# SF1669 Matematisk och numerisk analys II

## Första föreläsningen

Mats Boij

Institutionen för matematik
KTH

19 januari 2016

# SF1669 Matematisk och numerisk analys – om kursen

- Examinator och kursansvarig: Mats Boij
- Föreläsare: Mats Boij och Olof Runborg
- Momentindelning
  - TEN1 (6hp), LAB1 (1hp), LAB2 (2hp), PRO1 (2hp)
- Skriftlig tentamen den 21 mars kl 08.00-13.00
- Sex seminarier
- Laborationsredovisningar
  - 25 februari (LAB1)
  - 21 april (LAB2).
- Projektredovisning (skriftlig rapport) i maj. (Deadline 13 maj)
- Detaljerad kursinformation finns på https://www.kth.se/social/course/SF1669/

# Förslag till förändringar från kursanalysen

- Omtentamen Se över möjligheten att flytta omtentamen till augustiperioden i hopp om att resultatet ska bli bättre.
- Seminarier Studenterna var missnöjda med att svårighetsgraden på skrivningarna varierade och att vissa studenter fick lättare skrivningar medan andra fick svårare. En förändring till nästa år är att endast två uppgifter slumpas fram till varje seminarieprov och att dessa två ska hålla en jämn svårighetsgrad. Seminarieuppgifterna bör ses över och vid behov revideras inför nästa läsår.
- Peer Instruction Studenterna har varit positiva till att använda klickers i kursen så länge det hålls på en lagom nivå. Inför nästa år bör detta tänkas igenom och genomföras på ett likartat sätt under hela kursen. Eventuellt ska förberedelseuppgifter läggas upp i *Scalable Learning*.

# Fler förslag till förändringar från kursanalysen

- Kommunikation med assistenter Under nästa kursomgång ska hållas fortlöpande möten med föreläsare och assistenter för att upprätthålla en bättre kommunikation.
- Nödvändiga förkunskaper I och med att förkunskaperna från SF1666/SF1667 Tillämpad linjär algebra och SF1669 Matematisk och numerisk analys I visat sig fundamentala bör studenter som inte klarat tentamensmomenten i båda dessa kurser avrådas från att läsa kursen och istället rådas att läsa om de andra kurserna under period 3.
- Projektet Inför nästa kursomgång ska det övervägas att lägga in fler tillfällen till handledning. Projektformuleringarna ska ses över och förtydligas vid behov.

# Nödvändiga förkunskaper

För att kunna tillgodogöra sig kursen krävs förkunskaper motsvarande

- SF1666/7 Tillämpad linjär algebra I eller II
- SF1668 Matematisk och numerisk analys I

## Fråga

*Vilket stämmer bäst för dig när det gäller dessa kurser?*

A. Godkänd i båda kurserna
B. Godkänd på tentamina i båda kurserna
C. Godkänd på tentamen i en av kurserna
D. Inte godkänd på tentamen i någon av kurserna
E. Vet inte

# Från kursanalysen om förkunskaper

| | A | B | C | D | E | F | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **A** | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| **B** | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 0 | 7 |
| **C** | 1 | 2 | 7 | 5 | 2 | 0 | 17 |
| **D** | 0 | 0 | 1 | 4 | 6 | 0 | 11 |
| **E** | 0 | 0 | 0 | 2 | 6 | 1 | 9 |
| **F** | 0 | 0 | 2 | 9 | 19 | 26 | 56 |
| | **4** | **5** | **12** | **21** | **34** | **27** | **103** |
| | **100%** | **100%** | **83%** | **57%** | **44%** | **4%** | |

Tabell : Betygsfördelning på TEN1 jämfört med lägsta betygtet i SF1666/SF1667 och SF1668. Kolumnerna avser studenter med ett visst genomsnittsbetyg i dessa kurser och radedn avser studenter med ett visst betyg i SF1669.

# Kursen i stort

- Derivator och
- Integraler

... i flera variabler.

# Det euklidiska rummet $\mathbb{R}^n$

## Definition

$\mathbb{R}^n$ är mängden av $n$-tiplar $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ av reella tal.

Vi har följande operationer på $\mathbb{R}^n$:

- Addition

$$(x_1, x_2, \ldots, x_n) + (y_1, y_2, \ldots, y_n) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \ldots, x_n + y_n)$$

- Multiplikation med skalär

$$\lambda(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (\lambda x_1, \lambda x_2, \ldots, \lambda x_n)$$

- Skalärprodukt

$$(x_1, x_2, \ldots, x_n) \cdot (y_1, y_2, \ldots, y_n) = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \cdots + x_n y_n$$

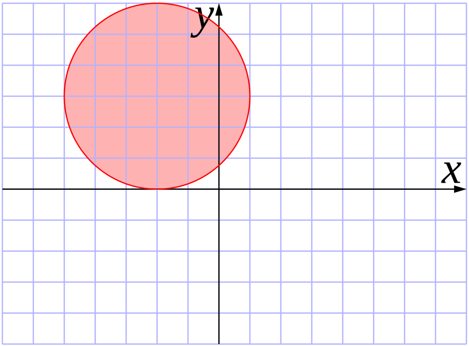
Längden, eller beloppet, av en vektor $\mathbf{x}$ ges av $|\mathbf{x}| = \sqrt{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}}$.

# Mängd i $\mathbb{R}^2$

## Fråga

*Hur beskrivs området som ges av nedanstående figur med en olikhet?*

A. $|(x,y)-(3,-2)| \leq 2$
B. $|(x,y)+(-2,3)| \leq 3$
C. $|(x,y)-(-2,3)| \leq 3$
D. $|(x,y)+(3,-2)| \leq 3$



# Klot i $\mathbb{R}^n$

För att kunna prata om vad som ligger nära en viss punkt i $\mathbb{R}^n$ inför vi begreppet öppet klot.

## Definition

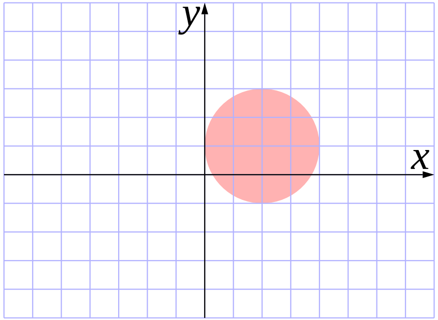
Det öppna klotet med centrum i **a** och radie $r$ består av vektorerna **x** som uppfyller

$$|\mathbf{x} - \mathbf{a}| < r.$$

## Exempel

Till höger ses en bild av det öppna klotet i $\mathbb{R}^2$ med centrum i $(2, 1)$ och radie 2.

Obs! Cirkelskivans rand tillhör inte det öppna klotet.

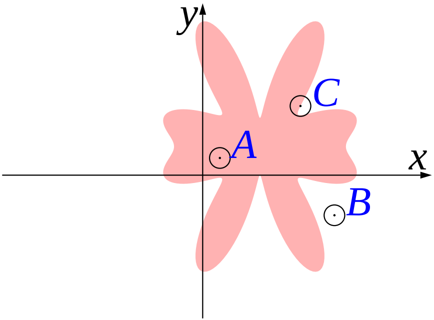


# Inre punkter, yttre punkter och randpunkter

## Definition

För en mängd $M$ i $\mathbb{R}^n$ säger vi att ...

- $A$ är en inre punkt om det finns ett öppet klot kring $A$ som ligger helt i mängden.
- $B$ är en yttre punkt om det finns ett öppet klot kring $B$ som ligger helt utanför mängden.
- $C$ är en randpunkt om inget öppet klot kring $C$ som ligger helt i eller helt utanför mängden.




## Fråga

*Finns det punkter som inte är något av dessa tre?*

# Öppna, slutna, begränsade och kompakta mängder

## Definition

En mängd $M$ i $\mathbb{R}^n$ är ...

- öppen om alla punkter är inre punkter.
- sluten om alla randpunkter tillhör mängden.
- begränsad om den ryms i något klot.
- kompakt om den är sluten och begränsad.

## Exempel

- $1 < x^2 + y^2 < 2$ definierar en öppen begränsad mängd i $\mathbb{R}^2$.
- $1 \leq xy \leq 2$ definierar en sluten mängd som ej är begränsad.
- $1 < x^2 + y^2 \leq 2$ definierar en begränsad mängd som varken är öppen eller sluten.
- $1 \leq x^2 + y^2 \leq 2$ definierar en kompakt mängd.

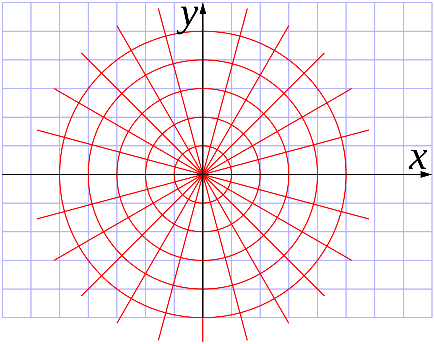
# Polära koordinater

## Definition

Relationerna

$$\begin{cases} x &= r\cos\theta \\ y &= r\sin\theta \end{cases}$$

definierar de polära koordinaterna $[r, \theta]$ för planet med de rätvinkliga koordinaterna $(x, y)$.



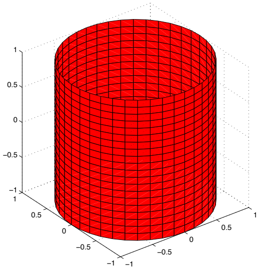
# Cylindriska koordinater

## Definition

Relationerna

$$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \\ z = z \end{cases}$$

definierar de cylindriska koordinaterna $[r, \theta, z]$ för rummet med de rätvinkliga koordinaterna $(x, y, z)$.



# Sfäriska koordinater

## Definition

Relationerna

$$\begin{cases} x &= r\sin\phi\cos\theta \\ y &= r\sin\phi\sin\theta \\ z &= r\cos\phi \end{cases}$$

definierar de sfäriska koordinaterna $[r, \theta, \phi]$ för rummet med de rätvinkliga koordinaterna $(x, y, z)$. Ibland kallas de också rymdpolära koordinater.