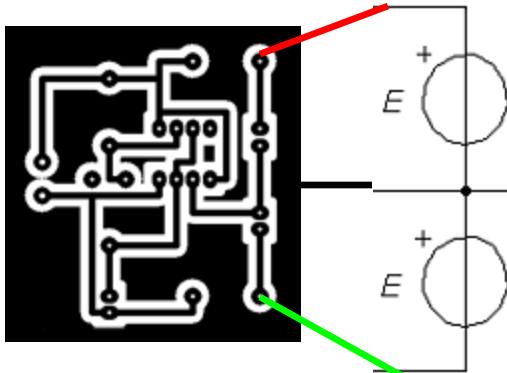


# Potential



Spänningen i förhållande till en referenspunkt.  
(Jämför höjden i förhållande till baslägret vid  
bergsbestigningsexpeditioner.)

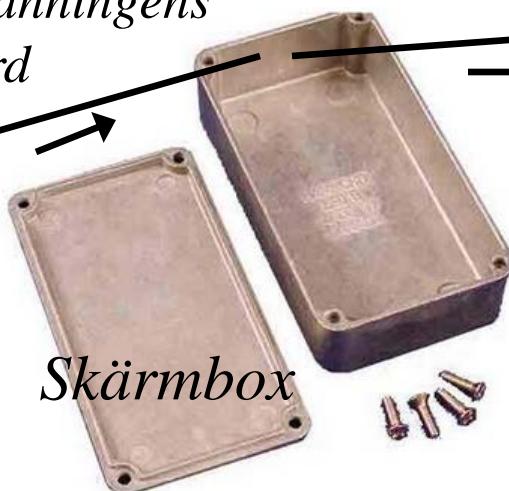
Elektrisk  
störning



Jordplan

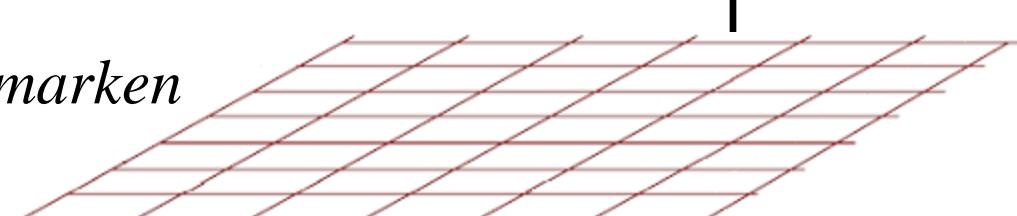
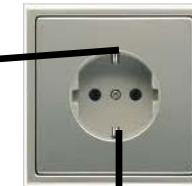
# Vad är jord?

Matnings-  
spänningens  
jord



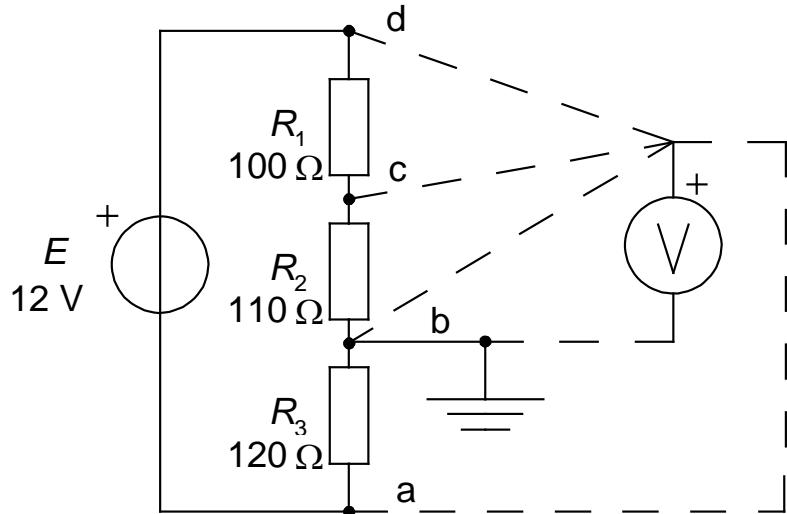
Skärmbox

Skyddsjord



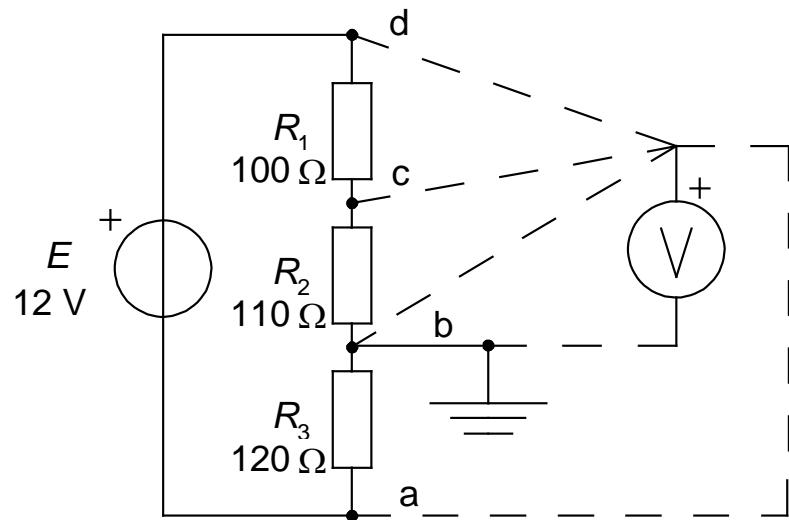
# Potential (8.1)

En spänningssdelare bestående av tre motstånd  $R_1 = 100 \Omega$ ,  $R_2 = 110 \Omega$ ,  $R_3 = 120 \Omega$ , matas med en emk  $E = 12 \text{ V}$ .



Man mäter potentialen (spänningen i förhållande till jord) vid olika uttag på spänningssdelaren.  
Voltmeterns minuspol är hela tiden ansluten till uttag b, jord, medan voltmeterns pluspol i tur och ordning ansluts till uttagen **a**, **b**, **c**, och **d**. Vad visar voltmetern?

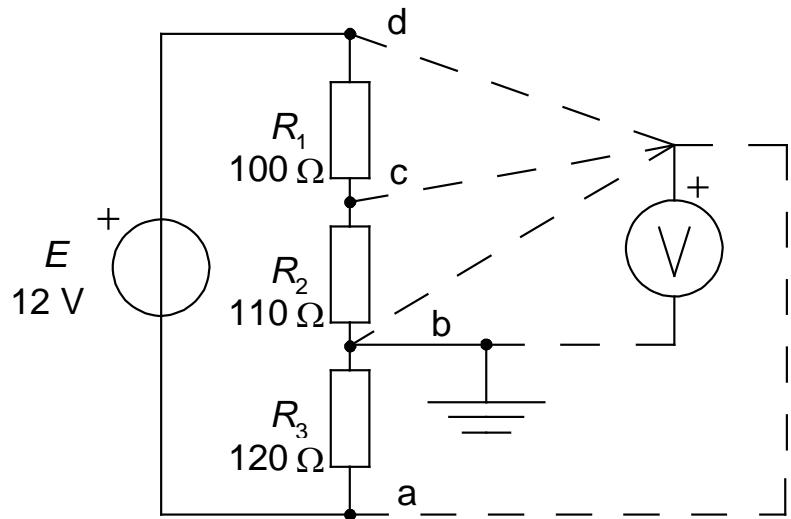
# Potential



Uttag	a)	b)	c)	d)
Voltmeter [V]				

# Potential

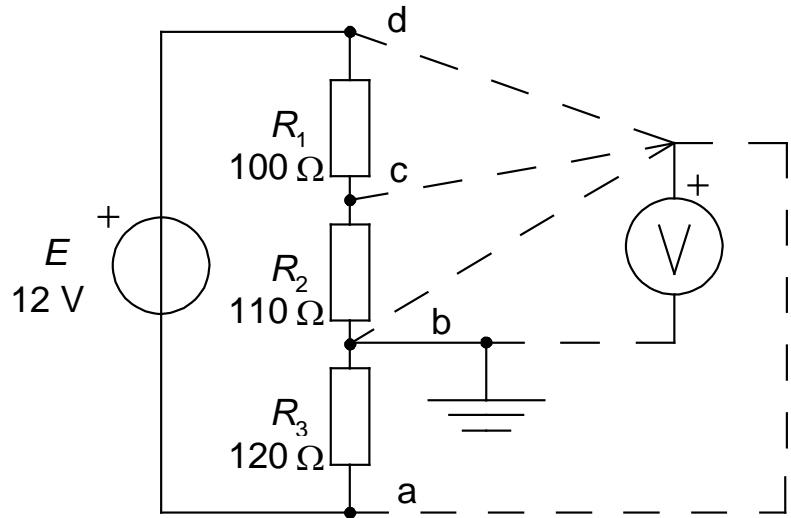
$$U_{ab} = -U_{ba} = -12 \frac{120}{100+110+120} = -4,37$$



Uttag	a)	b)	c)	d)
Voltmeter [V]	-4,37			

# Potential

$$U_{ab} = -U_{ba} = -12 \frac{120}{100+110+120} = -4,37$$

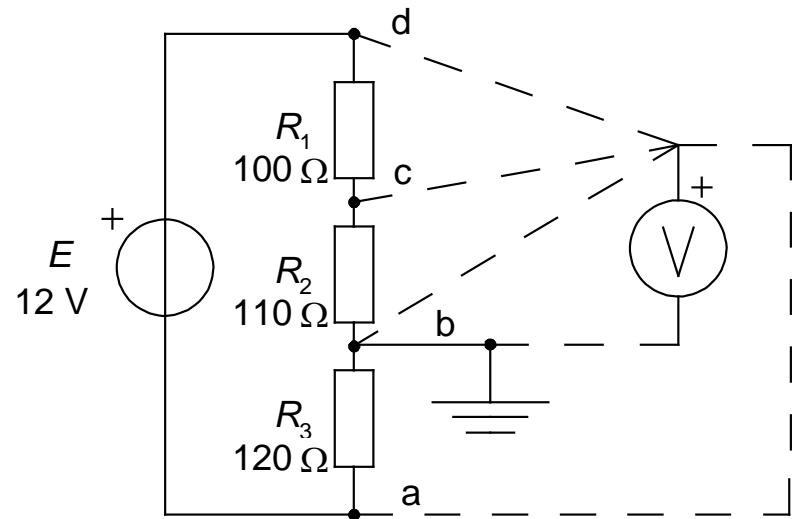


Uttag	a)	b)	c)	d)
Voltmeter [V]	-4,37	0		

# Potential

$$U_{ab} = -U_{ba} = -12 \frac{120}{100+110+120} = -4,37$$

$$U_{cb} = 12 \frac{110}{100+110+120} = 4$$



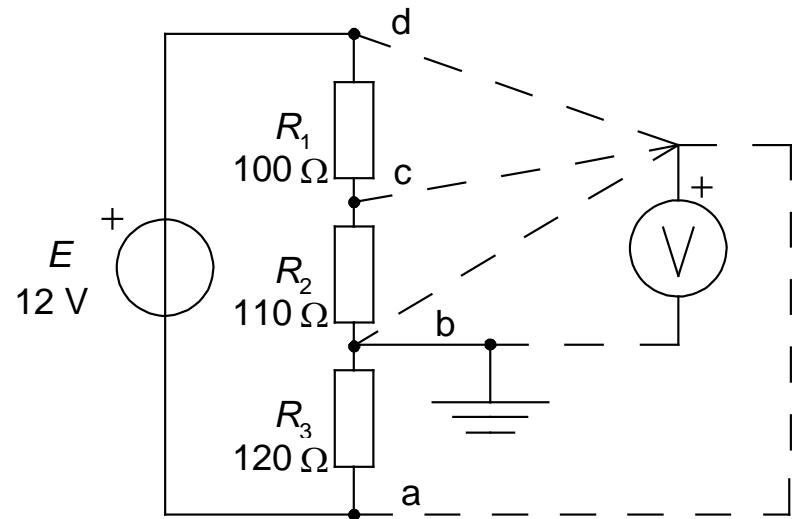
Uttag	a)	b)	c)	d)
Voltmeter [V]	-4,37	0	4	

# Potential

$$U_{ab} = -U_{ba} = -12 \frac{120}{100+110+120} = -4,37$$

$$U_{cb} = 12 \frac{110}{100+110+120} = 4$$

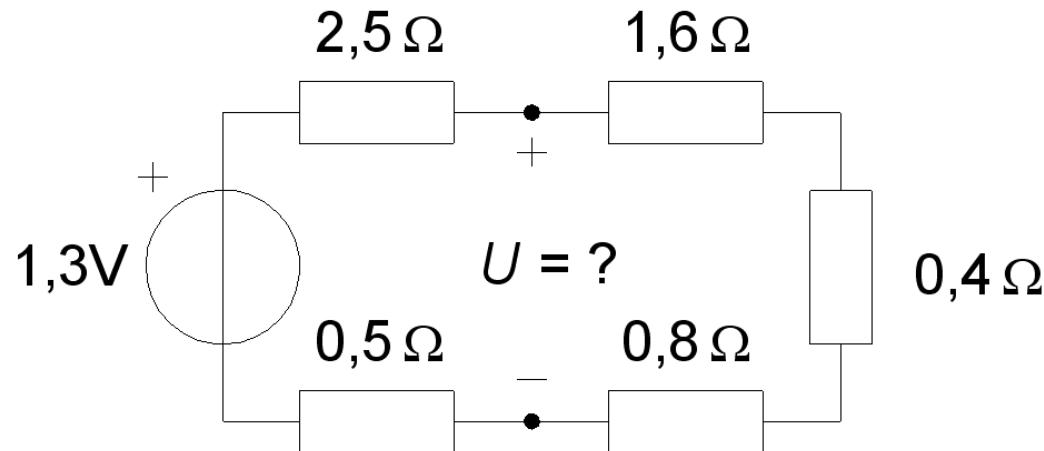
$$U_{db} = 12 \frac{100+110}{100+110+120} = 7,64$$



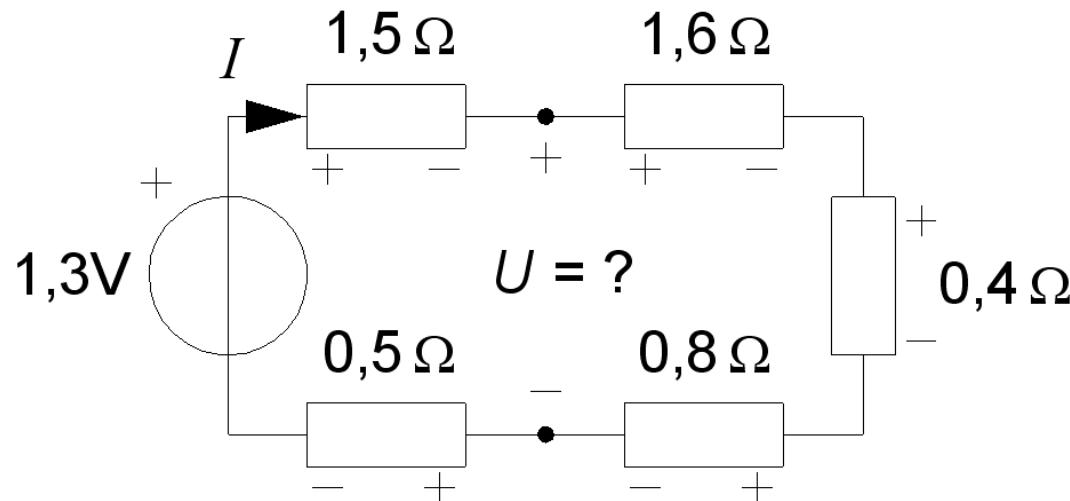
Uttag	a)	b)	c)	d)
Voltmeter [V]	-4,37	0	4	7,64

William Sandqvist william@kth.se

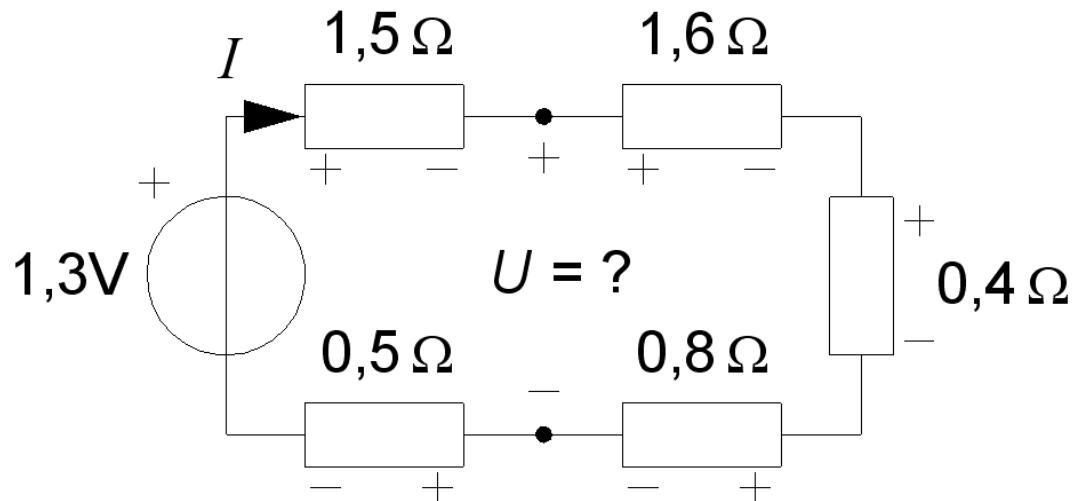
# Kirchhoffs spänningsslag



# Kirchhoffs spänningsslag

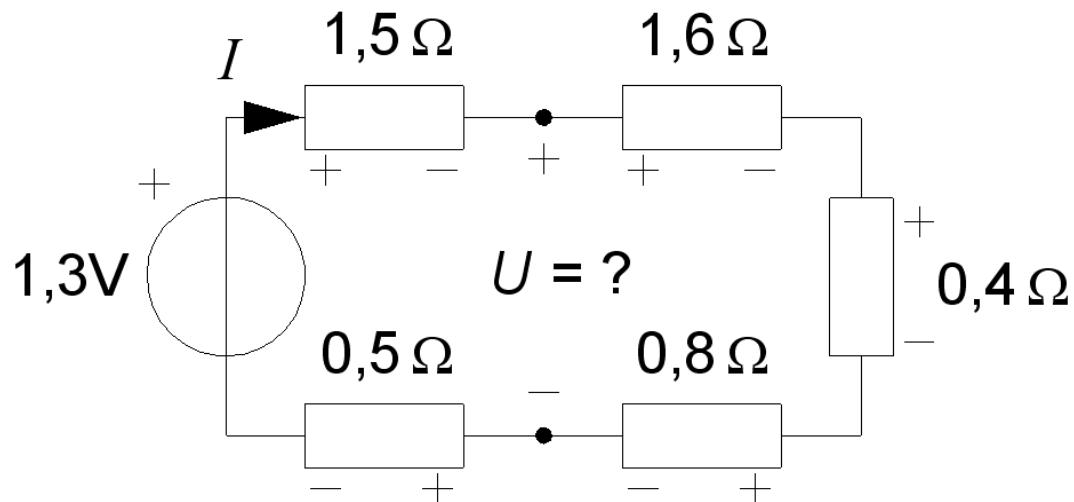


# Kirchhoffs spänningsslag



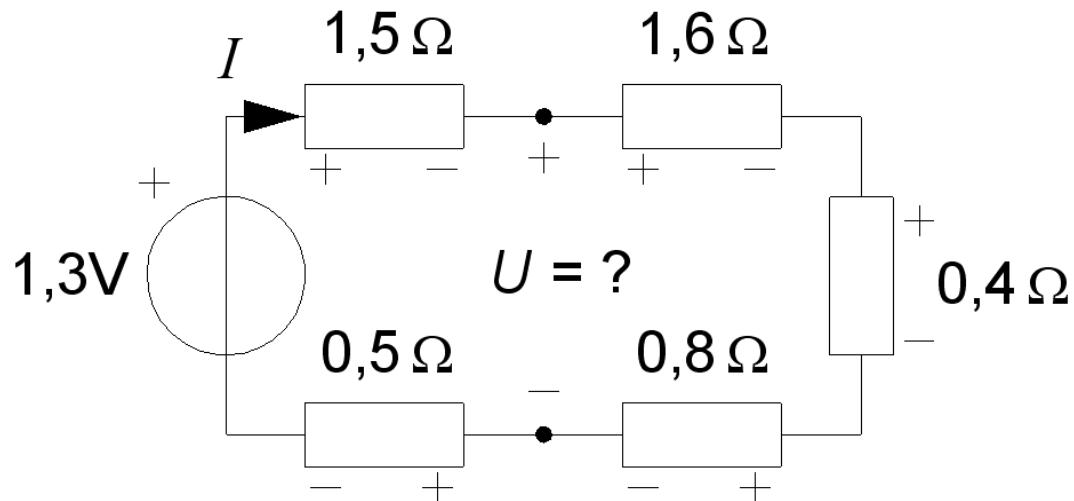
$$I = \frac{1,3}{1,5 + 1,6 + 0,4 + 0,8 + 0,5} = 0,27$$

# Kirchhoffs spänningsslag



$$I = \frac{1,3}{1,5 + 1,6 + 0,4 + 0,8 + 0,5} = 0,27 \quad U_{0,5} = 0,5 \cdot 0,27 = 0,14$$
$$U_{1,5} = 1,5 \cdot 0,27 = 0,41$$

# Kirchhoffs spänningsslag



$$I = \frac{1,3}{1,5 + 1,6 + 0,4 + 0,8 + 0,5} = 0,27 \quad U_{0,5} = 0,5 \cdot 0,27 = 0,14$$
$$U_{1,5} = 1,5 \cdot 0,27 = 0,41$$

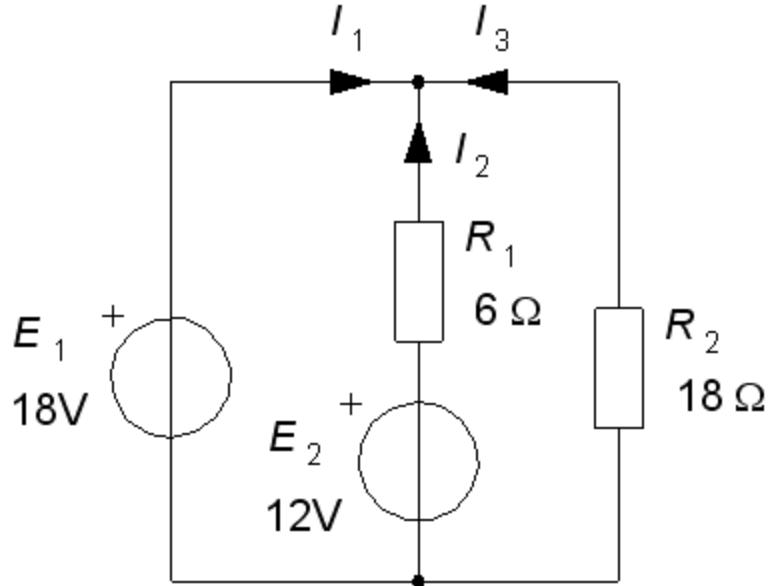
$$U = -0,14 + 1,3 - 0,41 = 0,76 \text{ V}$$

$$\text{eller } U = 0,27 \cdot (0,8 + 0,4 + 1,6) = 0,76 \text{ V}$$

William Sandqvist william@kth.se

# Kirchhoffs lagar? (7.2)

- a)  $U_{R2} = ?$
- b)  $I_2 = ?$
- c)  $I_1 = ?$



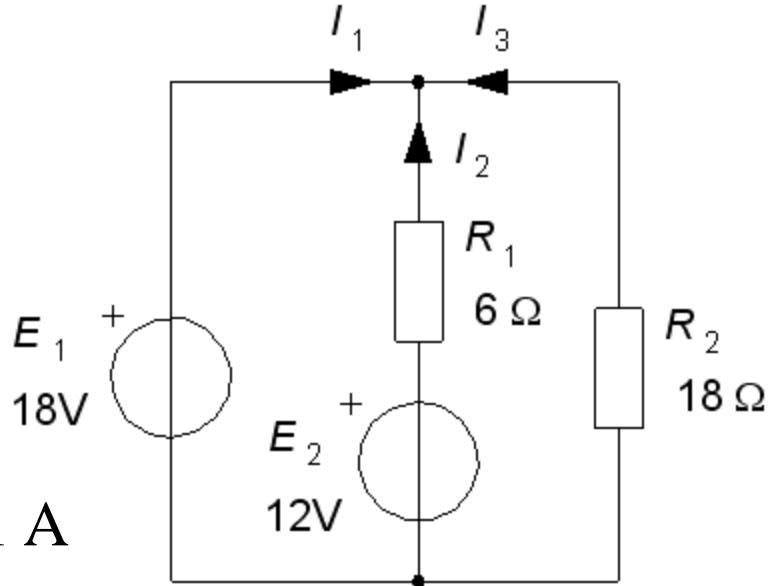
# Kirchhoffs lagar? (7.2)

a)  $U_{R2} = ?$   $= 18 \text{ V } (E_1)$

b)  $I_2 = ?$

c)  $I_1 = ?$

$$18 + I_3 \cdot 18 = 0 \quad I_3 = -18/18 = -1 \text{ A}$$



# Kirchhoffs lagar? (7.2)

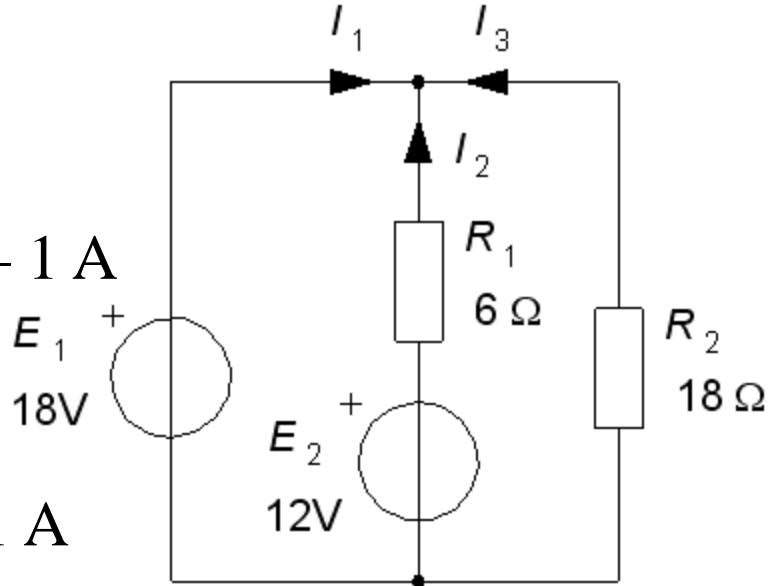
a)  $U_{R_2} = ?$   $= 18 \text{ V } (E_1)$

b)  $I_2 = ?$   $18 + 6I_2 - 12 = 0$

$$I_2 = (12 - 18)/6 = - 1 \text{ A}$$

c)  $I_1 = ?$

$$18 + I_3 18 = 0 \quad I_3 = - 18/18 = - 1 \text{ A}$$



# Kirchhoffs lagar? (7.2)

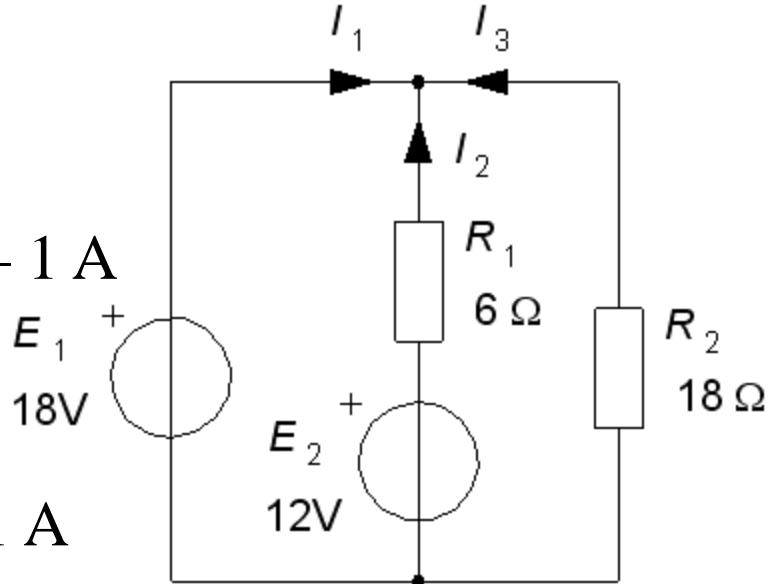
a)  $U_{R_2} = ?$   $= 18 \text{ V } (E_1)$

b)  $I_2 = ?$   $18 + 6I_2 - 12 = 0$

$$I_2 = (12 - 18)/6 = - 1 \text{ A}$$

c)  $I_1 = ?$

$$18 + I_3 18 = 0 \quad I_3 = - 18/18 = - 1 \text{ A}$$



$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$I_1 = - I_2 - I_3 = - (-1) - (-1) = 2 \text{ A}$$

# Kirchhoffs lagar? (7.2)

a)  $U_{R2} = ?$   $= 18 \text{ V } (E_1)$

b)  $I_2 = ?$   $18 + 6I_2 - 12 = 0$

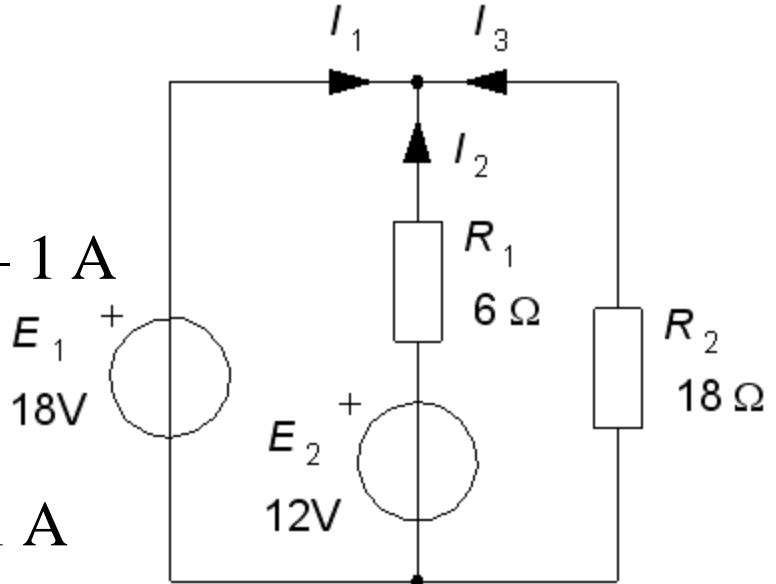
$$I_2 = (12 - 18)/6 = - 1 \text{ A}$$

c)  $I_1 = ?$

$$18 + I_3 18 = 0 \quad I_3 = - 18/18 = - 1 \text{ A}$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$I_1 = - I_2 - I_3 = - (- 1) - (- 1) = 2 \text{ A}$$



Att  $E_1$  är en *ideal* emk  
är det som förenklar  
beräkningarna!

# Nodanalys? (7.2)

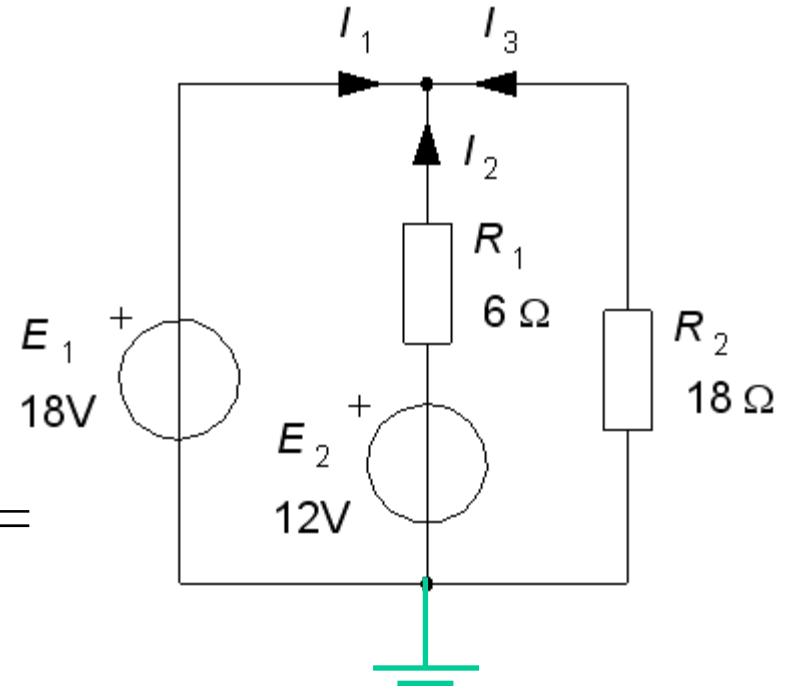
$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad I_1 = -I_2 - I_3$$

$$E_1 = 18 \text{ V}$$

$$\begin{aligned} I_3 &= -(E_1 - 0)/R_2 = -18/18 \\ &= -1 \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= -(E_1 - E_2)/R_1 = -(18 - 12)/6 = \\ &= -1 \text{ A} \end{aligned}$$

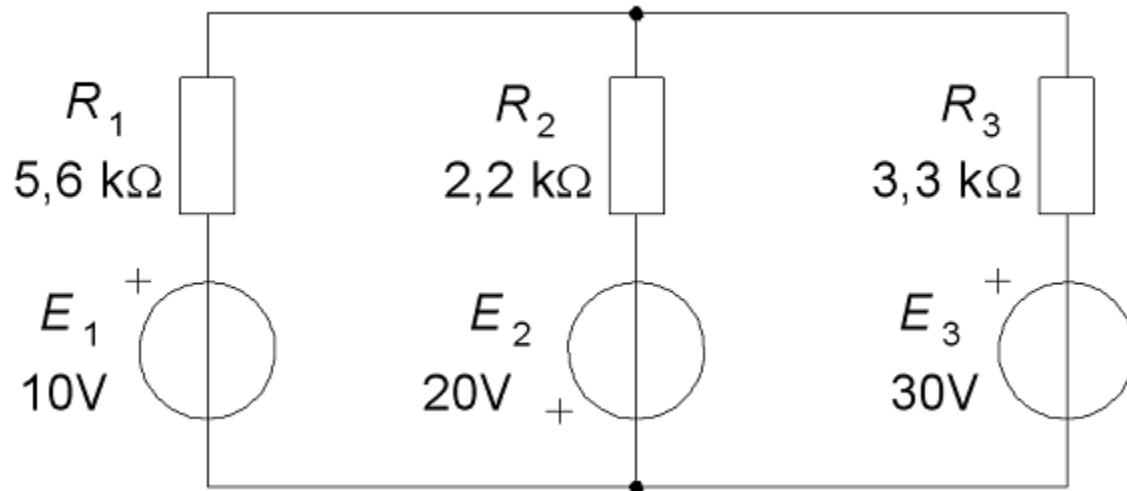
$$I_1 = -I_2 - I_3 = -(-1) - (-1) = 2 \text{ A}$$



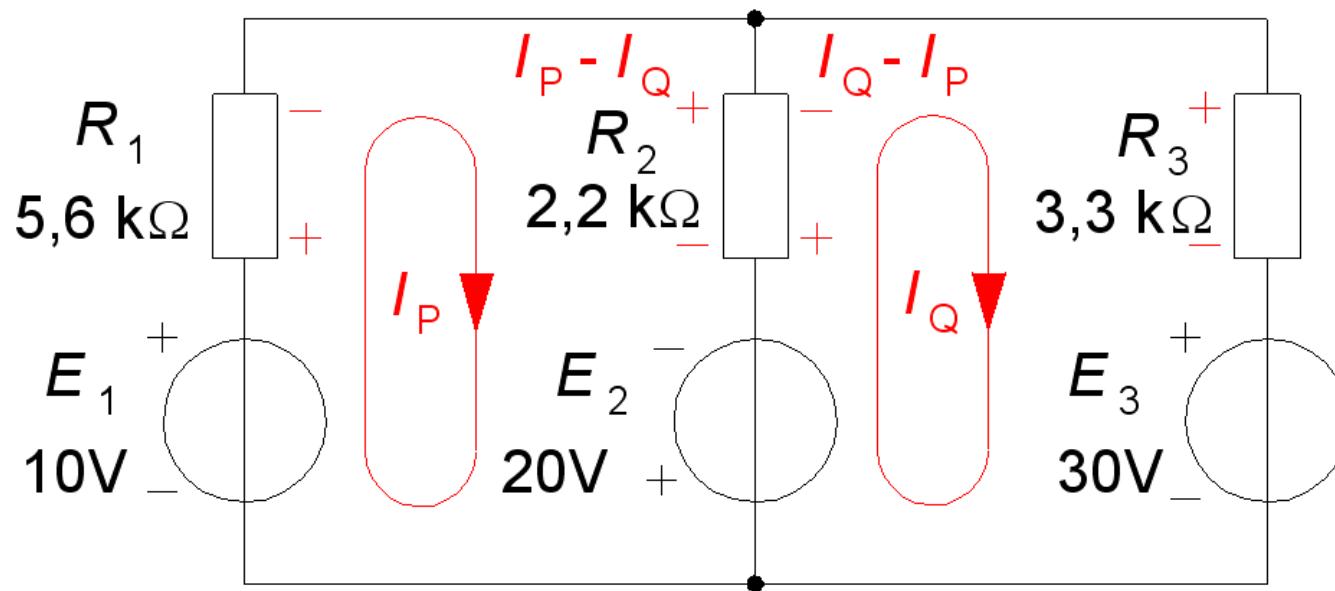
William Sandqvist william@kth.se

# ( Maskanalys )

Med maskanalys sparar man in en ekvation inför lösningen av ekvationssystemet. Priset är att maskströmmarna inte är de verkliga strömmarna som man kan mäta upp i kretsen.



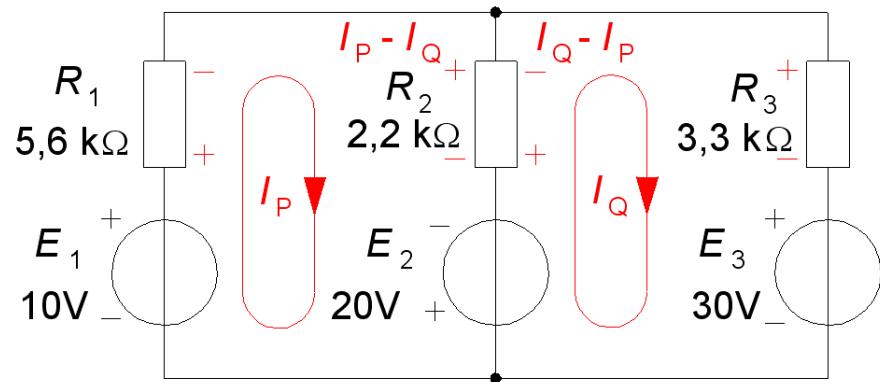
# ( Maskströmmar och spänningssfall )



# ( Kirchhoffs spänningsslag för maskorna )

OHM's lag med elektronikprefix:

[V] [kΩ] [mA]



$$\sum_{\text{P}} U = 0 \quad +10 - 5,6 \cdot I_{\text{P}} - 2,2 \cdot (I_{\text{P}} - I_{\text{Q}}) + 20 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -7,8 \cdot I_{\text{P}} + 2,2 \cdot I_{\text{Q}} = -30$$

$$\sum_{\text{Q}} U = 0 \quad -20 - 2,2 \cdot (I_{\text{Q}} - I_{\text{P}}) - 3,3 \cdot I_{\text{Q}} - 30 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2,2 \cdot I_{\text{P}} - 5,5 \cdot I_{\text{Q}} = 50$$

$$\begin{pmatrix} -7,8 & 2,2 \\ 2,2 & -5,5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{\text{P}} \\ I_{\text{Q}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 \\ 50 \end{pmatrix}$$

# ( Lös ekvationssystemet )

$$\begin{pmatrix} -7,8 & 2,2 \\ 2,2 & -5,5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_P \\ I_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 \\ 50 \end{pmatrix}$$

$$I_P = \frac{\begin{vmatrix} -30 & 2,2 \\ 50 & -5,5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -7,8 & 2,2 \\ 2,2 & -5,5 \end{vmatrix}} = \frac{55}{38,06} = 1,45 \text{ mA}$$

$$I_Q = \frac{\begin{vmatrix} -7,8 & -30 \\ 2,2 & 50 \end{vmatrix}}{38,06} = \frac{-324}{38,06} = -8.51 \text{ mA}$$

# Lös ekvationssystemet

$$\begin{pmatrix} -7,8 & 2,2 \\ 2,2 & -5,5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_P \\ I_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 \\ 50 \end{pmatrix}$$

A screenshot of a Mozilla Firefox browser window. The title bar says "2x2 System - Mozilla Firefox". The menu bar includes "Arkiv", "Redigera", "Visa", "Historik", "Bokmärken", "Verktyg", and "Hjälp". The toolbar includes icons for back, forward, search, and other functions. The address bar shows the URL "http://math.cowpi.com/systemsolver/2x2.htm". The main content area has a dark blue header with "Math @ CowPi" and a navigation bar with "System Solver", "2x2", "3x3", "4x4", and "5x5". Below this is a yellow input box containing two equations:  
-7.8 x + 2.2 y = -30  
2.2 x + -5.5 y = 50  
With "Solve" and "Clear" buttons below them. At the bottom, a pink box displays the solution: x = 1.4450867052 and y = -8.512874408. A note at the bottom says "Limit size of fractional solutions to 0 digits in numerator or denominator."

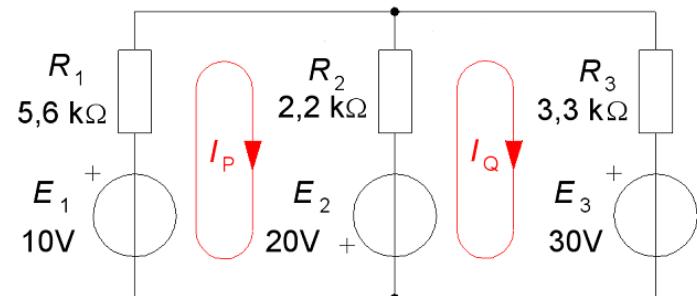
$$I_P = 1,45 \text{ mA} \quad I_Q = -8,51 \text{ mA}$$

William Sandqvist william@kth.se

# ( Snabbuppställning )

$$\sum_{\mathbf{P}} U = 0 \quad \underbrace{(5,6 + 2,2)}_{\substack{\text{avdrag} \\ \text{gemensamt} \\ \text{med Q}}} I_p - \underbrace{2,2}_{\substack{\text{avdrag} \\ \text{gemensamt} \\ \text{med Q}}} I_q = \underbrace{(10 + 20)}_{\sum_{\mathbf{P}} U}$$

$$\sum_{\mathbf{Q}} U = 0 \quad \underbrace{(2,2 + 3,3)}_{\substack{\text{avdrag} \\ \text{gemensamt} \\ \text{med P}}} I_q - \underbrace{2,2}_{\substack{\text{avdrag} \\ \text{gemensamt} \\ \text{med P}}} I_p = \underbrace{(-20 - 30)}_{\sum_{\mathbf{Q}} U}$$



*För den som yrkesmässigt ställer upp och beräknar kretsar med handräkning är naturligtvis ett räkneknepp som ”snabbuppställning” värdefullt. För den som har skollicensen på Matematica finns ju andra möjligheter ...*

William Sandqvist william@kth.se