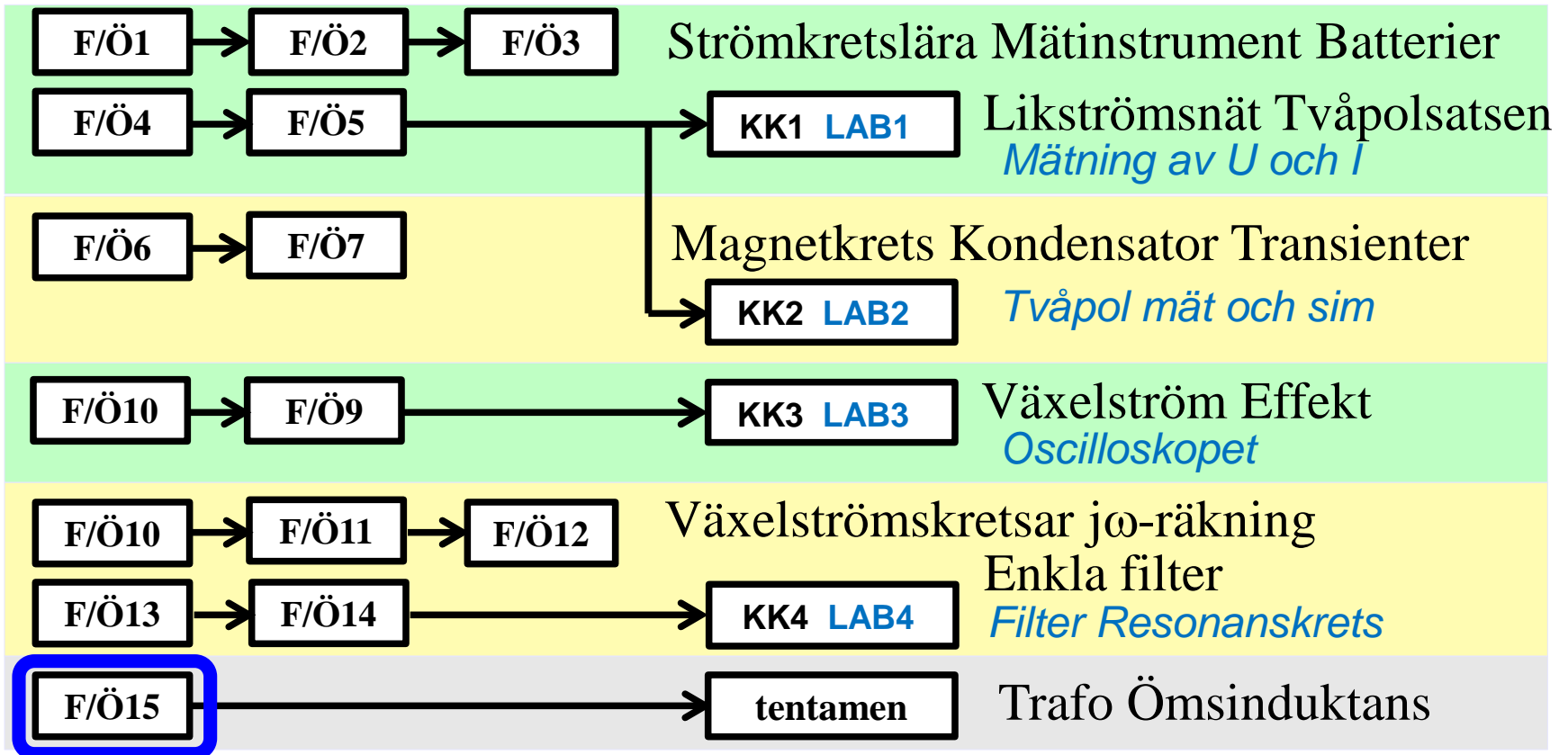
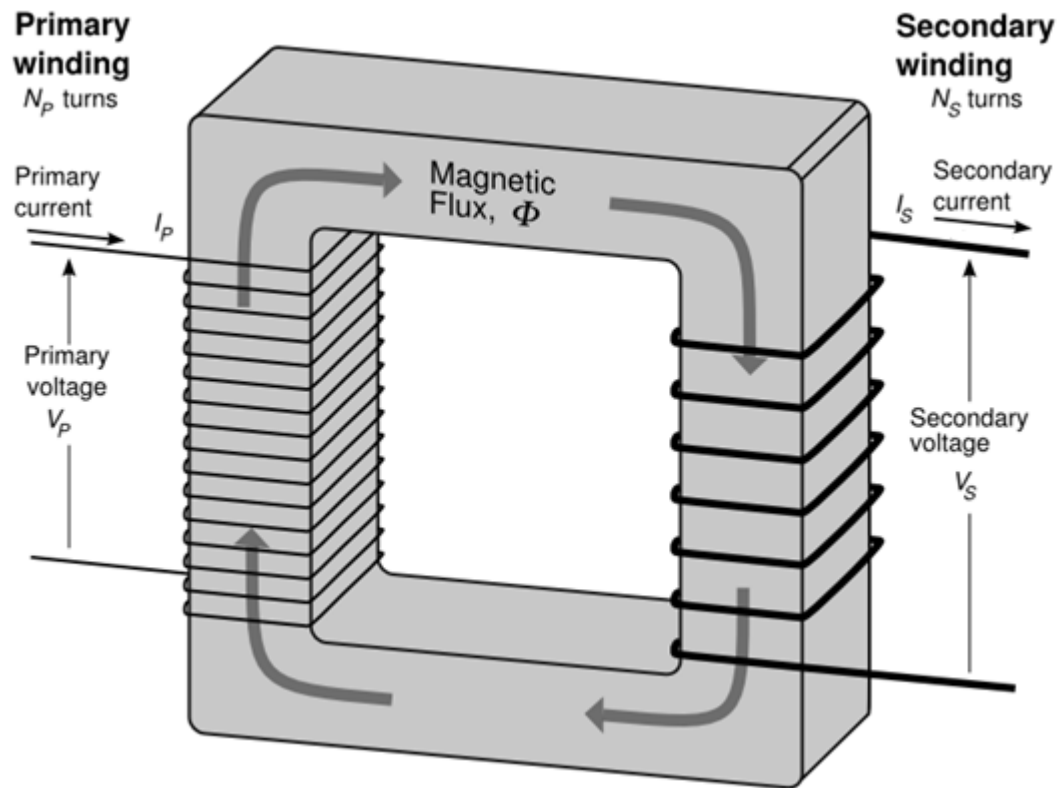


IF1330 Ellära



*Föreläsningar och övningar bygger på varandra! Ta alltid igen det Du missat!
Läs på i förväg – delta i undervisningen – arbeta igenom materialet efteråt!*

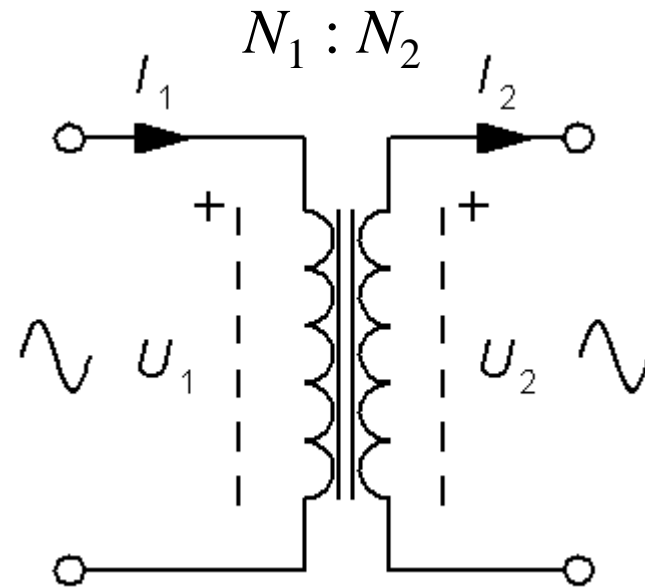
Transformatorn



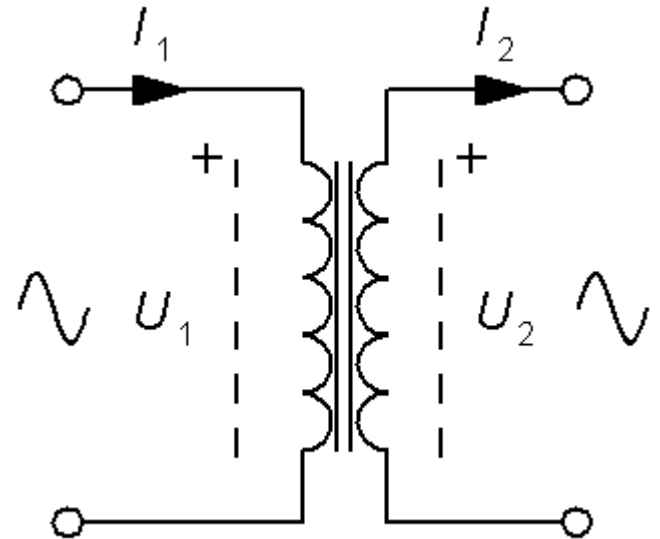
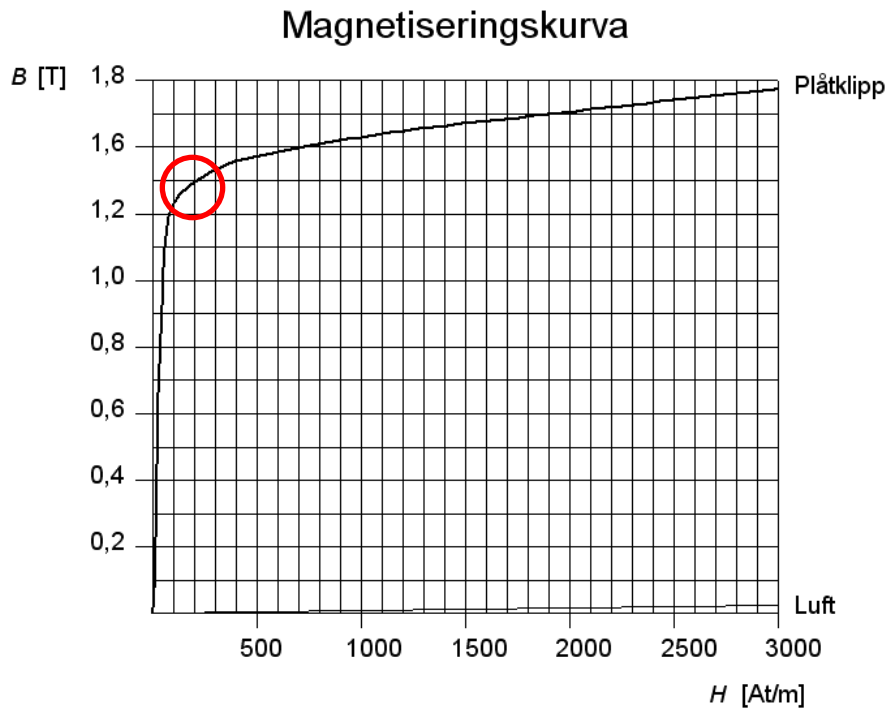
Spänningsomsättning

$$U_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad U_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$



Ideal transformator $I_0 = 0$



$$N_1 \cdot I_0 = N_1 \cdot I_1 - N_2 \cdot I_2$$

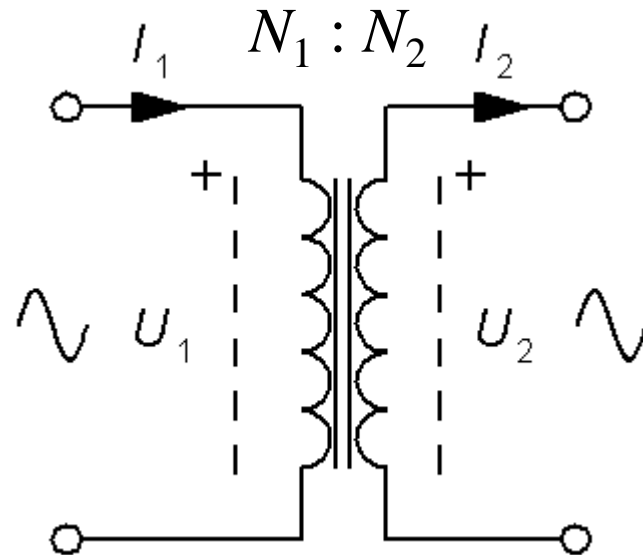
Magnetiseringströmmen $I_0 \approx 0$ är *liten* i förhållande till arbetströmmarna I_1 och I_2 . Transformatorn har hög induktans.

Strömomsättning

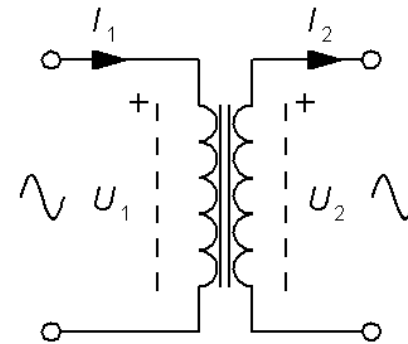
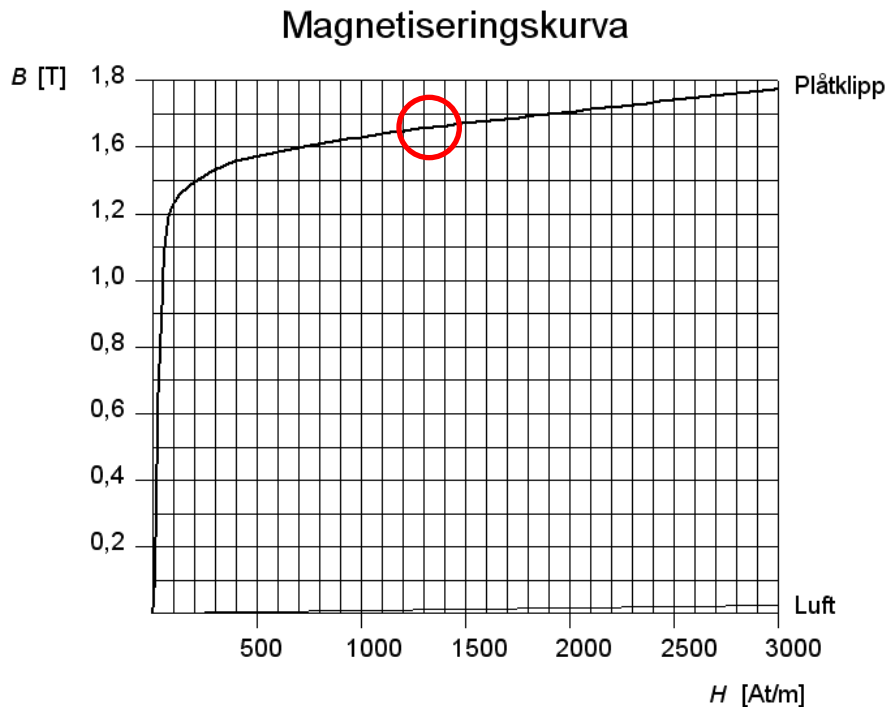
$$P_1 = P_2 \quad (P_0, I_0 = 0)$$

$$U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{I_2}{I_1} \approx \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$



För hög spänning?



Om spänningarna U_1 och U_2 är för höga, blir magnetiseringsströmmen *onödigt* hög (= till ingen nytta).

USA (60Hz) \Leftrightarrow EUROPA (50Hz)

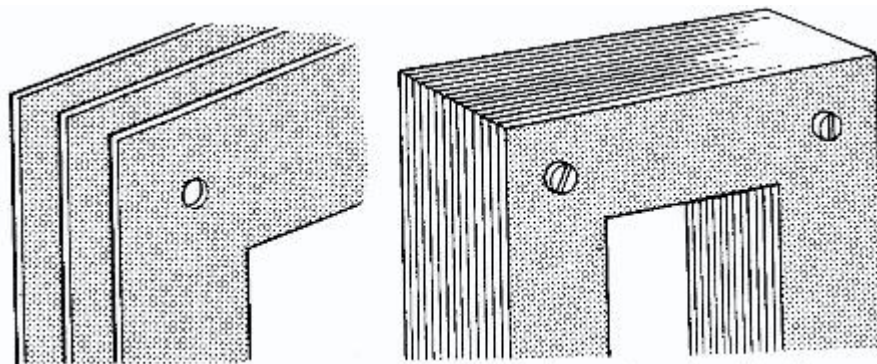
Om en transformator gjord för USA (60Hz) flyttas till Europa (50Hz), med bibehållen spänning, så *ökar* magnetiseringsströmmen och tomgångsförlusterna!

$$U = \frac{d\Phi_{50}}{dt} = \frac{d\Phi_{60}}{dt} \Rightarrow \Phi_{50} > \Phi_{60} \quad I_{050} > I_{060}$$

$$\text{mer } \frac{d}{dt} \times \text{mindre } \Phi = \text{mindre } \frac{d}{dt} \times \text{mer } \Phi$$

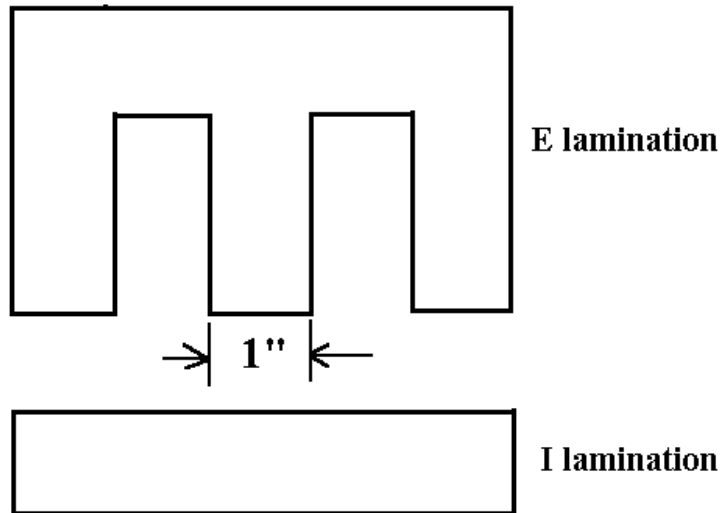
För en transformator är både *spänning* och *ström* begränsande. Transformatorer märks därför med vilken skenbar effekt, S [VA], den är gjord för ej effekt, P [W].

Virvelströmsförluster



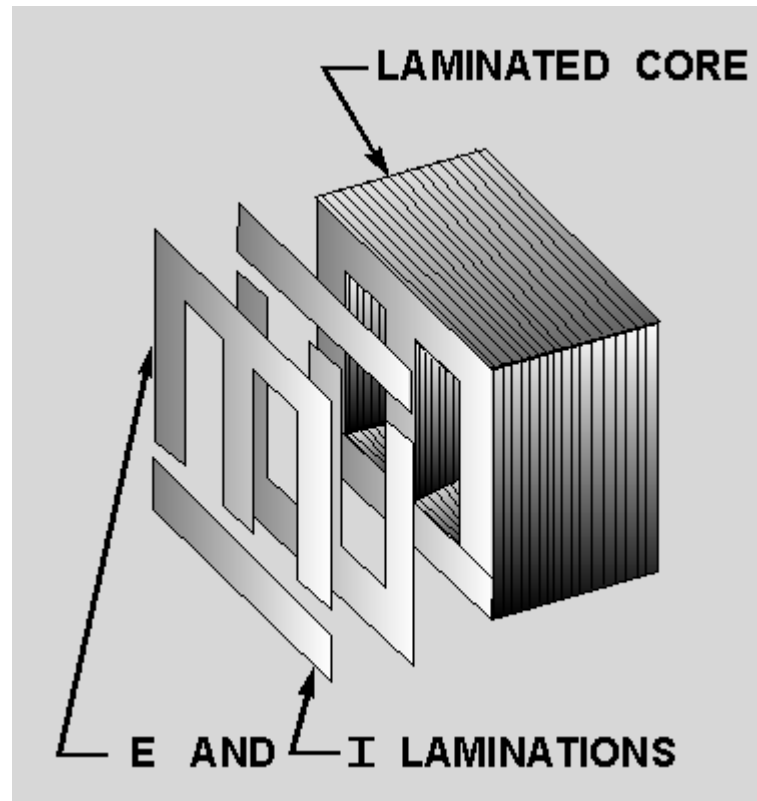
Virvelströmsförluster – strömmar i järnkärnan förhindras med lackerade (= isolering) plåtar.

E I -kärna



EI-kärnan är materialsnål!

E I -kärna



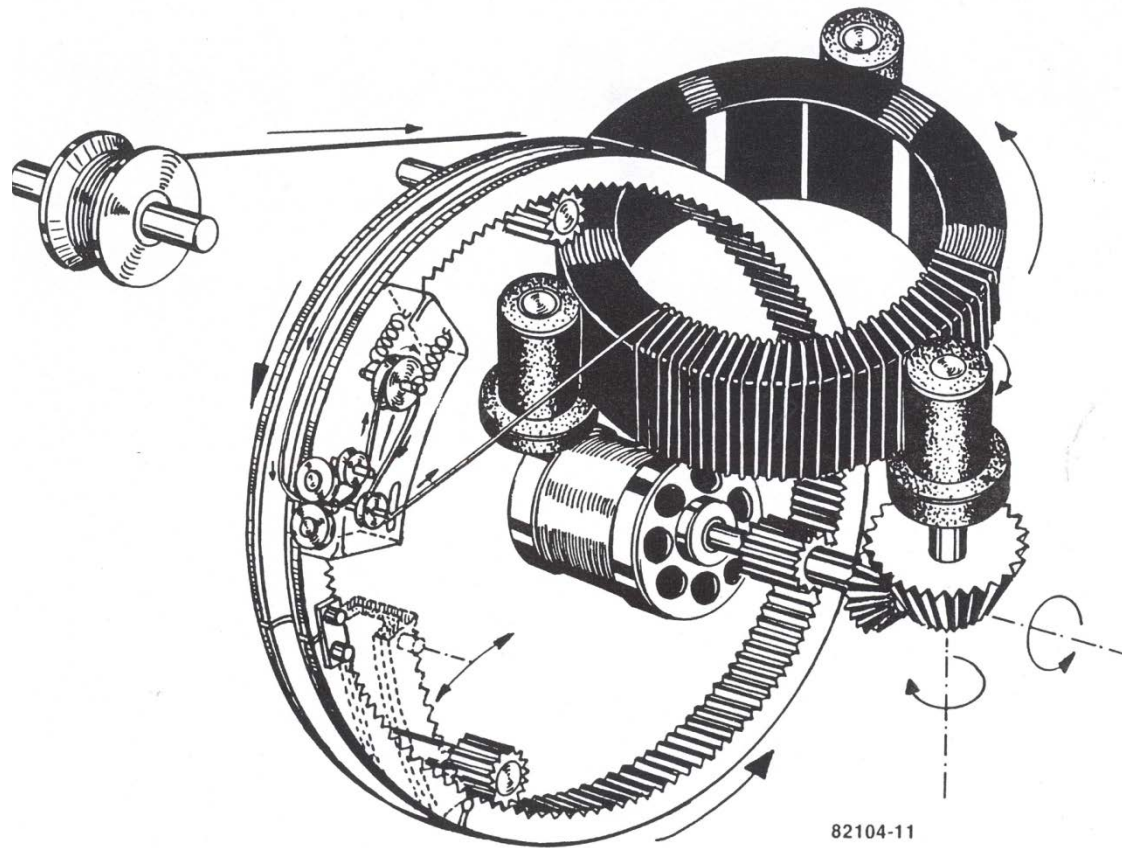
Toroid



Toroidkärnan har lågt läckfält – stör ej närliggande elektronik!

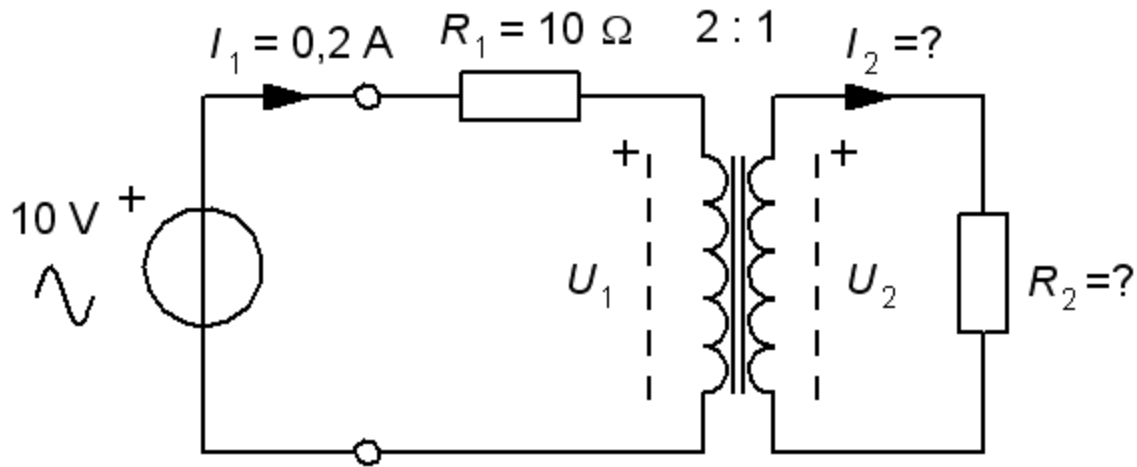
Hur lindar man en sådan?

Automatlindning av toroidkärna

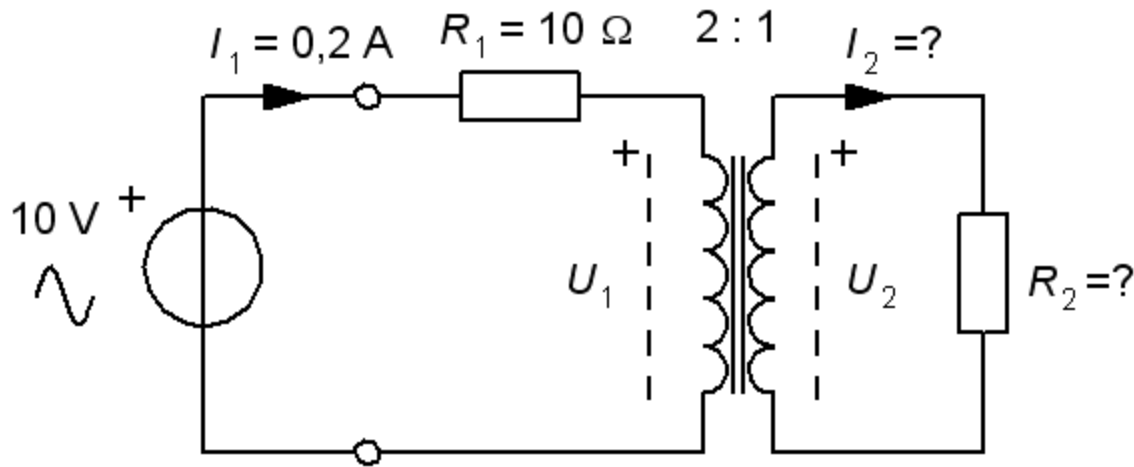


William Sandqvist william@kth.se

Transformatorn (17.1)

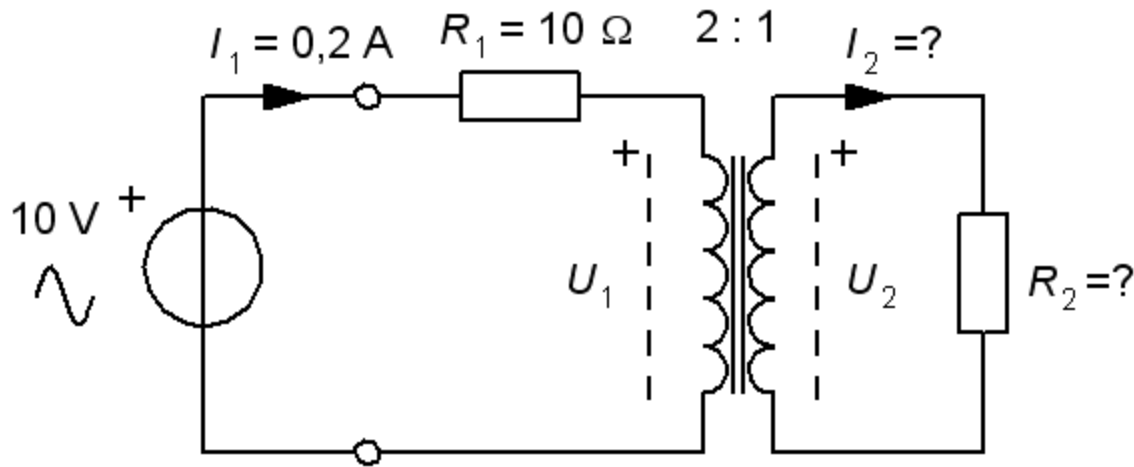


Transformatorn (17.1)



$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{2}{1} \Rightarrow$$
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{2}$$

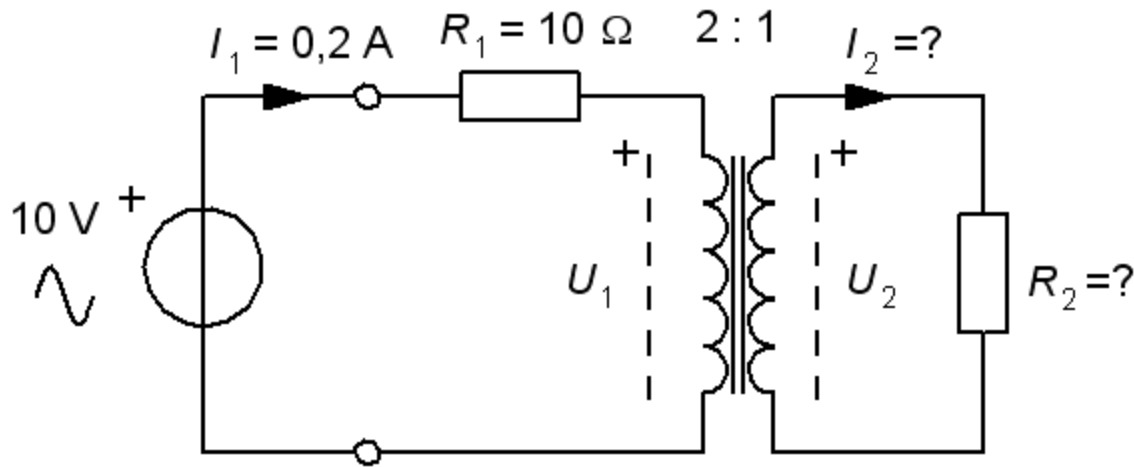
Transformatorn (17.1)



$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{2}{1} \Rightarrow$$
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{2}$$

$$10 - R_1 \cdot I_1 - U_1 = 0 \Rightarrow U_1 = 10 - 0,2 \cdot 10 = 8$$

Transformatorn (17.1)

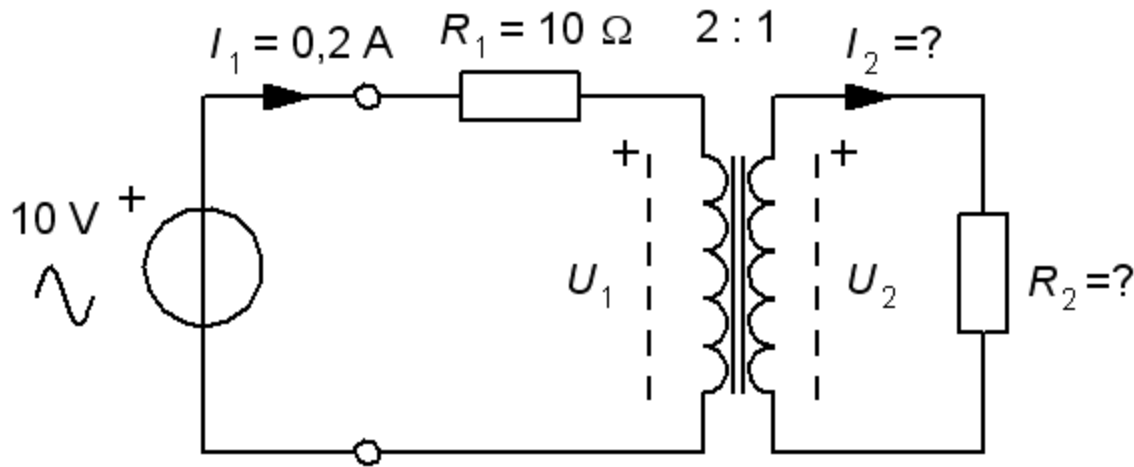


$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{2}{1} \Rightarrow$$
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{2}$$

$$10 - R_1 \cdot I_1 - U_1 = 0 \Rightarrow U_1 = 10 - 0,2 \cdot 10 = 8$$

$$U_2 = U_1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

Transformatorn (17.1)

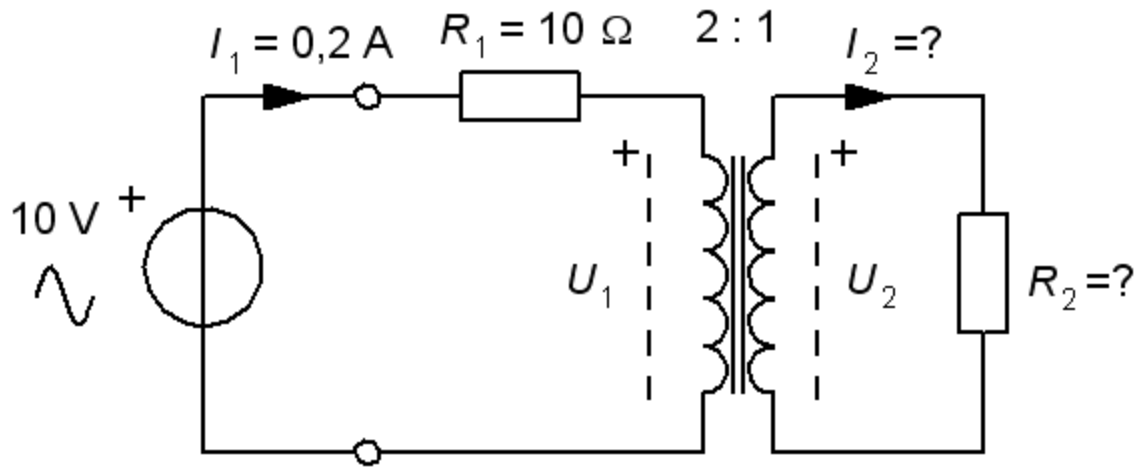


$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{2}{1} \Rightarrow$$
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{2}$$

$$10 - R_1 \cdot I_1 - U_1 = 0 \Rightarrow U_1 = 10 - 0,2 \cdot 10 = 8$$

$$U_2 = U_1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4 \quad I_2 = I_1 \cdot \frac{2}{1} = 0,4$$

Transformatorn (17.1)



$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{2}{1} \Rightarrow$$
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{2}$$

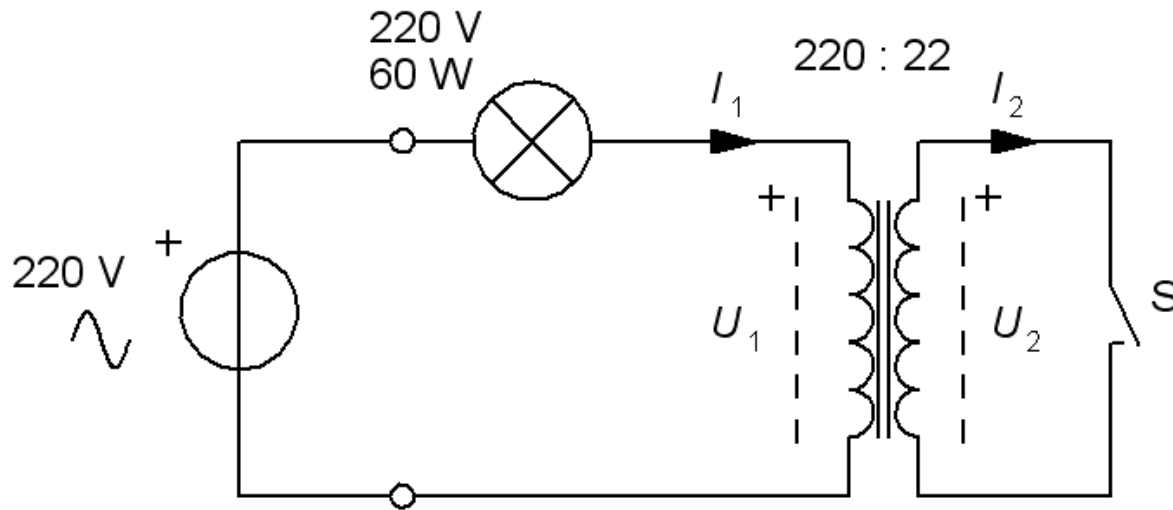
$$10 - R_1 \cdot I_1 - U_1 = 0 \Rightarrow U_1 = 10 - 0,2 \cdot 10 = 8$$

$$U_2 = U_1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4 \quad I_2 = I_1 \cdot \frac{2}{1} = 0,4$$

$$R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{4}{0,4} = 10 \Omega$$

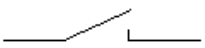
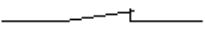
William Sandqvist william@kth.se

Transformator – kontakt (17.2)

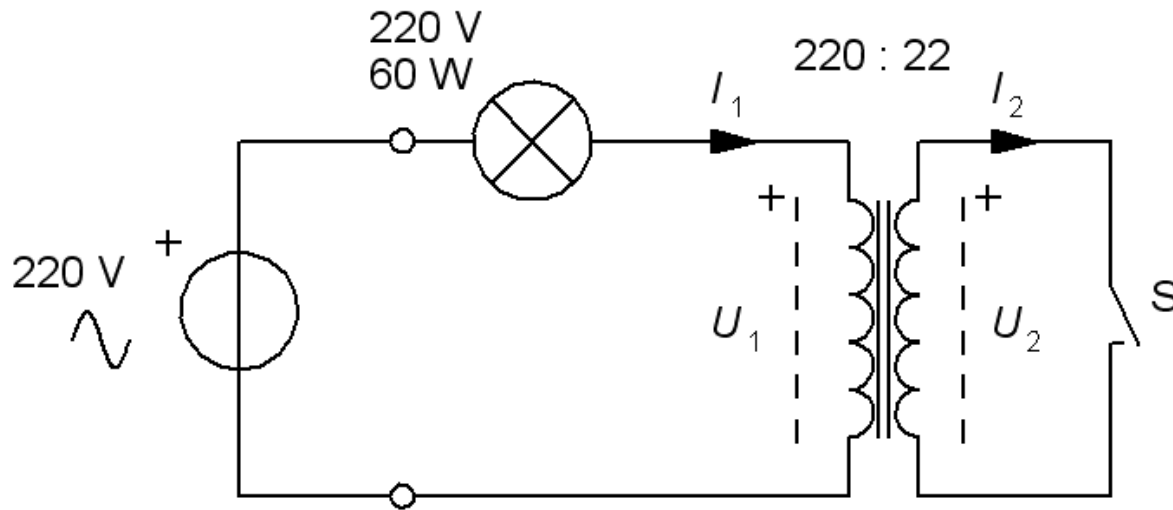


$$P = UI \Rightarrow$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{60}{220} = 0,27$$

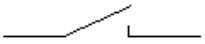
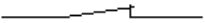
S	U_1	U_2	I_1	I_2	Lampa
					
					

Transformator – kontakt (17.2)

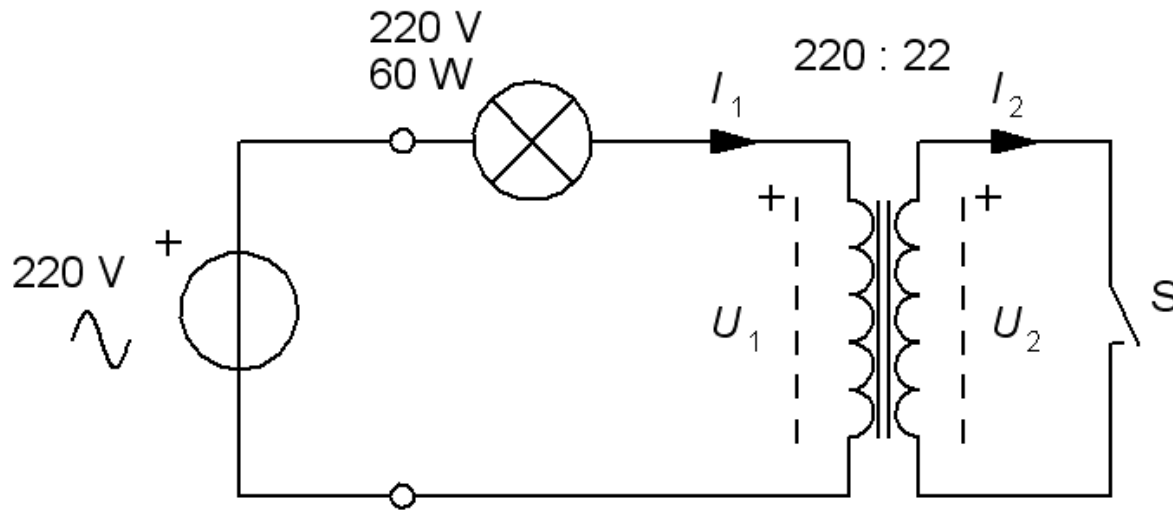


$$P = UI \Rightarrow$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{60}{220} = 0,27$$

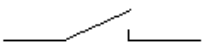
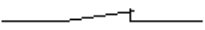
S	U_1	U_2	I_1	I_2	Lampa
				0	
					

Transformator – kontakt (17.2)

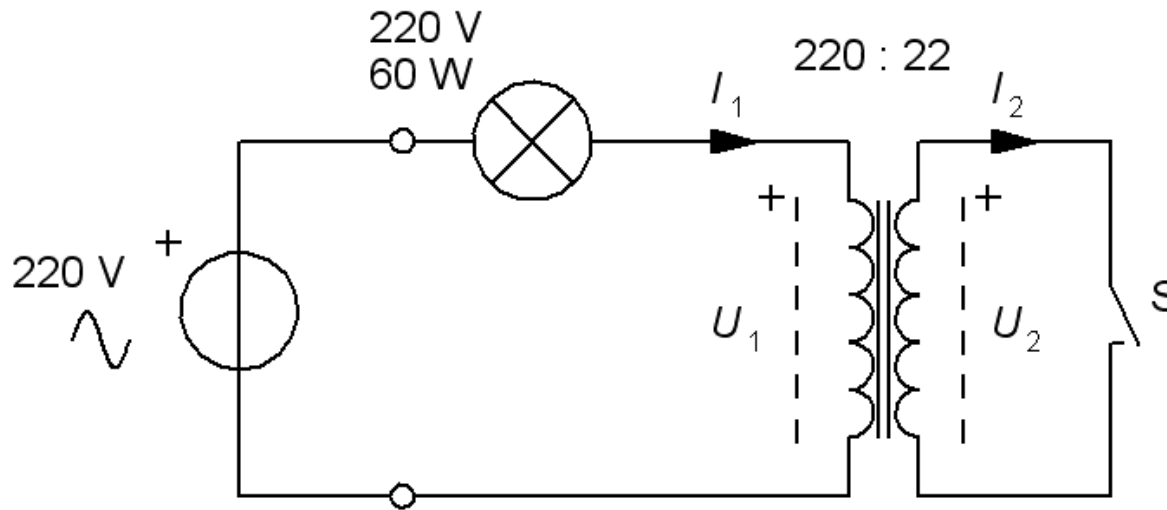


$$P = UI \Rightarrow$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{60}{220} = 0,27$$

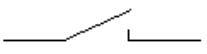
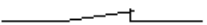
S	U_1	U_2	I_1	I_2	Lampa
			0 ←	0	
					

Transformator – kontakt (17.2)

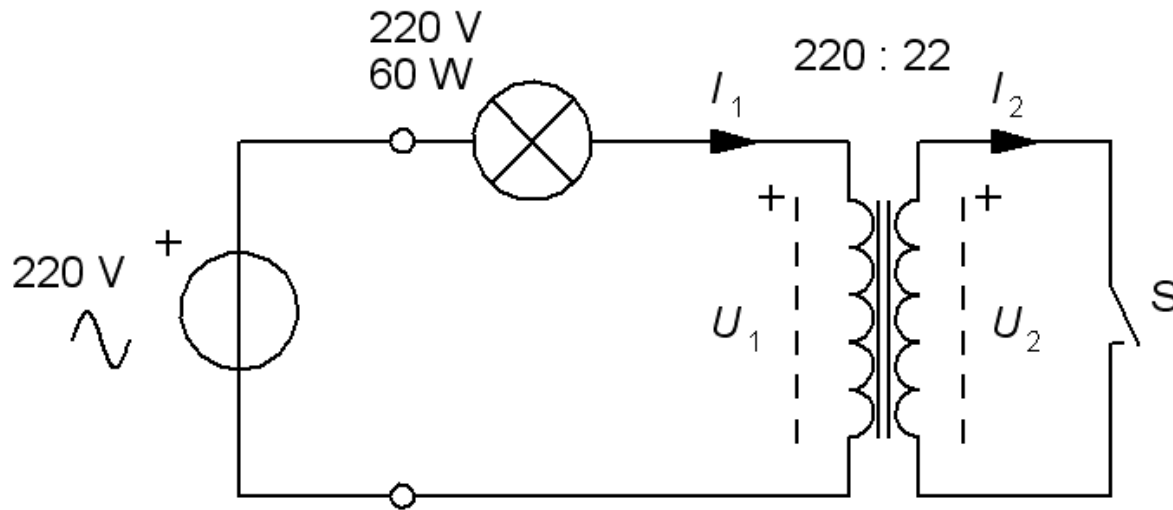


$$P = UI \Rightarrow$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{60}{220} = 0,27$$

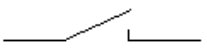
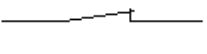
S	U_1	U_2	I_1	I_2	Lampa
	220		0	0	
					

Transformator – kontakt (17.2)

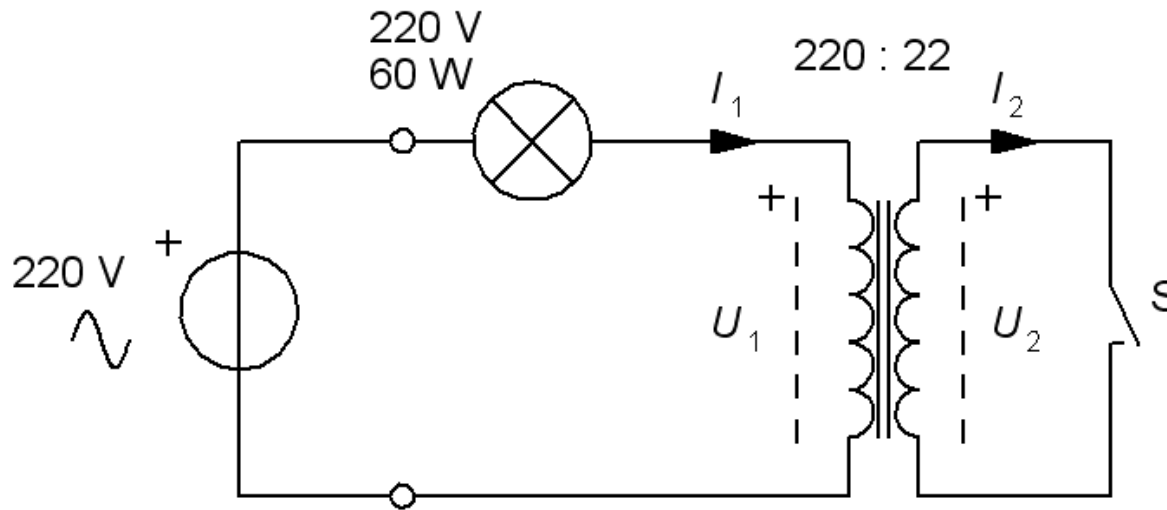


$$P = UI \Rightarrow$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{60}{220} = 0,27$$

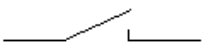

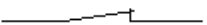
S	U_1	U_2	I_1	I_2	Lampa
	220	22	0	0	
					

Transformator – kontakt (17.2)

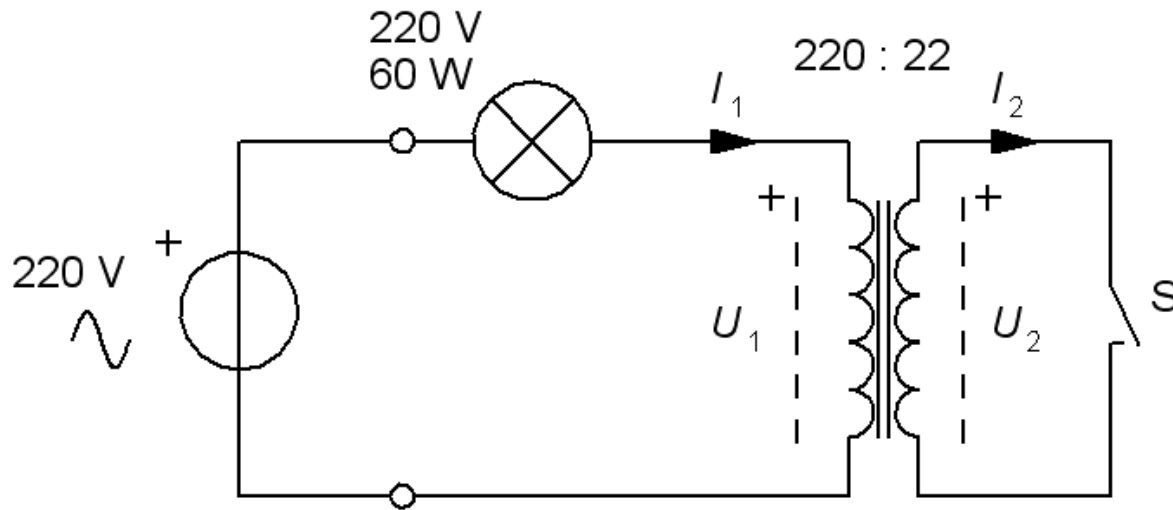


$$P = UI \Rightarrow$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{60}{220} = 0,27$$

S	U_1	U_2	I_1	I_2	Lampa
	220	22	0	0	
					

Transformator – kontakt (17.2)

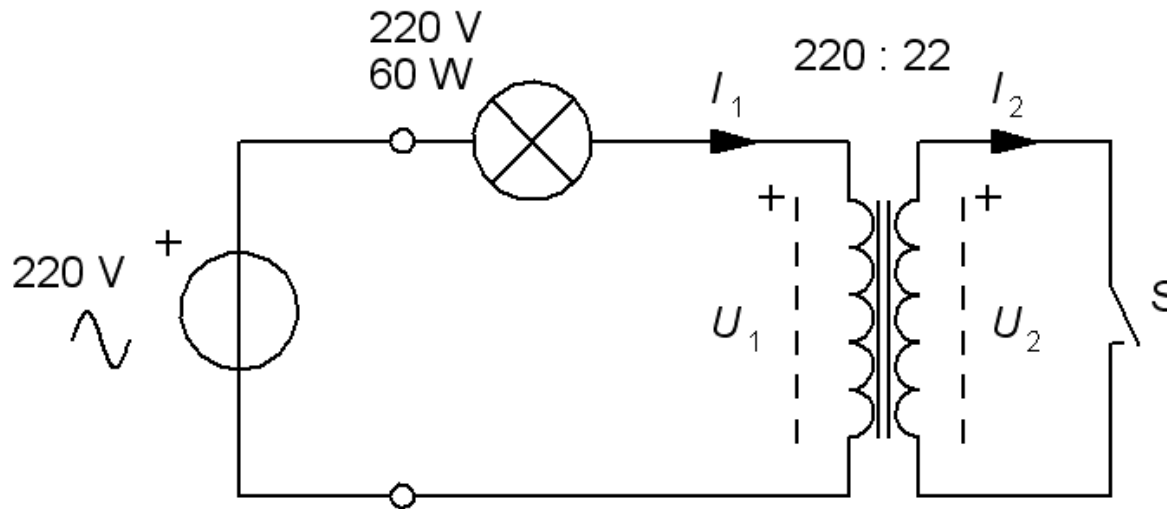


$$P = UI \Rightarrow$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{60}{220} = 0,27$$

S	U_1	U_2	I_1	I_2	Lampa
	220	22	0	0	
		0			

Transformator – kontakt (17.2)

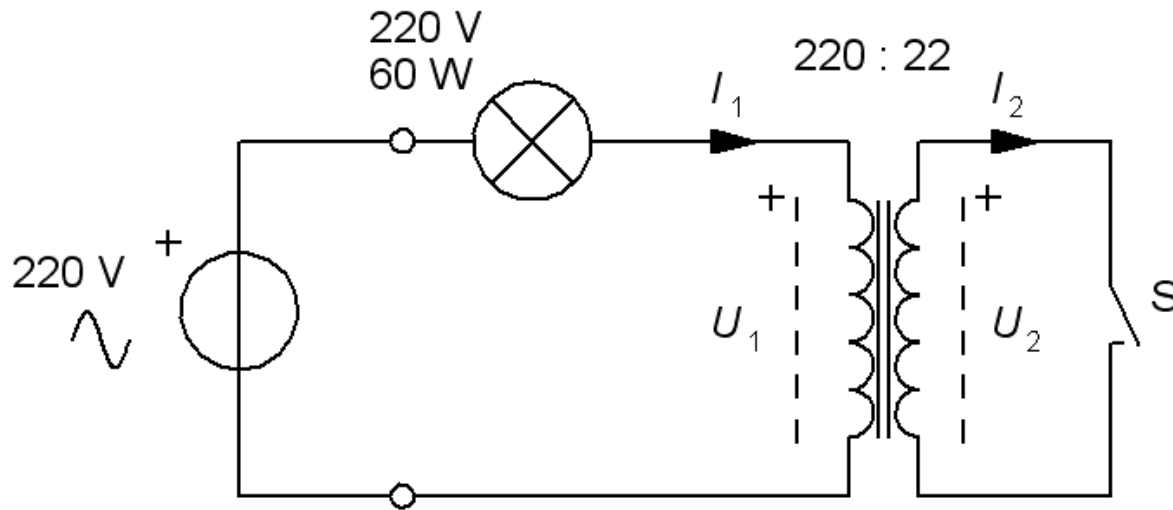


$$P = UI \Rightarrow$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{60}{220} = 0,27$$

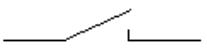

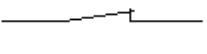
S	U_1	U_2	I_1	I_2	Lampa
	220	22	0	0	
	0	0			

Transformator – kontakt (17.2)

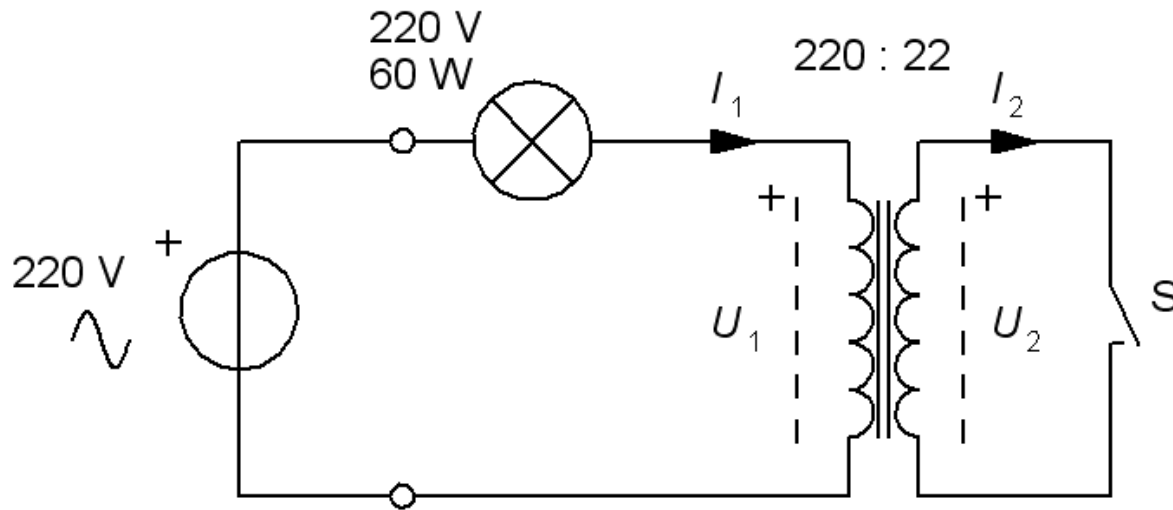


$$P = UI \Rightarrow$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{60}{220} = 0,27$$

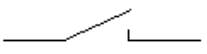

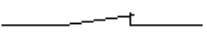
S	U_1	U_2	I_1	I_2	Lampa
	220	22	0	0	
	0	0	0,27		

Transformator – kontakt (17.2)

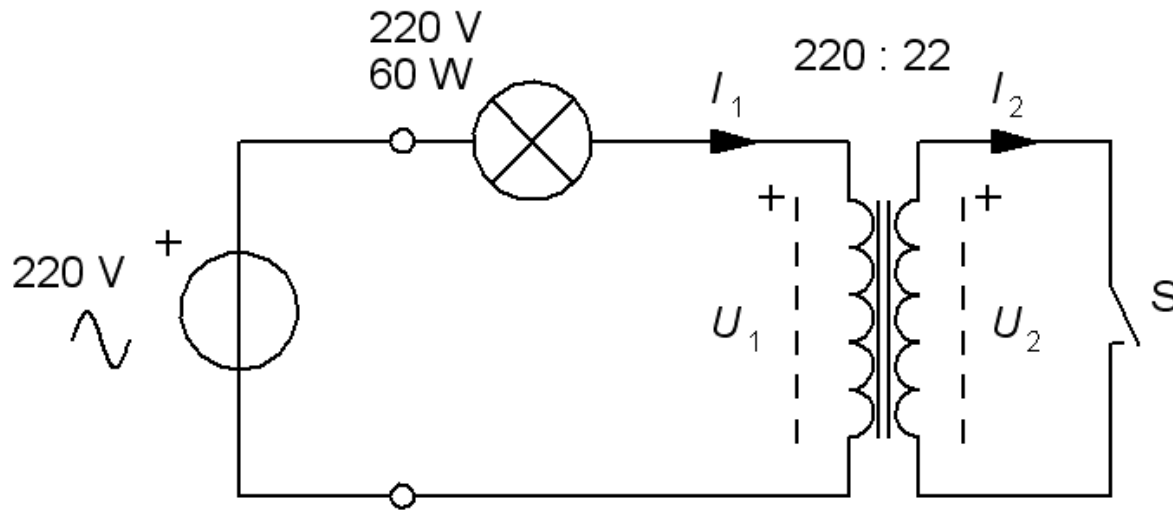


$$P = UI \Rightarrow$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{60}{220} = 0,27$$

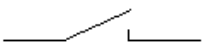

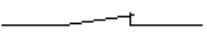

S	U_1	U_2	I_1	I_2	Lampa
	220	22	0	0	
	0	0	0,27	2,7	

Transformator – kontakt (17.2)



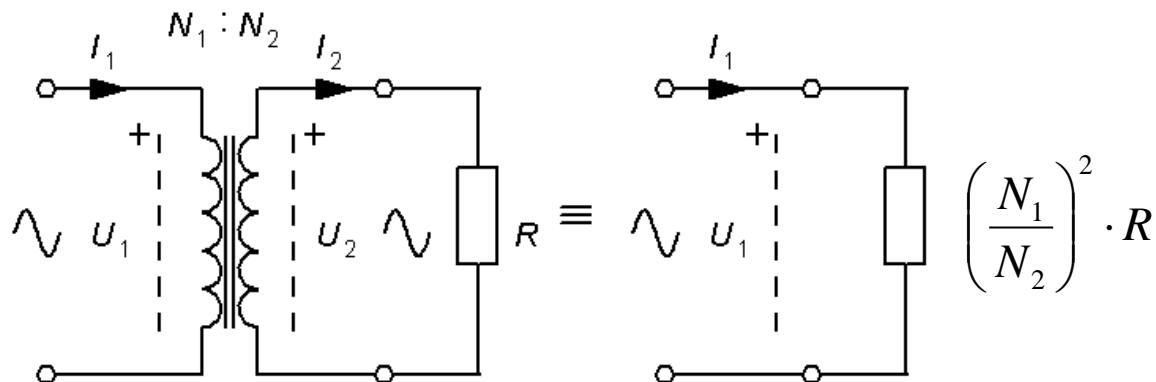
$$P = UI \Rightarrow$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{60}{220} = 0,27$$

S	U_1	U_2	I_1	I_2	Lampa
	220	22	0	0	
	0	0	0,27	2,7	

William Sandqvist william@kth.se

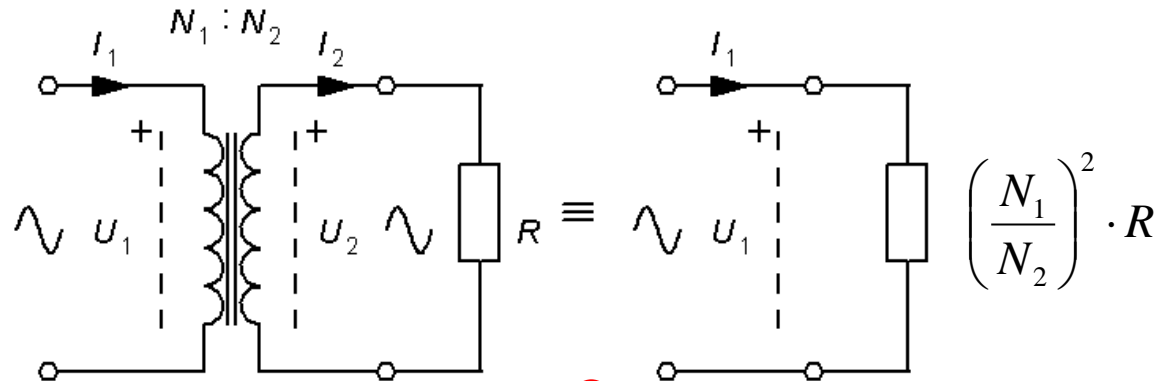
Överräkning av impedanser



$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} \quad R_2 = \frac{U_2}{I_2} \quad \frac{U_1}{I_1} = \frac{\frac{N_1}{N_2} U_2}{\frac{N_2}{N_1} I_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \cdot \frac{U_2}{I_2}$$

$$R_{1 \leftarrow 2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \cdot R_2$$

Överräkning av impedanser



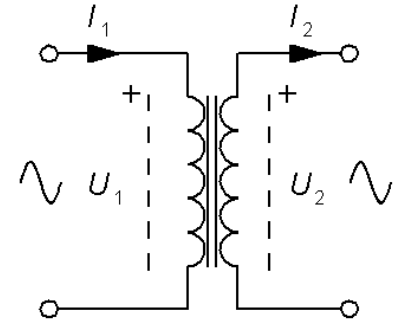
$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} \quad R_2 = \frac{U_2}{I_2} \quad \frac{U_1}{I_1} = \frac{\frac{N_1}{N_2} U_2}{\frac{N_2}{N_1} I_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \cdot \frac{U_2}{I_2}$$

$$R_{1 \leftarrow 2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \cdot R_2$$

Överräkning

Vi har en transformator med spänningsomsättningen 240V/120V.

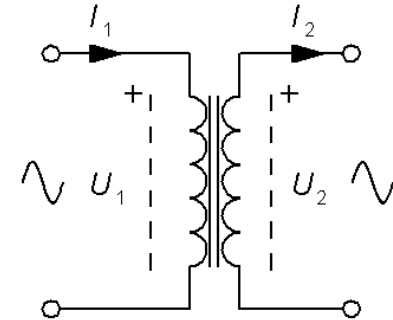
Man har två kondensatorer på $1\mu\text{F}$ och $16\mu\text{F}$. Hur ska man koppla för att få $5\mu\text{F}$?



Överräkning

Vi har en transformator med spänningsomsättningen 240V/120V.

Man har två kondensatorer på $1\mu\text{F}$ och $16\mu\text{F}$. Hur ska man koppla för att få $5\mu\text{F}$?



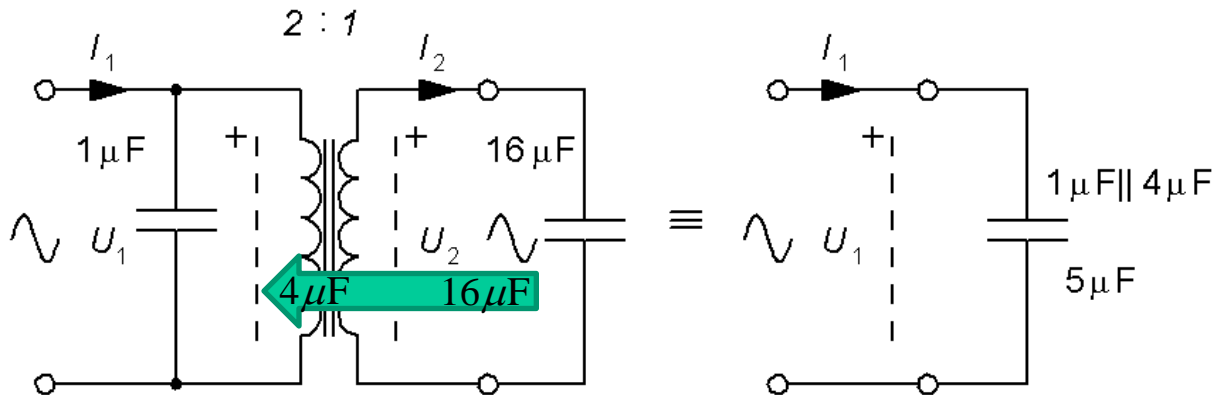
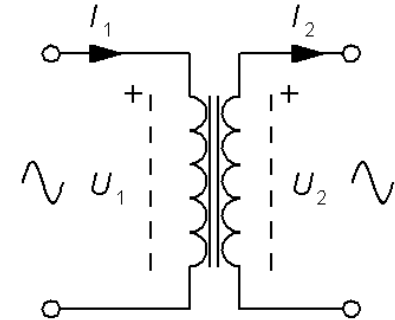
$$Z_2 = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow$$

$$Z_{1 \leftarrow 2} = \frac{1}{\omega C} \cdot 2^2 = \frac{1}{\omega(C/4)}$$

Överräkning

Vi har en transformator med spänningsomsättningen 240V/120V.

Man har två kondensatorer på $1\mu\text{F}$ och $16\mu\text{F}$. Hur ska man koppla för att få $5\mu\text{F}$?



$$Z_2 = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow$$

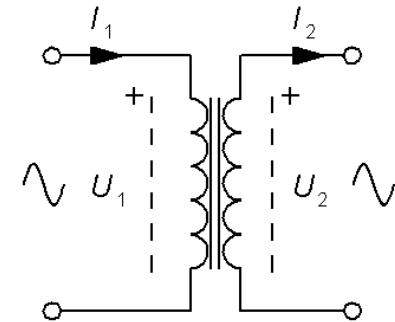
$$Z_{1 \leftarrow 2} = \frac{1}{\omega C} \cdot 2^2 = \frac{1}{\omega(C/4)}$$

William Sandqvist william@kth.se

17.3 *Två värden saknas?*

För en transformator i drift angavs följande data:

Primär			Sekundär		
N_1	U_1	I_1	N_2	U_2	I_2
600	225 V	?	200	?	9 A

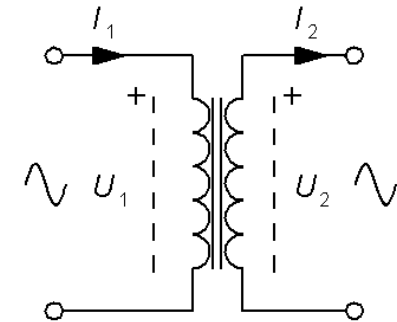


Beräkna de två värden som saknas. I_1 och U_2 .

17.3 *Två värden saknas?*

För en transformator i drift angavs följande data:

Primär			Sekundär		
N_1	U_1	I_1	N_2	U_2	I_2
600	225 V	3 A	200	75 V	9 A



Beräkna de två värden som saknas. I_1 och U_2 .

$$n = N_1/N_2 = 600/200 = 3$$

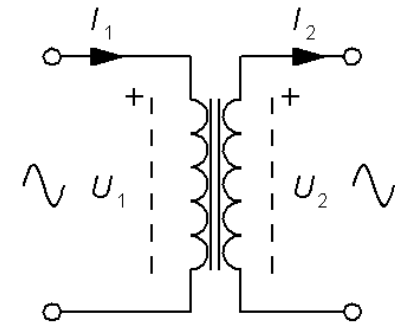
$$I_1 = \frac{1}{n} I_2 = \frac{9}{3} = 3$$

$$U_2 = \frac{1}{n} U_1 = \frac{225}{3} = 75$$

17.4 *Två värden saknas?*

För en transformator i drift angavs följande data:

Primär			Sekundär		
N_1	U_1	I_1	N_2	U_2	I_2
?	230 V	2 A	150	?	12 A

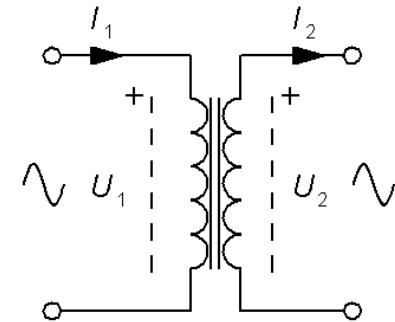


Beräkna de två värden som saknas. N_1 och U_2 .

17.4 *Två värden saknas?*

För en transformator i drift angavs följande data:

Primär			Sekundär		
N_1	U_1	I_1	N_2	U_2	I_2
900	230 V	2 A	150	38 V	12 A



Beräkna de två värden som saknas. N_1 och U_2 .

$$n = I_2/I_1 = 12/2 = 6$$

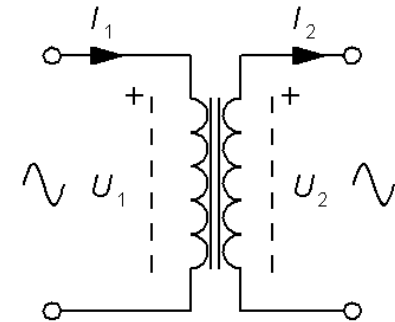
$$N_1 = N_2 \cdot n = 150 \cdot 6 = 900$$

$$U_2 = U_1/n = 230/6 = 38,3 \text{ V}$$

17.5 *Två värden saknas?*

För en transformator i drift angavs följande data:

Primär			Sekundär		
N_1	U_1	I_1	N_2	U_2	I_2
600	225 V	?	?	127 V	9 A

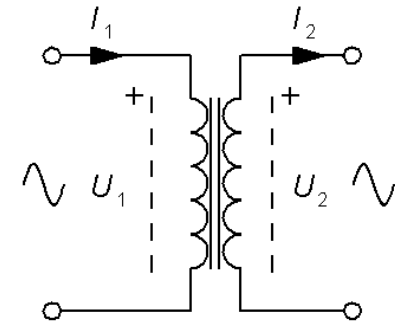


Beräkna de två värden som saknas. I_1 och N_2 .

17.5 Två värden saknas?

För en transformator i drift angavs följande data:

Primär			Sekundär		
N_1	U_1	I_1	N_2	U_2	I_2
600	225 V	5 A	339	127 V	9 A



Beräkna de två värden som saknas. I_1 och N_2 .

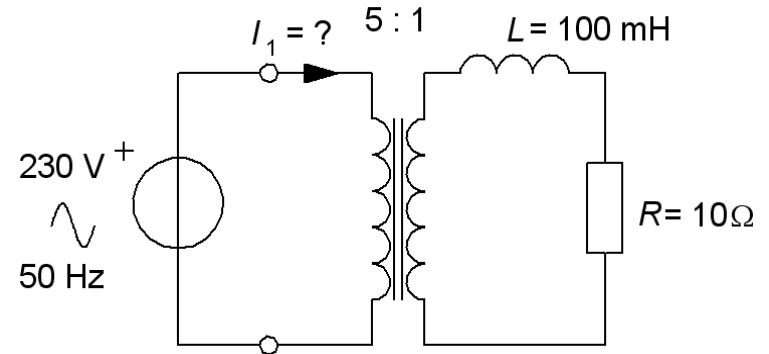
$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{225}{127} = 1,77 \Rightarrow N_2 = \frac{U_2}{U_1} N_1 = \frac{600 \cdot 127}{225} = 339$$

$$I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2 = \frac{339}{600} 9 = 5,08 \text{ A}$$

William Sandqvist william@kth.se

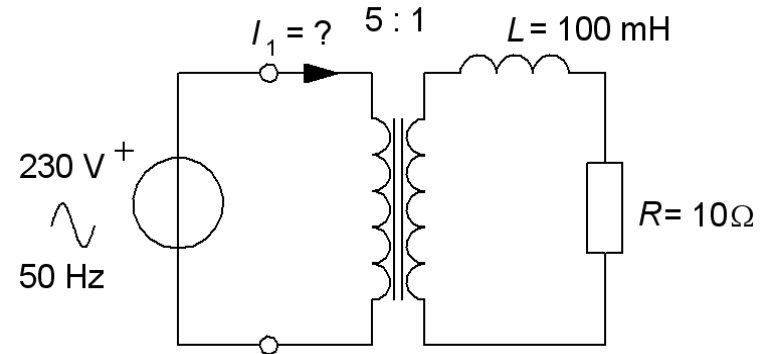
17.6 Transformator med komplex last

Beräkna strömmen I_1 .



17.6 Transformator med komplex last

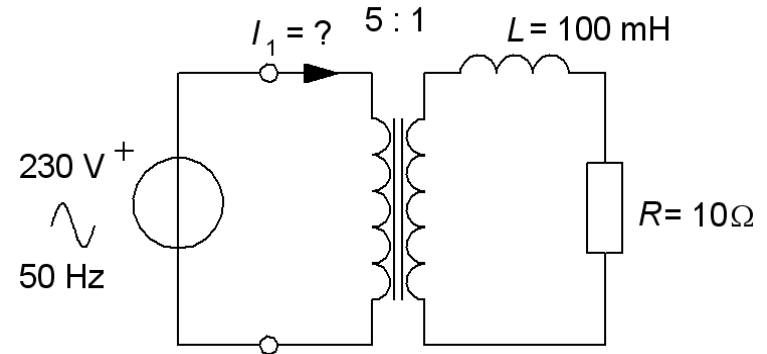
Beräkna strömmen I_1 .



$$\underline{Z}_2 = R + j\omega L = 10 + 2\pi 50 \cdot 0,1 \cdot j$$

17.6 Transformator med komplex last

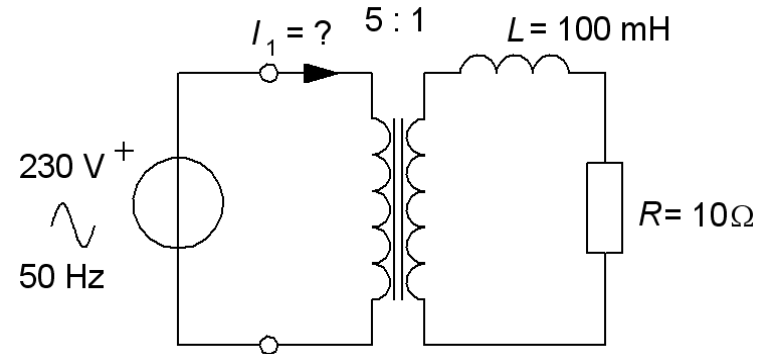
Beräkna strömmen I_1 .



$$\underline{Z}_2 = R + j\omega L = 10 + 2\pi 50 \cdot 0,1 \cdot j \Rightarrow \underline{Z}_{1\leftarrow 2} = (10 + 10\pi \cdot j) \cdot \left(\frac{5}{1}\right)^2 = 250 + 250\pi \cdot j$$

17.6 Transformator med komplex last

Beräkna strömmen I_1 .

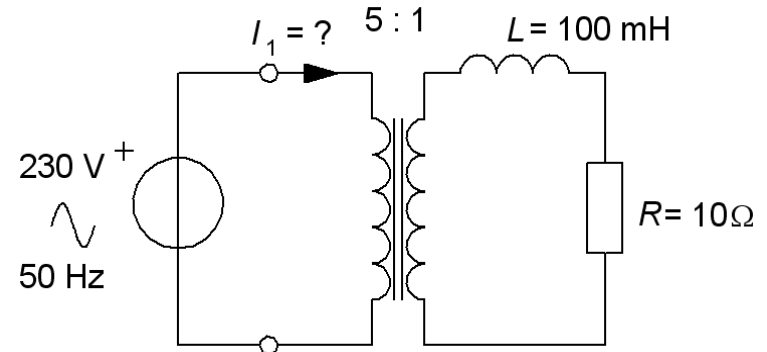


$$\underline{Z}_2 = R + j\omega L = 10 + 2\pi 50 \cdot 0,1 \cdot j \Rightarrow \underline{Z}_{1\leftarrow 2} = (10 + 10\pi \cdot j) \cdot \left(\frac{5}{1}\right)^2 = 250 + 250\pi \cdot j$$

$$\underline{I}_1 = \frac{U}{\underline{Z}_1} = \frac{230}{250 + 250\pi \cdot j} = \frac{230}{250 \cdot (1 + \pi \cdot j)} \cdot \frac{(1 - \pi \cdot j)}{(1 - \pi \cdot j)} = 0,085 - 0,27 \cdot j$$

17.6 Transformator med komplex last

Beräkna strömmen I_1 .



$$\underline{Z}_2 = R + j\omega L = 10 + 2\pi 50 \cdot 0,1 \cdot j \Rightarrow \underline{Z}_{1 \leftarrow 2} = (10 + 10\pi \cdot j) \cdot \left(\frac{5}{1}\right)^2 = 250 + 250\pi \cdot j$$

$$\underline{I}_1 = \frac{U}{\underline{Z}_1} = \frac{230}{250 + 250\pi \cdot j} = \frac{230}{250 \cdot (1 + \pi \cdot j)} \cdot \frac{(1 - \pi \cdot j)}{(1 - \pi \cdot j)} = 0,085 - 0,27 \cdot j$$

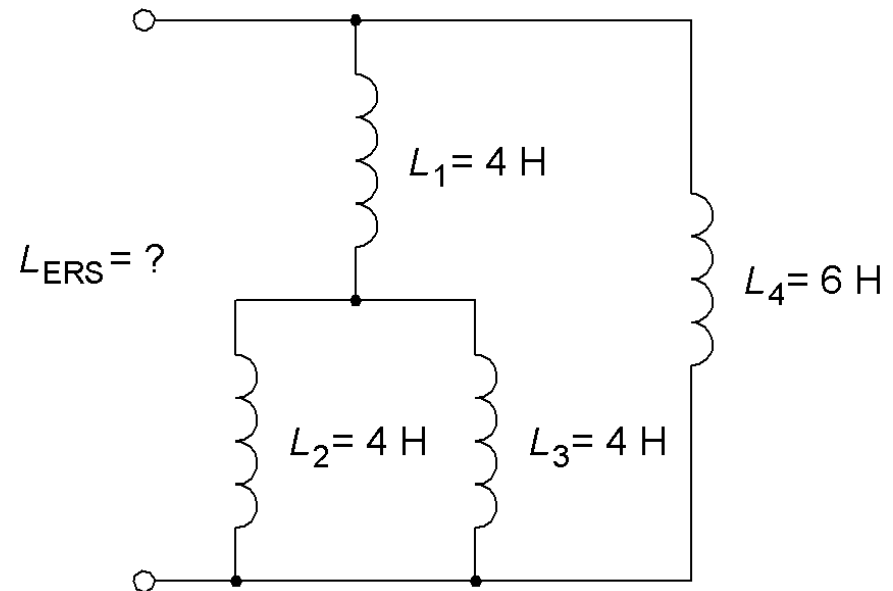
$$I_1 = \sqrt{0,085^2 + 0,27^2} = 0,28 \text{ A}$$

Beloppet transformeras över, fasvinkeln blir oförändrad.

William Sandqvist william@kth.se

Repris: Serie och parallellkoppling av induktorer

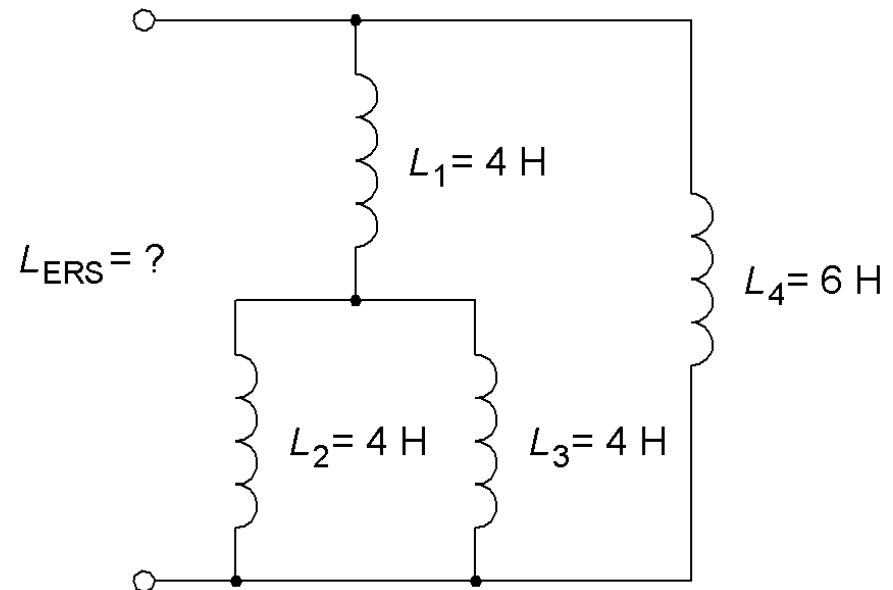
Under förutsättningen att inga av spolarna delar magnetiska kraftlinjer med varandra, utan är helt av varandra **oberoende komponenter**, kan man behandla serie- och parallellkopplade induktanser **precis som om de vore resistorer**.



Repris: Serie och parallellkoppling av induktorer

Under förutsättningen att inga av spolarna delar magnetiska kraftlinjer med varandra, utan är helt av varandra **oberoende komponenter**, kan man behandla serie- och parallellkopplade induktanser **precis som om de vore resistorer**.

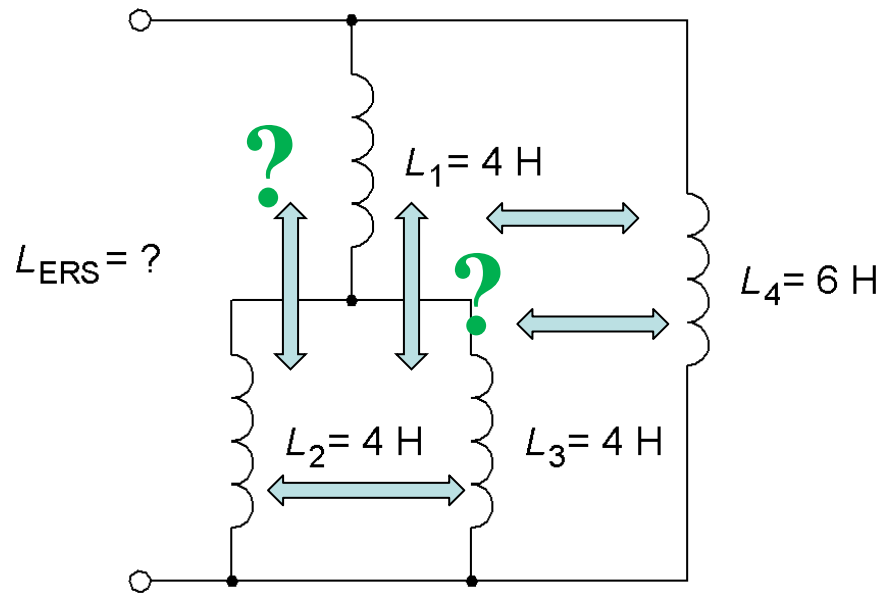
$$L_{\text{ERS}} = \frac{\left(4 + \frac{4 \cdot 4}{4 + 4}\right) \cdot 6}{4 + \frac{4 \cdot 4}{4 + 4} + 6} = 3 \text{ H}$$



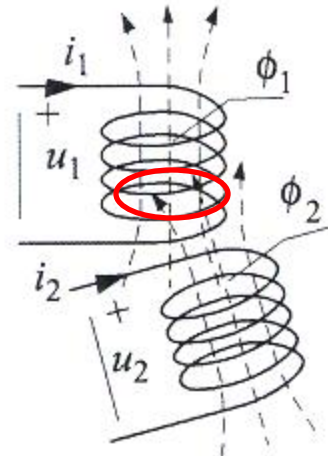
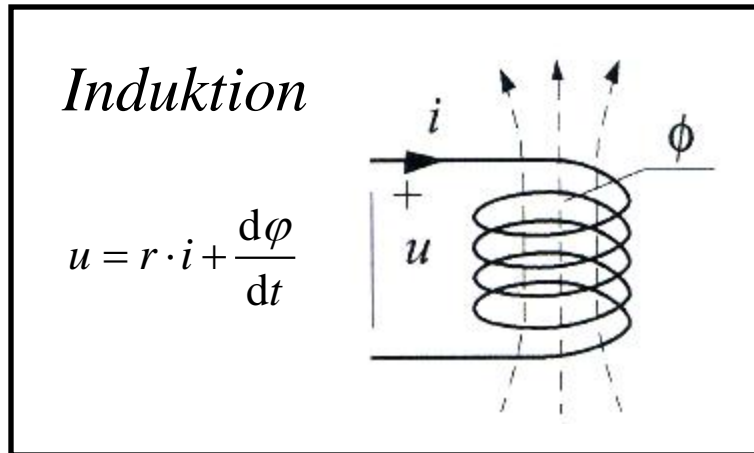
Serie och parallellkoppling av induktorer?

Vi har tidigare studerat serie och parallellkopplade spolar som om de vore helt **oberoende komponenter** som *inte* delat magnetiska kraftlinjer med varandra.

Här behandlas nu spolar med sammanlänkat flöde



Induktiv koppling



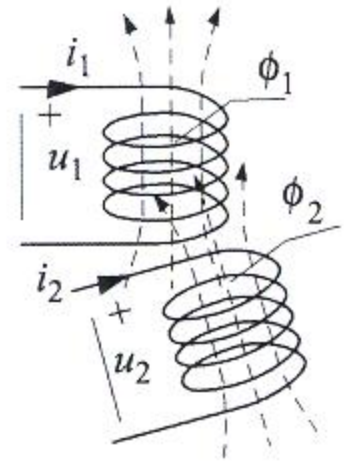
En del av flödet i spole 1 är **sammanlänkat** med flöde från spole 2.

$$u_1 = r_1 \cdot i_1 + \frac{d\phi_1}{dt} \quad \phi_1 = i_1 \cdot L_1 + i_2 \cdot M$$

På samma sätt:

$$u_2 = r_2 \cdot i_2 + \frac{d\phi_2}{dt} \quad \phi_2 = i_2 \cdot L_2 + i_1 \cdot M$$

Induktiv koppling



$\pm M$ kallas för ömsinduktansen

$$u_1 = r_1 \cdot i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = r_2 \cdot i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

$j\omega$ -metoden:

$$U_1 = r_1 \cdot I_1 + j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2$$

$$U_2 = r_2 \cdot I_2 + j\omega L_2 I_2 + j\omega M I_1$$

En ideal transformator har
kopplingsfaktorn $k = 1$ (100%)

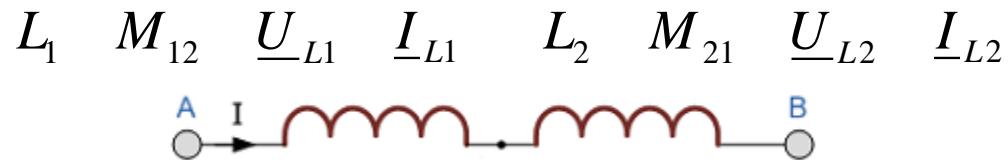
Kopplingsfaktorn:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

Kopplingsfaktorn anger hur stor del av flödet en spole har gemensamt med en annan spole

Seriekopplade med ömsesidig induktans

Härledning:



$$\underline{U}_{L1} = j\omega L_1 \underline{I}_{L1} \pm j\omega M_{12} \underline{I}_{L2} \quad \underline{U}_{L2} = j\omega L_2 \underline{I}_{L2} \pm j\omega M_{21} \underline{I}_{L1}$$

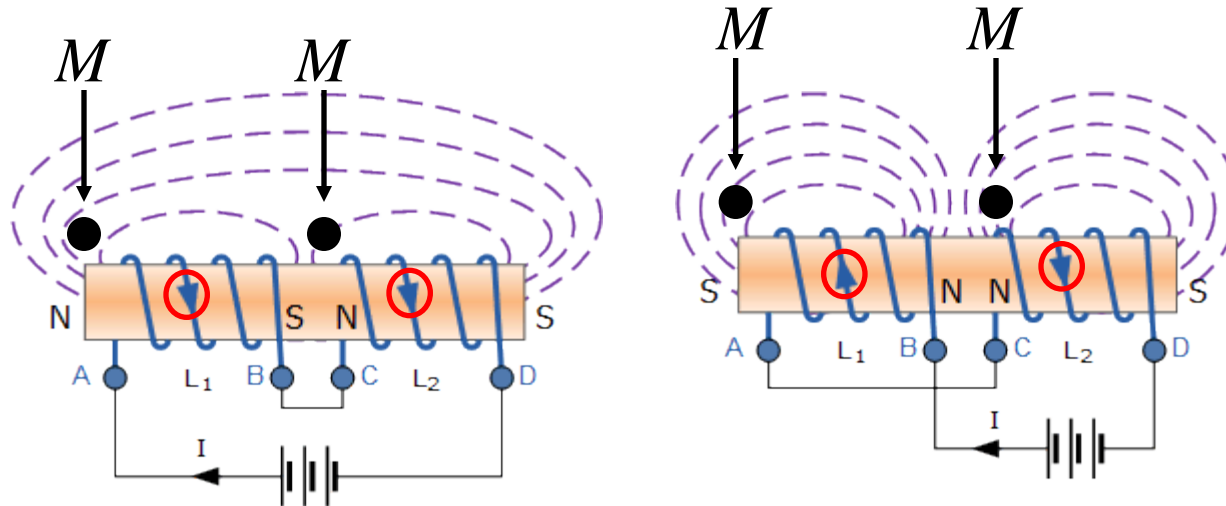
Seriekoppling innebär *samma* ström

$$\underline{I}_{L1} = \underline{I}_{L2} = \underline{I} \quad \underline{U} = \underline{U}_{L1} + \underline{U}_{L2} \quad M_{12} = M_{21} = M \quad \Rightarrow$$

$$\underline{U} = \underline{I} \cdot j\omega(L_1 \pm M + L_2 \pm M)$$

$$\frac{\underline{U}}{\underline{I}} = j\omega(L_1 + L_2 \pm 2M)$$

Seriekopplade med ömsesidig induktans



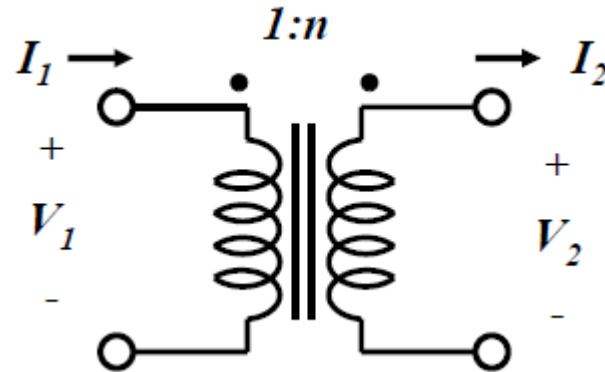
Seriekoppling innebär samma ström $I_1 = I_2 = I$

$$L_{TOT} = L_1 + L_2 + 2M$$

$$L_{TOT} = L_1 + L_2 - 2M$$

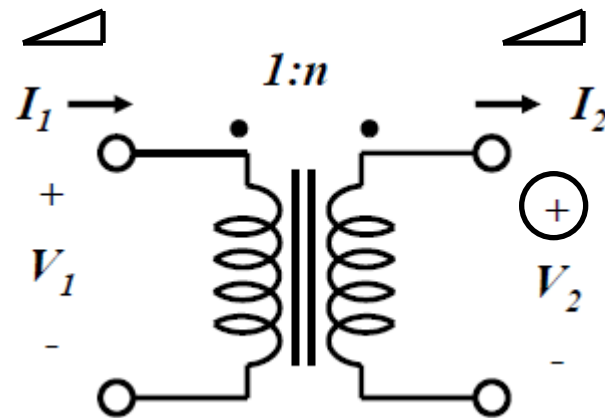
M kan bidra eller motverka till flödet, detta ger \pm tecken. Därför brukar spolars lindningspolaritet anges med ”punkt konvention” (dot convention) i schemor.

”Dot” convention



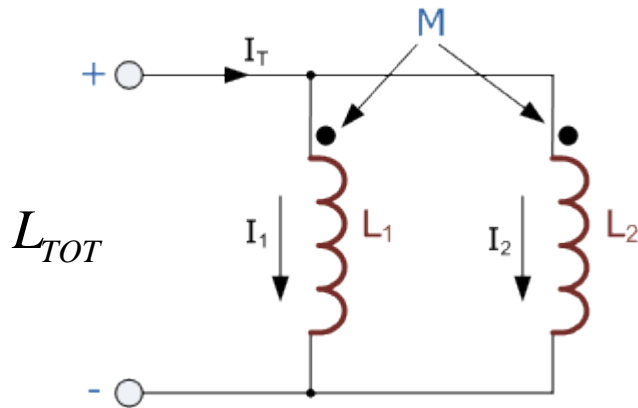
En växande ström *in* i en punkt (dot) leder till inducerade spänningar riktade så att de skulle ge växande strömmar *ut* ur andra punkter

”Dot” convention



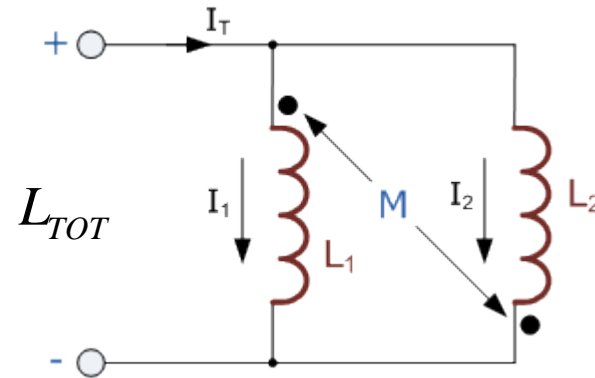
En växande ström ***in*** i en punkt (dot) leder till inducerade spänningar riktade så att de skulle ge växande strömmar ***ut*** ur andra punkter

Parallellkopplade med ömsesidig induktans



Parallellkopplade spolar

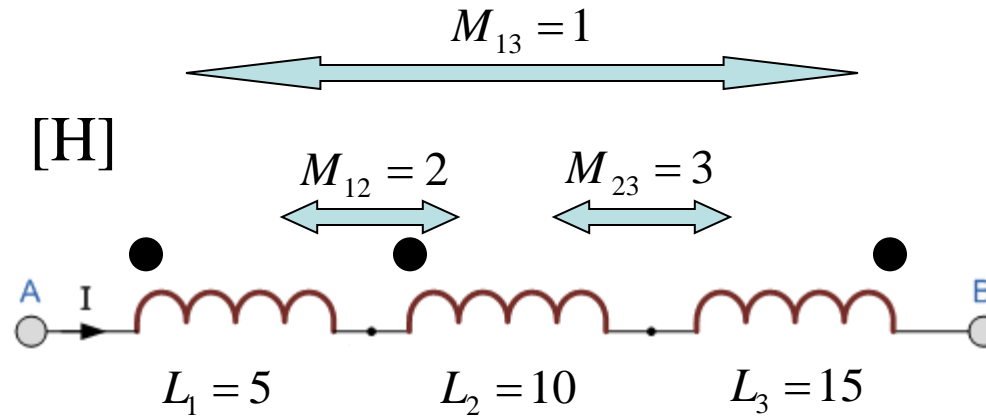
$$L_{TOT} = \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$$



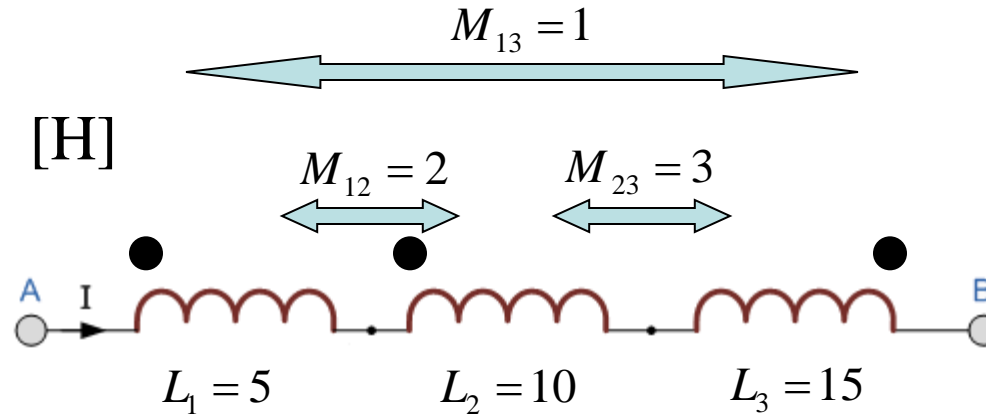
Antiparallellkopplade spolar

$$L_{TOT} = \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}$$

Ex. 17.7 Seriekoppling



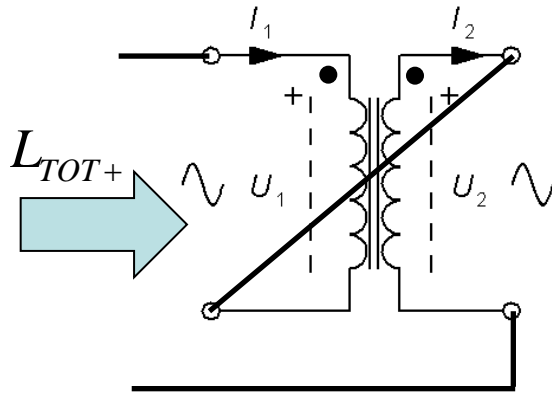
Ex. 17.7 Seriekoppling



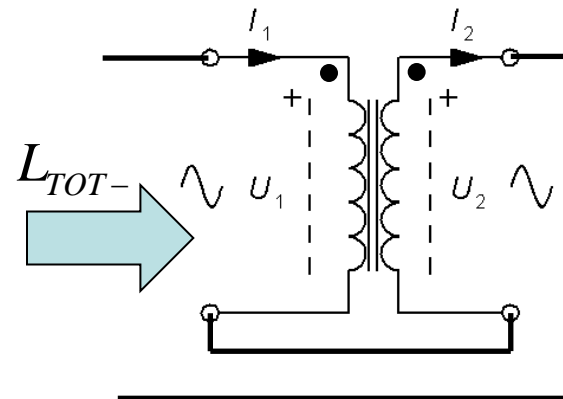
$$\begin{aligned}
 L_{\text{TOT}} &= \\
 &L_1 + M_{12} - M_{13} + \\
 &L_2 + M_{12} - M_{23} + \\
 &L_3 - M_{23} - M_{13} = \\
 &= 5 + 2 - 1 + 10 + 2 - 3 + 15 - 3 - 1 = 26 \text{ [H]}
 \end{aligned}$$

William Sandqvist william@kth.se

Att mäta ömsinduktansen?

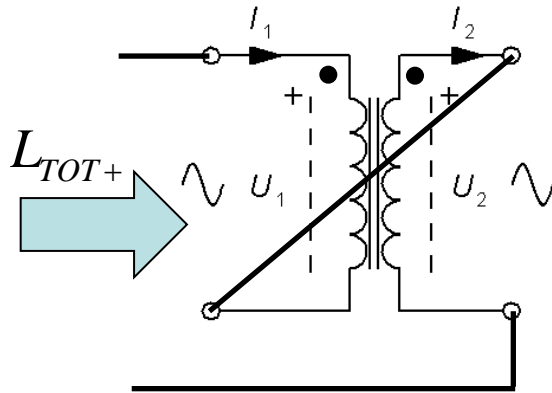


$$L_{TOT+} = L_1 + L_2 + 2M$$

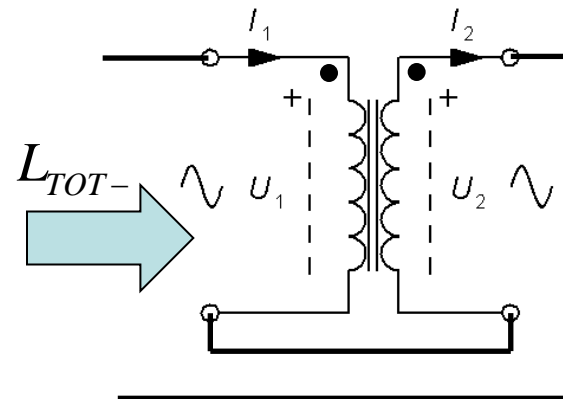


$$L_{TOT-} = L_1 + L_2 - 2M$$

Att mäta ömsinduktansen?



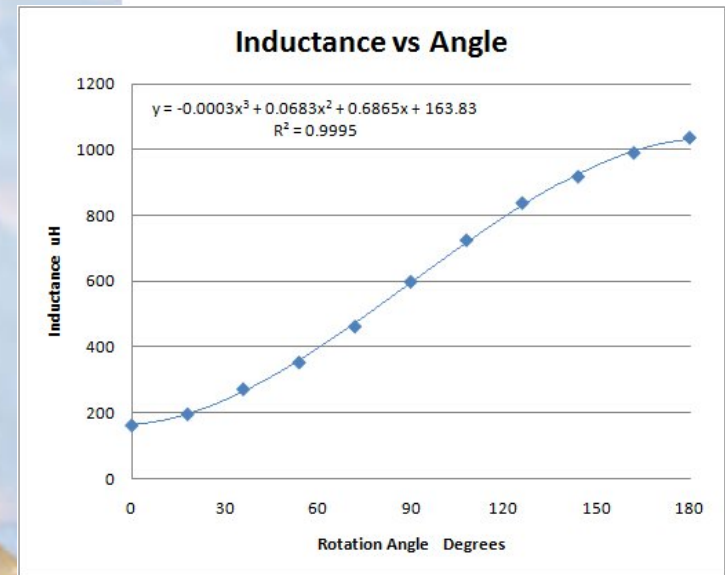
$$L_{TOT+} = L_1 + L_2 + 2M$$



$$L_{TOT-} = L_1 + L_2 - 2M$$

$$M = \frac{L_{TOT+} - L_{TOT-}}{4}$$

Variometer (till en antik radio)



$$L_{TOT} = L_1 + L_2 \pm 2M$$

$$M = f(\alpha)$$



William Sandqvist william@kth.se