

## Lösningar KS2, SG1109, 12/5, 2015

1. Se avsnitt 9.2 i boken!
2. Kollisionen är fullständigt plastisk vilket innebär att partiklarna har samma hastighet  $v_2$  efter stöten. Rörelsemängdens bevarande ger

$$m_1 v_1 = m_1 v_2 + m_2 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1. \quad (1)$$

Skillnaden mellan den kinesiska energin  $T_1$  före kollisionen och den kinesiska energin  $T_2$  efter kollisionen blir alltså

$$\begin{aligned} T_1 - T_2 &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \left( \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \right)^2 = \\ &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \left( 1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_1^2 > 0. \end{aligned} \quad (2)$$

3. Eftersom  $r_{min}$  och  $r_{max}$  är extrempunkter så kommer partikelns hastighet vara vinkelrät mot  $\mathbf{r}$  i båda dessa punkter. Minimal hastighet fås då  $r = r_{max}$  och maximal hastighet fås då  $r = r_{min}$ . Rörelsemängdsmomentets bevarande ger:

$$r_{min} v_{max} = r_{max} v_{min} \Rightarrow \frac{v_{max}}{v_{min}} = \frac{r_{max}}{r_{min}} = 4. \quad (3)$$

Alltså fås

$$\frac{T_{max}}{T_{min}} = \left( \frac{v_{max}}{v_{min}} \right)^2 = 16. \quad (4)$$

4. Se avsnitt 12.2 i boken!
5. Lösningen för svagt dämpad harmonisk svängning kan skrivas

$$x(t) = A e^{\lambda_1 t} + B e^{\lambda_2 t}, \quad (5)$$

där

$$\lambda_1 = (-\zeta + i\sqrt{1 - \zeta^2})\omega_n, \quad \lambda_2 = (-\zeta - i\sqrt{1 - \zeta^2})\omega_n. \quad (6)$$

Begynnelsevillkoren  $x(0) = 0$  och  $\dot{x}(0) = v_0$  ger

$$A + B = 0 \Rightarrow B = -A, \quad (7)$$

$$(\lambda_1 A + \lambda_2 B) = v_0 \Rightarrow (\lambda_1 - \lambda_2)A = v_0 \Rightarrow A = \frac{-iv_0}{2\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}. \quad (8)$$

Slutligen fås

$$x(t) = \frac{-iv_0}{2\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} (e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}) = \frac{-iv_0 e^{-\zeta \omega_n t}}{2\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} 2i \sin(\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t) = \quad (9)$$

$$= \frac{v_0 e^{-\zeta \omega_n t}}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t) \quad (10)$$