



Kontrollskrivning 1 SF1634 Differentialekvationer, VT2016

Fredag 12 februari 2016, kl. 8 - 10

Kontrollskrivningen består av tre uppgifter som var och en bedöms med maximalt 4 poäng. För godkänt krävs totalt 7 poäng eller mer. Godkänt resultat innebär att du får tillgodräkna dig full poäng på uppgift 1 vid ordinarie tenamen och vid ordinarie omtentamen innevarande läsår.

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är korrekt, fullständig och tydligt presenterad. Det innebär speciellt att införda beteckningar skall definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade.

Tillåtna hjälpmedel: *BETA, Mathematics handbook for Science and Engineering*

Lycka till!

1. Ett föremål befinner sig i fritt fall under inverkan av gravitation och luftmotstånd. Föremålets hastighet $v(t)$ [m/s] som funktion av tiden t [s] uppfyller differentialekvationen

$$\frac{dv}{dt} = 10 - 0.1v^{4/3}.$$

a) Skissera differentialekvationens riktningsfält .

(2 p)

b) Om föremålet startar i vila, kommer det då att någonsin uppnå hastigheten 40 m/s ?
Glöm inte att motivera ditt svar!

(2 p)

V. G. Vänd!

2. Differentialekvationen

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2y = 0, \quad x > 0$$

har en lösning $y_1(x) = x^2$. (Det behöver du inte visa eller kontrollera.)

a) Bestäm en funktion $u(x)$ sådan att $y_2(x) = u(x)y_1(x)$ också är lösning till den givna differentialekvationen, och sådan att funktionerna y_1 och y_2 är linjärt oberoende på intervallet $(0, \infty)$.

(3 p)

b) Lös sedan initialvärdesproblemet

$$\begin{cases} x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2y = 0, \quad x > 0 \\ y(1) = 0, y'(1) = 1 \end{cases} \quad (1 \text{ p})$$

3. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y^{(3)}(x) - 4y'(x) = x.$$

(Som vanligt betecknar $y^{(3)}(x)$ här tredjederivatan av funktionen $y(x)$.) (4 p)