1	15 0	14 0
10	8 0	9 1	11 1	10 -

4. Lösningsförslag.

	x_1x_0				
	00	01	11	10	
x_3x_2	00	01	11	10	
00	0 -	1 1	3 1	2 0	\bar{x}_2x_0
01	4 0	5 -	7 1	6 1	$\bar{x}_3x_2x_1$
11	12 1	13 1	15 0	14 0	$x_3x_2\bar{x}_1$
10	8 0	9 1	11 1	10 -	

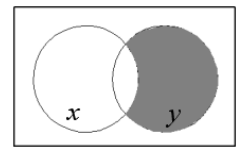
$$Y_{\min} = \bar{x}_2x_0 + \bar{x}_3x_2x_1 + x_3x_2\bar{x}_1$$

5. 1p/0p

Rita det grindnät med **NOR**-grindar som motsvarar figurens Venn-diagram.

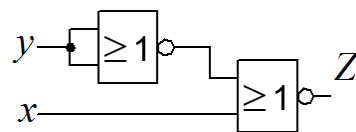
(ljus fält = 0, mörkt fält = 1). Variablernas komplement finns *inte* tillgängligt.

$$Z = f(x, y)$$



5. Lösningsförslag.

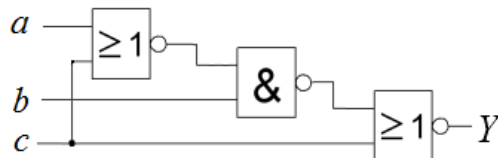
$$Z = \bar{x} \cdot y = \overline{x \cdot \bar{y}} = \{dM\} = x + \bar{y}$$



6. 1p/0p

Figuren nedan visar ett grindnät med två NOR grindar och en NAND-grind. Förenkla funktionen

$Y = f(a, b, c)$ så långt som möjligt.



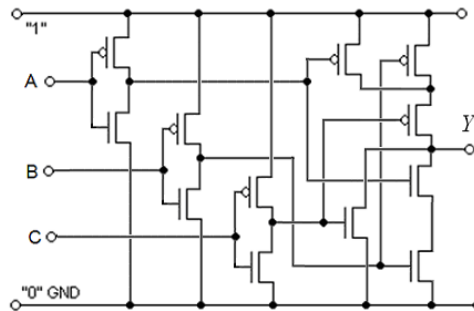
6. Lösningsförslag.

$$Y = \overline{(a+c) \cdot b} + c = \{dM\} = \overline{a \cdot c} + b + c = \{dM\} = \bar{a} \cdot \bar{c} + b + c = \bar{a} \cdot \bar{c} + b + c$$

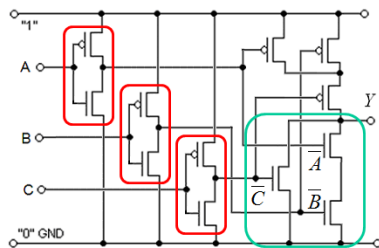
7. 1p/0p

Ange den logiska funktion som realiseras av CMOS kretsen i figuren nedan.

Ange funktionen på SoP-form. $Y = f(A, B, C) = ?$



7. Lösningsförslag.

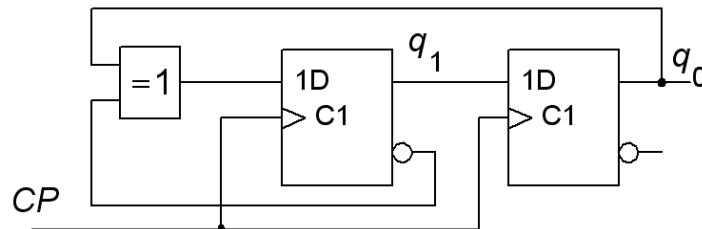


$$\begin{aligned} \bar{Y} &= \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \\ \Rightarrow \\ Y &= \overline{\bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B}} = \\ &= \overline{\bar{C}} \cdot \overline{\bar{A} \cdot \bar{B}} = \\ &= C(A + B) = CA + CB \end{aligned}$$

Kretsen har tre inverterare som först inverterar signalerna A , B och C till \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} innan de går vidare.

Den nedre delen av kretsen, "Pull Down Network", ger oss villkoret för 0, dvs \bar{Y} . Y fås till sist med invertering och de Morgans lag.

8. 1p/0p



En synkron räknare enligt figuren ovan startar med tillståndet $q_1q_0 = 00$. Ange räknesekvensen för de följande **fyra** klockpulserna.

8. Lösningsförslag.

$$\begin{aligned} q_1^+ &= \bar{q}_1 \oplus q_0 = \overline{q_1 \oplus q_0} \\ q_0^+ &= q_1 \end{aligned}$$

q_1	q_0	0	1		q_1	q_0	0	1		q_1	q_0	0	1
0	1	1	0	→	0	1	1	0	→	1	0	10	00
1	0	0	1		1	1	1	1		1	0	01	11
q_1^+	q_0^+	$q_1^+q_0^+$			$q_1^+q_0^+$		$q_1^+q_0^+$			$q_1^+q_0^+$		$q_1^+q_0^+$	

$00 \rightarrow 10 \rightarrow 01 \rightarrow 00 \rightarrow$

9. 1p/0p

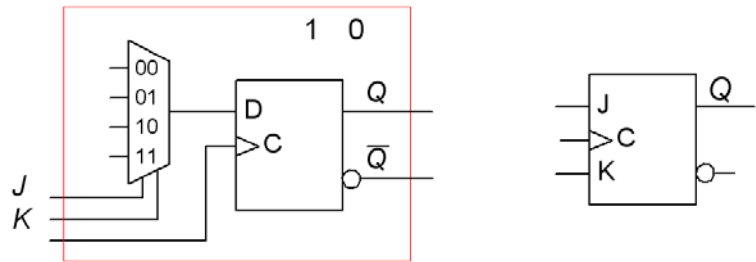
För en JK-vippa gäller, som Du nog kommer ihåg, följande regler:

JK: 00 *Q* förblir samma

JK: 01 *Q* reset till 0

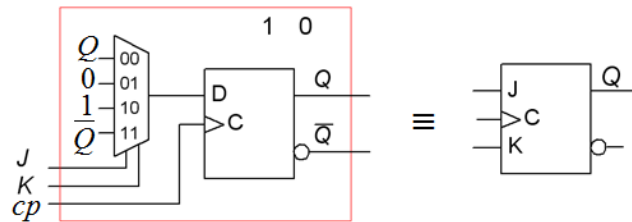
JK: 11 *Q* byter värde

JK: 10 *Q* set till 1



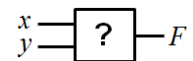
Visa (rita) hur man kan göra en JK-vippa utav **D-vippan** och en 4:1 **multiplexor**. Förutom *Q* och dess invers så finns konstanterna 1 och 0 att tillgå. En kopia av figuren finns även på svarsblanketten.

9. Lösningsförslag.



10. 1p/0p

Nedan är VHDL-kod för en logikfunktion. Vad kallas funktionen?



```
library ieee;
use ieee.std_logic_1164.all;

entity GATE_ent is
port( x: in std_logic;
      y: in std_logic;
      F: out std_logic
);
end GATE_ent;

architecture behv of GATE_ent is
begin

    process(x, y)
    begin
        if (x='0' and y='0') then
            F <= '1';
        else
            F <= '0';
        end if;
    end process;

end behv;
```

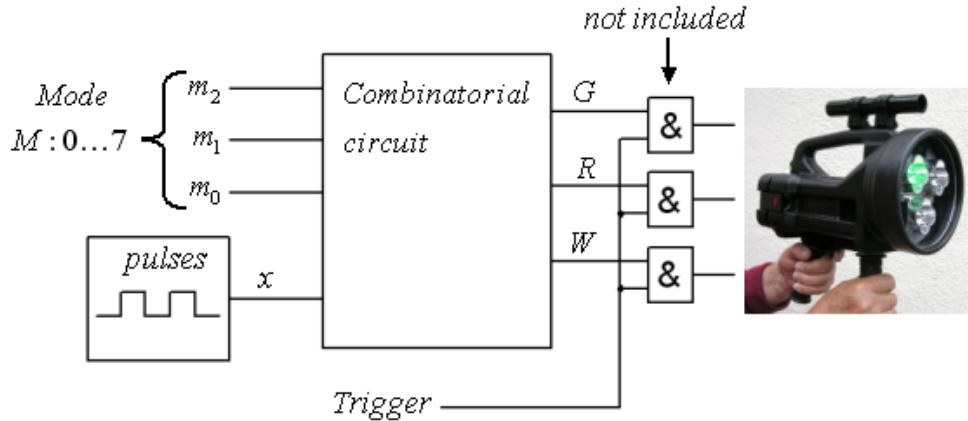
10. Lösningsförslag.

$$F = \overline{x \cdot y} = \overline{x \cdot y} = \overline{dM} = \overline{x + y} \quad \text{NOR (eller bubbel AND)}$$

Del A2: Konstruktionsmetodik

Observera! Del A2 rättas endast om Du är godkänd på del A1

11. 4p Light Gun – nödutrustning för trafikledartorn.



Du skall konstruera ett kombinatoriskt nät till en signalstrålkastare för trafikledartorn (nödutrustning).

Med en 8-läges binärkodad omkopplare väljer man Mode $M: m_2m_1m_0$.

Mode: Avstängd, fast grönt (G) ljus, blinkande grönt ljus, fast rött (R) ljus, blinkande rött ljus, blinkande vitt ljus, omväxlande grönt och rött ljus, samt fast vitt (W) ljus. Blinkande ljus styrs med pulser x från en pulsgenerator.

	$m_2m_1m_0$	$m_2m_1m_0$
	0: 0	4: $x \overline{R} \overline{0} \overline{R} \overline{0} \overline{R}$
Mode	1: G	5: $x \overline{0} \overline{W} \overline{0} \overline{W} \overline{0}$
	2: $x \overline{0} \overline{G} \overline{0} \overline{G} \overline{0}$	6: $x \overline{R} \overline{G} \overline{R} \overline{G} \overline{R}$
	3: R	7: W

Se figurerna. En trigger-krets med tre och-grindar finns också i figuren (för tex. Morse signalering), men denna del av utrustningen är given och ingår *inte* i uppgiften.

a) (1p) Ställ upp **sanningstabellen**, sambandet mellan GRW och $xm_2m_1m_0$.

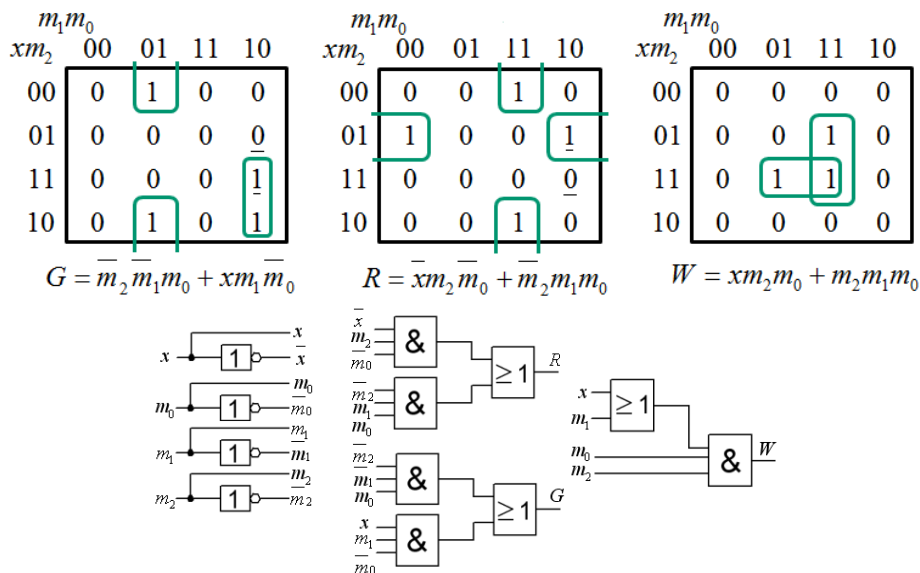
b) (2p) Ställ upp karnaughdiagram för de tre utsignalerna G R W och ta fram de **minimerade uttrycken** för $G = f(x, m_2, m_1, m_0)$, $R = f(x, m_2, m_1, m_0)$ och $W = f(x, m_2, m_1, m_0)$ på SoP-form.

c) (1p) Rita **grindnäten** för den kombinatoriska kretsen med användande av valfria grindar. Inga inverterade variabler finns tillgängliga.

11. Lösningförslag.

x	m_2	m_1	m_0	G	R	W	x	m_2	m_1	m_0	G	R	W
0	0	0	0	0	0	0	8	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	9	1	0	0	1	0	0
2	0	0	1	0	0	0	10	1	0	1	0	0	0
3	0	0	1	1	0	1	11	1	0	1	1	0	0
4	0	1	0	0	0	1	12	1	1	0	0	0	0
5	0	1	0	1	0	0	13	1	1	0	1	0	0
6	0	1	1	0	0	1	14	1	1	1	0	0	0
7	0	1	1	1	0	0	15	1	1	1	1	0	0

För mode 6, då G och R är omväxlande, är det viktigt att G och R har motsatta värden i sanningstabellens rader 6 och 14!

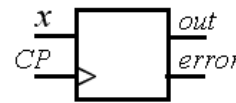


12. 6p

Ett synkront sekvensnät, en Moore automat, har en insignal x och en utsignal out . Kretsens tillståndsdigram visas i figuren nedan th. I figuren visas var x q_1 q_0 och out placerats i tillståndssymbolen.

Om kretsen skulle "hamna" i ett tillstånd utanför den sekvens som beskrivs av tillståndsdigrammet, skall kretsen förbli i det tillståndet men med $out = 0$ och en extra utsignal $error = 1$. Den extra utsignalen $error$ ska alltid vara 0 annars.

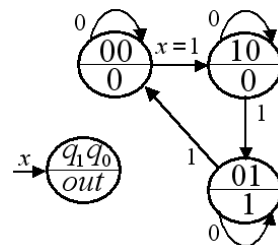
Moore automaten använder D-vippor.



a) (1p) Ställ upp den kodade tillståndstabellen $q_1^+q_0^+ = f(x, q_1q_0)$

b) (2p) Tag fram minimerade uttryck för nästa tillstånd.

$$q_1^+ = f(x, q_1q_0) \quad q_0^+ = f(x, q_1q_0)$$

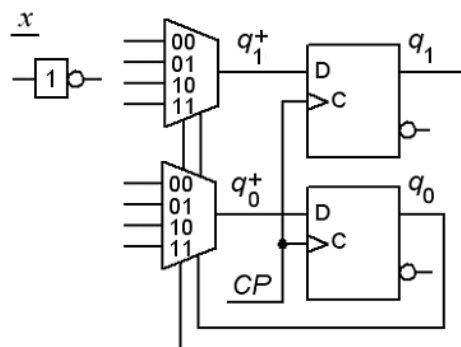


c) (1p) Tag fram minimerade uttryck för utsignal funktionerna.

$$out = f(q_1q_0) \quad error = f(q_1q_0) \text{ rita också schema för dessa med valfria grindar.}$$

d) (2p) Konstruera kretsen, använd två 4:1 multiplexorer och högst en inverterare till nästa tillståndsfunktionerna: $q_1^+ = f(x, q_1q_0) \quad q_0^+ = f(x, q_1q_0)$

Du skall ange vad som ska anslutas till multiplexorernas dataingångar. Se figuren till höger.



$$q_1^+ : mux_{00} = ?, mux_{01} = ?, mux_{10} = ?, mux_{11} = ?$$

$$q_0^+ : mux_{00} = ?, mux_{01} = ?, mux_{10} = ?, mux_{11} = ?$$

12. Lösningsförslag.

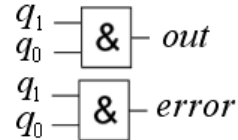
	$q_1 q_0$	00	01	11	10
x					
0		00	01	11	10
1		10	00	11	01
	$q_1^+ q_0^+$				

	$q_1 q_0$	00	01	11	10
x					
0		0	0	1	1
1		1	0	1	0
	$q_1^+ = q_1 q_0 + \bar{x} q_1 + x \bar{q}_1 \bar{q}_0$				

	$q_1 q_0$	00	01	11	10
x					
0		0	1	1	0
1		0	0	1	1
	$q_0^+ = \bar{x} q_0 + x q_1$				

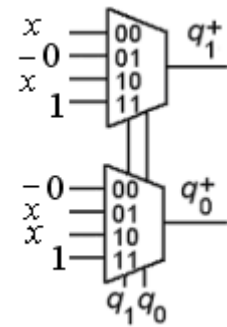
$q_1 q_0$	00	01	11	10
	00	10	01	00
	<i>out error</i>			

$out = \bar{q}_1 q_0$
 $error = q_1 q_0$



	$q_1 q_0$	00	01	11	10
x					
0		0	0	1	1
1		1	0	1	0
	$q_1^+ : x$	0	1	\bar{x}	

	$q_1 q_0$	00	01	11	10
x					
0		0	1	1	0
1		0	0	1	1
	$q_0^+ : 0$	\bar{x}	1	x	



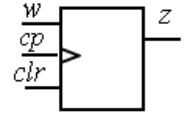
Del B. Designproblem

Observera! Del B rättas endast om Du har mer än 11p på del A1+A2.

13. 5p Synkront sekvensnät. Detektor för specifik händelse.

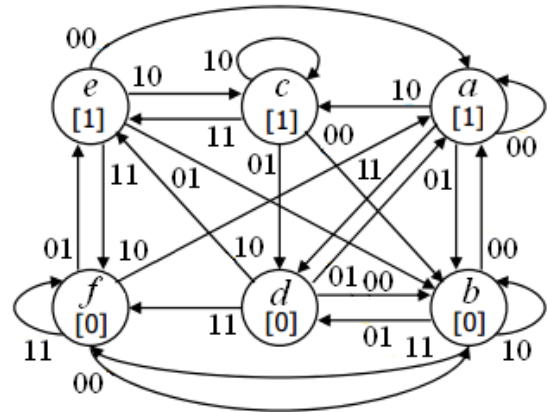
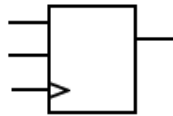
För en Moore-automat gäller att utsignalen $z = 1$, **om och endast om** insignalen är $w = 1$ vid klockpulsen och om det bland de tidigare klockpulserna finns **exakt ett** tillfälle då insignalen varit 1 och **minst ett** tillfälle då insignalen varit 0. Annars är utsignalen 0.

(Efter en kort resetpuls med $clr = 1$, är automaten redo att detektera "händelsen" på nytt).



a) (3p) Tag fram automatens **tillståndstabell** och **tillståndsdiagram** utifrån beskrivningen i texten.

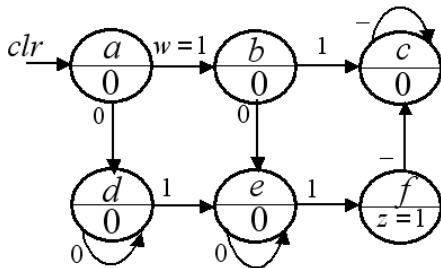
En helt annan Moore-automat har två ingångssignaler, och en utgångssignal. Automaten har sex tillstånd enligt tillståndsdiagrammet i figuren till höger. Utsignalens värde står inom hakparentes inuti tillstånden [].



b) (2p) Tillståndsminimera automaten, och ställ upp **tillståndstabell** och rita **tillståndsdiagrammet**.

13. Lösningförslag.

a)



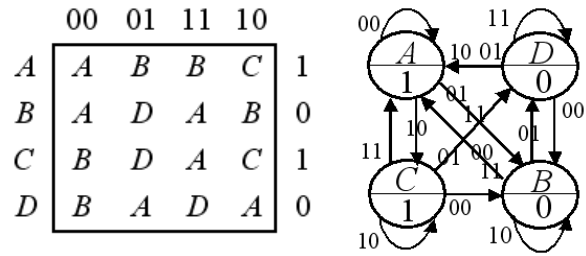
$clr \rightarrow$	$w=0$	$w=1$	z
a	d	b	0
b	e	c	0
c	c	c	0
d	d	e	0
e	e	f	0
f	c	c	1

b) $(ace)(bdf)$

$a_{00} \rightarrow (ace)$ $a_{01} \rightarrow (bdf)$ $a_{11} \rightarrow (bdf)$ $a_{10} \rightarrow (ace)$
 $c_{00} \rightarrow (bdf)$ $c_{01} \rightarrow (bdf)$ $c_{11} \rightarrow (ace)$ $c_{10} \rightarrow (ace)$
 $e_{00} \rightarrow (ace)$ $e_{01} \rightarrow (bdf)$ $e_{11} \rightarrow (bdf)$ $e_{10} \rightarrow (ace)$
 $(ae)(c)(bdf)$
 $b_{00} \rightarrow (ae)$ $b_{01} \rightarrow (bdf)$ $b_{11} \rightarrow (ae)$ $b_{10} \rightarrow (bdf)$
 $d_{00} \rightarrow (bdf)$ $d_{01} \rightarrow (ae)$ $d_{11} \rightarrow (bdf)$ $d_{10} \rightarrow (ae)$
 $f_{00} \rightarrow (bdf)$ $f_{01} \rightarrow (ae)$ $f_{11} \rightarrow (bdf)$ $f_{10} \rightarrow (ae)$

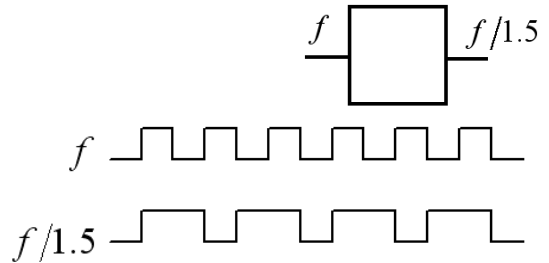
	00	01	11	10	
a	a	b	d	c	1
b	a	d	e	b	0
c	b	d	e	c	1
d	b	a	f	e	0
e	a	b	f	c	1
f	b	e	f	a	0

$(ae)(b)(c)(df)$ minimized.
 $(ae) = A$ $(b) = B$ $(c) = C$ $(df) = D$



14. 5p Frekvensdelare 1:1.5.

Ett datorsystem har en 90 MHz klocka. Man vill dela den frekvensen med en faktor **1,5** ned till frekvensen 60 MHz. Till detta behöver man ett asynkront sekvensnät. Se figuren.



- a) Ställ upp en korrekt **flödestabell** för sekvensnätet. Rita **tillståndsdigram**.
- b) Gör en lämplig **tillståndstilldelning** med en **excitations-tabell** som ger nät som är **fria från kritisk kapplöpning** (kommentera hur Du uppnått detta). Du skall även ta fram de **hasardfria uttrycken** för nästa tillstånd (kommentera hur Du uppnått detta) samt ett **uttryck för utgångsvärdet**. Du behöver *inte* rita något grindnät.

14. Lösningförslag.

	0	f	1	$f/1.5$
a	a	b	0	0
b	c	b	1	1
c	c	d	1	1
d	e	d	0	0
e	e	f	1	1
f	a	f	1	1

$q_2q_1q_0$	0	f	1	$f/1.5$
000	000	001	0	0
001	101	001	1	1
101	101	111	1	1
111	011	111	0	0
011	011	010	1	1
010	000	010	1	1

$q_2^+q_1^+q_0^+$

$q_2q_1q_0f$	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	0	0	0
11	-	-	1	0
10	-	-	1	1

$q_2^+ = q_2f + q_2\bar{q}_1 + \bar{q}_1q_0\bar{f}$

$q_2q_1q_0f$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	1
11	-	-	1	1
10	-	-	1	0

$q_1^+ = q_2f + q_1f + q_1q_0$

$q_2q_1q_0f$	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	0	0	1
11	-	-	1	1
10	-	-	1	1

$q_0^+ = q_2 + q_0\bar{f} + \bar{q}_1\bar{f} + \bar{q}_1q_0$

q_1q_0	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	-	1	0	-

$f/1.5 = \bar{q}_2q_0 + \bar{q}_1q_0 + \bar{q}_2q_1$

Code has Hamming distance 1. Hazard cover included.

Lycka till!

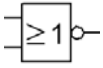
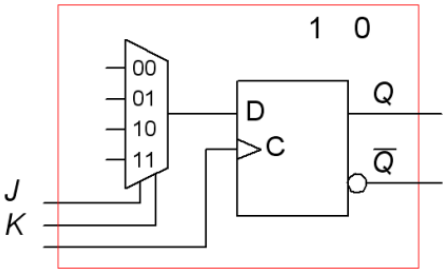
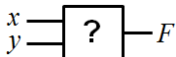
Inlämningsblad för del A Blad 1

(ta loss och lämna in som blad 1 tillsammans med lösningarna för del A2 och del B)

Efternamn: _____ Förnamn: _____

Personnummer: _____ Blad: **1**

Skriv in dina svar för uppgifterna från del A1 (1 till 10)

Fråga	Svar
1	$f(x, y, z) = \{POS\}_{\min} = ?$
2	$S_0 = ?$ $C_{out0} = ?$
3	$x \cdot y$ (8 bit 2-complement) = ?
4	$Y = \{SOP\}_{\min}$
5	$Z = f(x, y)$ 
6	$Y = f(a, b, c)$
7	$Y = f(A, B, C) = ?$
8	$q_1q_0 = 00 \rightarrow ?? \rightarrow ?? \rightarrow ?? \rightarrow ??$
9	
10	(VHDL program) Vad kallas funktionen? 

Nedanstående del fylls i av examinatoren!

Del A1 (10)	Del A2 (10)		Del B (10)		Totalt (30)	
Poäng	11	12	13	14	Summa	Betyg