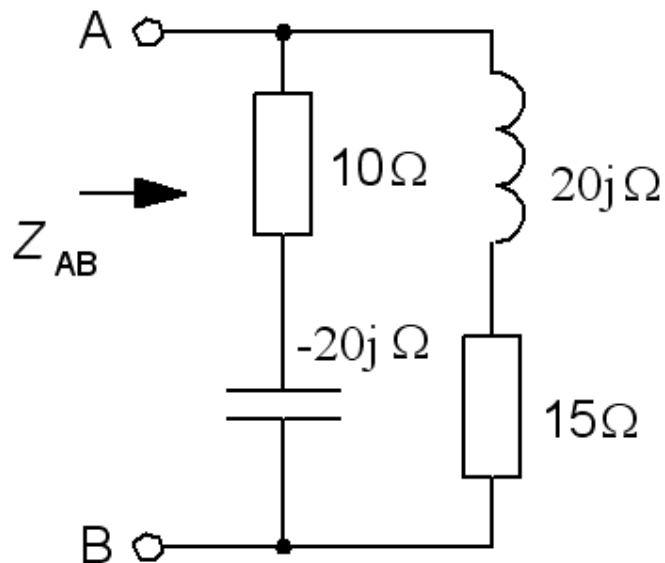


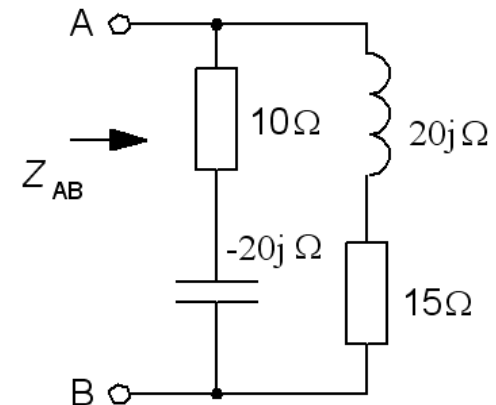
13.6 Komplex impedans

Bestäm den komplexa impedansen Z_{AB} för nätet.



13.6 Komplex siffräkning ...

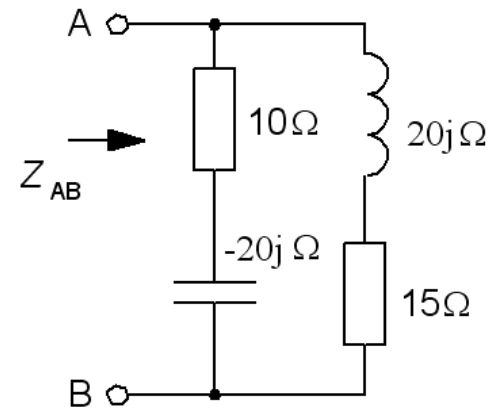
$$\begin{aligned} \underline{Z}_{AB} &= \frac{(15 + j20) \cdot (10 - j20)}{15 + j20 + 10 - j20} = \\ &= \frac{550 - j100}{25} = \\ &= 22 - j4 \text{ } [\Omega] \end{aligned}$$



Här slapp vi förlänga med nämnarens komplexkonjugat, det brukar annars göra beräkningarna jobbiga ...

13.6 Komplex sifterräkning ...

$$\underline{Z}_{AB} = \frac{(15 + j20) \cdot (10 - j20)}{15 + j20 + 10 - j20} =$$

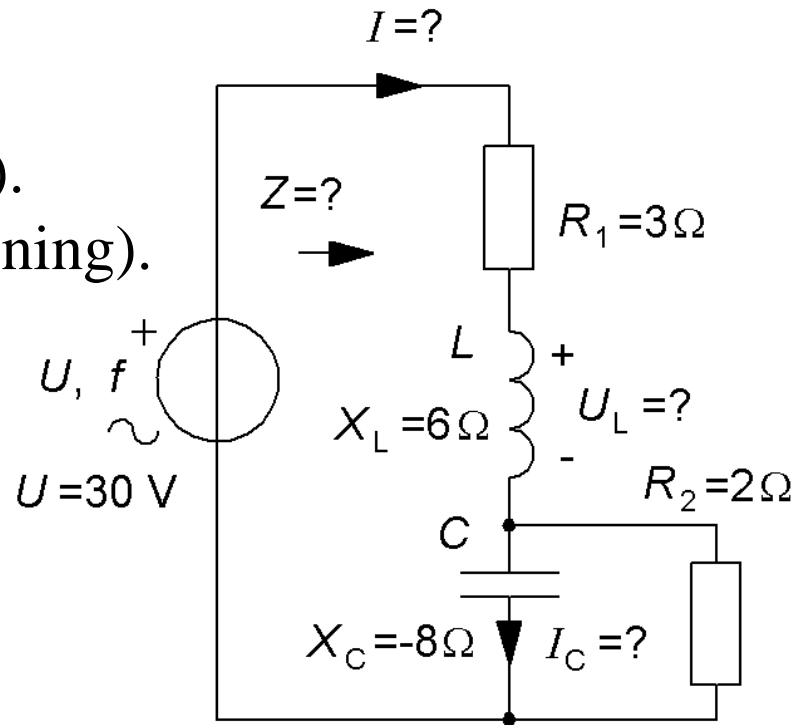


Online Scientific
Calculator

William Sandqvist william@kth.se

13.9 Ex. med ”jobbiga” beräkningar!

- Beräkna impedansen Z .
- Beräkna strömmen I .
- Beräkna I_C (strömgrening).
- Beräkna U_L (spänningsdelning).

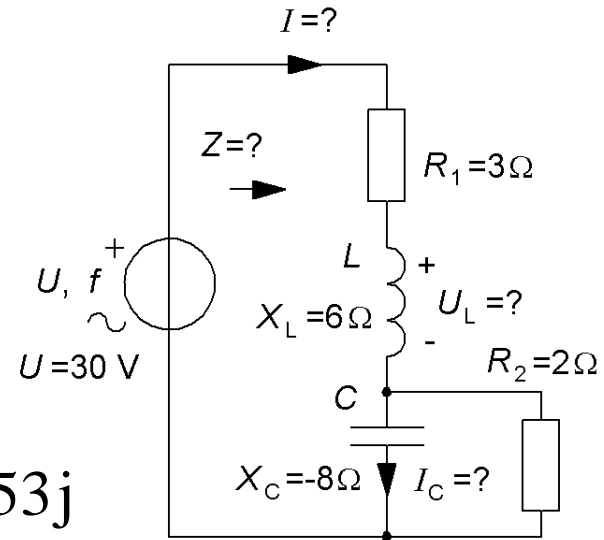


13.9 Beräkna impedansen Z

$$\underline{Z}_{R\parallel C} = \frac{2 \cdot (-8j)}{2 - 8j} \cdot \frac{(2 + 8j)}{2 + 8j} =$$
$$= 1,88 - 0,47j$$

$$\underline{Z} = R_1 + jX_L + \underline{Z}_{R\parallel C} =$$
$$= 3 + 6j + (1,88 - 0,47j) = 4,88 + 5,53j$$

$$Z = \sqrt{4,88^2 + 5,53^2} = 7,38 \Omega$$

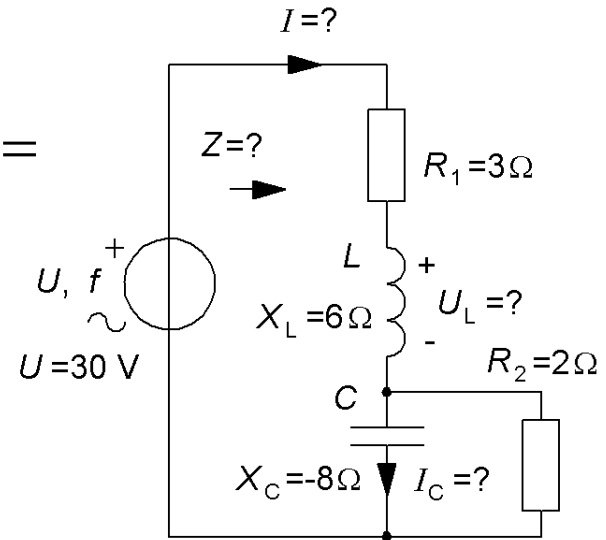


13.9 Beräkna strömmen I

Vi låter U vara riktfas, reell

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{30}{4,88 + 5,53j} \cdot \frac{(4,88 - 5,53j)}{(4,88 - 5,53j)} =$$
$$= \frac{146,5 - 165,9j}{4,88^2 + 5,53^2} = 2,7 - 3j$$

$$I = \sqrt{2,7^2 + 3^2} = 4 \text{ A}$$

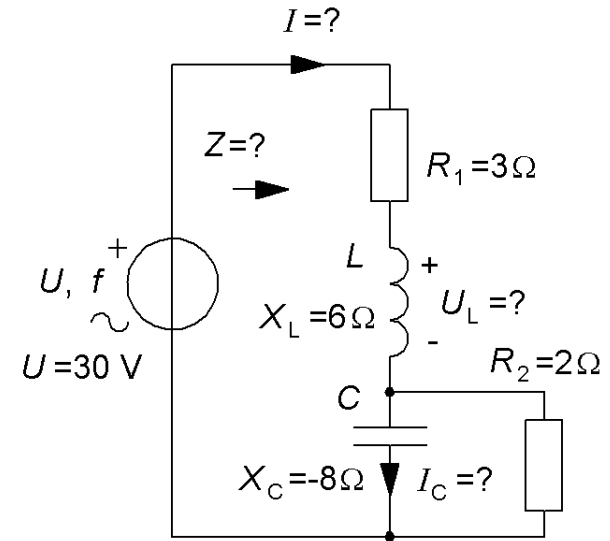


13.9 Beräkna strömmen I_C

$$\underline{I}_C = \underline{I} \frac{R_2}{R_2 + jX_C} = (2,7 - 3j) \cdot \frac{2}{2 - 8j} =$$

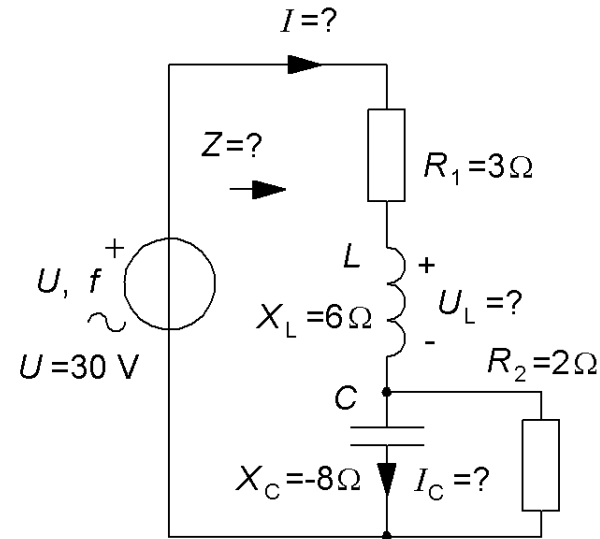
$$= \frac{(2,7 - 3j) \cdot 2 \cdot (2 + 8j)}{2 - 8j} \cdot \frac{(2 + 8j)}{(2 + 8j)} = 0,86 + 0,46j$$

$$I_C = \sqrt{0,86^2 + 0,46^2} = 0,98 \text{ A}$$



13.9 U_L komplexkonjugat metoden?

$$\begin{aligned} \underline{U}_L &= U \frac{jX_L}{jX_L + \underline{Z}_{R||C} + R_1} = \\ &= 30 \frac{6j}{6j + (1,88 - 0,47j) + 3} = \\ &= 30 \frac{6j}{4,88 + 5,53j} \cdot \frac{(4,88 - 5,53j)}{(4,88 - 5,53j)} = 18,3 + 16,2j \end{aligned}$$



$$U_L = \sqrt{18,3^2 + 16,2^2} = 24,4\text{ V}$$

Belopp och fasvinkel

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 \quad |\underline{Z}| = |\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2| = |\underline{Z}_1| \cdot |\underline{Z}_2| \quad \arg(\underline{Z}) = \arg(\underline{Z}_1) + \arg(\underline{Z}_2)$$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} \quad |\underline{Z}| = \frac{|\underline{Z}_1|}{|\underline{Z}_2|} \quad \arg(\underline{Z}) = \arg(\underline{Z}_1) - \arg(\underline{Z}_2)$$

13.9 U_L belopp \angle fasvinkel metoden?

Belopp \angle fasvinkel metoden ger ofta enklare räkningar, men numera klarar de flesta matematikprogram komplexa tal direkt ...

$$\begin{aligned}\underline{U}_L &= U \frac{jX_L}{jX_L + \underline{Z}_{R||C} + R_1} = 30 \frac{6j}{6j + (1,88 - 0,47j) + 3} = \\ &= 30 \frac{6j}{4,88 + 5,53j} = 30 \frac{6}{\sqrt{4,88^2 + 5,53^2}} \angle \frac{90^\circ}{\arctan\left(\frac{5,53}{4,88}\right)} = \\ &= 30 \frac{6}{7,38} \angle (90^\circ - 48,6^\circ) = 24,4 \angle 41,4^\circ\end{aligned}$$

$$U_L = 24,4 \text{ V}$$

William Sandqvist william@kth.se

OHM's lag komplext

Komplexa visare. OHM's lag för Z .

$$\boxed{\underline{U} = \underline{I} \cdot \underline{Z}} \quad \underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} \quad \varphi = \arg(\underline{Z}) = \arg\left(\frac{\underline{U}}{\underline{I}}\right) = \arg(\underline{U}) - \arg(\underline{I})$$

$$\operatorname{Re}[\underline{U}] = \operatorname{Re}[\underline{I} \cdot \underline{Z}] \quad \arg(\underline{Z}) = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}[\underline{Z}]}{\operatorname{Re}[\underline{Z}]}\right) = \arctan\left(\frac{X}{R}\right)$$

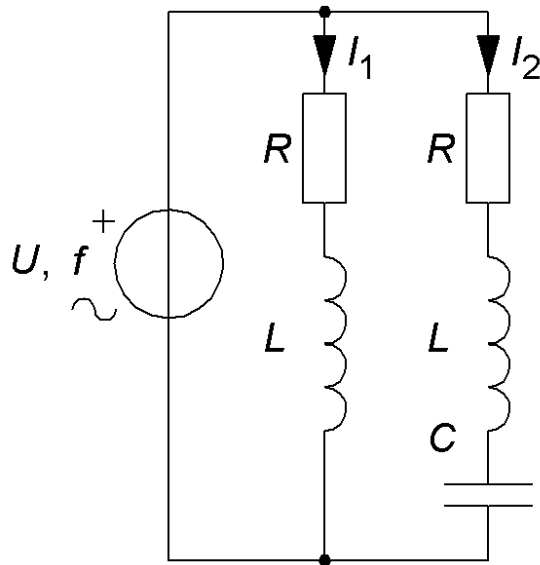
$$\operatorname{Im}[\underline{U}] = \operatorname{Im}[\underline{I} \cdot \underline{Z}]$$

*I själva verket blir det fyra användbara samband
– allt i ett!
Re, Im, Abs, Arg - Ett kinderägg?*



AC-motorn = demonstrationsräkning

Växelströmsmotorer kan *inte* starta med bara enfas – åtminstone tvåfas (sin+cos) krävs. "Enfas"-motorer har två lindningar och en kondensator C som ska vrida fasläget så att strömmarna genom lindningarna blir vinkelräta. (sin+cos). Hur stor kapacitans ska C ha?

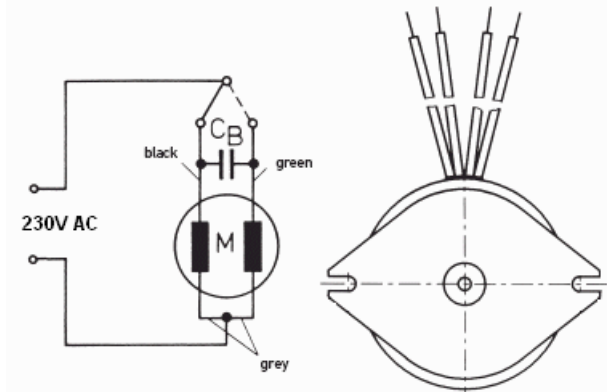


$$U = 220 \text{ V}, 50 \text{ Hz}$$

Välj C så att

$$I_1 \perp I_2$$

Enfas växelströmsmotor



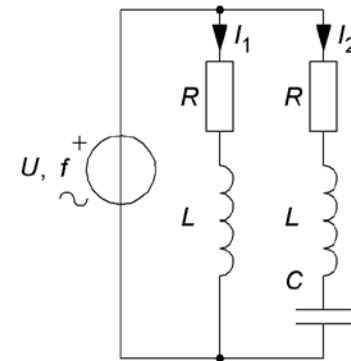
Rotationsriktningen ändras genom att kondensatorn C_B kopplas om.

AC-motorn

Fasskillnaden mellan I_1 och I_2 ska vara 90° .

$$\arg(\underline{I}_2) - \arg(\underline{I}_1) = 90^\circ \Leftrightarrow \arg\left(\frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1}\right) = 90^\circ$$

$$\operatorname{Re}\left[\frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1}\right] = 0$$



Att fasskillnaden mellan strömmarna ska vara 90° kan omformuleras som att kvoten mellan strömmarna ska vara rent imaginär, dvs sakna realdel.

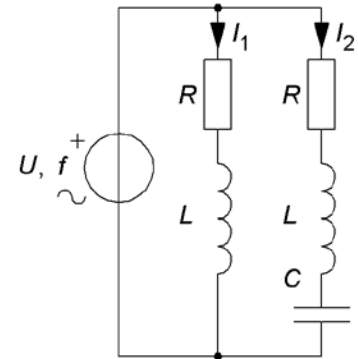
(Grenen med I_2 ligger *före* grenen med I_1 i fas eftersom den också innehåller en kondensator, vi vill ha en positiv fasskillnad och detta avgör i vilken ordning vi tar skillnaden mellan strömmarnas faslägen).

AC-motorn

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{R + j\omega L} \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

$$\frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1} = \frac{(R + j\omega L)}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \cdot \frac{(\omega C)}{(\omega C)} = \frac{\omega C \cdot (R + j\omega L)}{R\omega C + j(\omega^2 LC - 1)} =$$

$$= \frac{\omega C \cdot (R + j\omega L) \cdot (R\omega C - j(\omega^2 LC - 1))}{(R\omega C)^2 + (\omega^2 LC - 1)^2}$$



”Plocka ut” alla termer som bidrar till realdelen och undersök hur realdelen ska kunna bli ”0”.

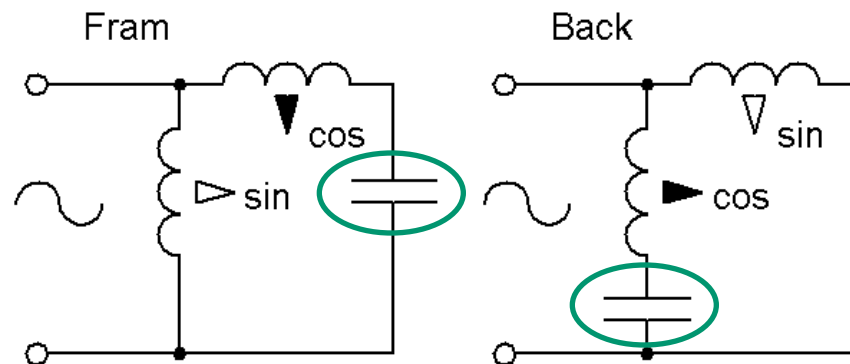
Observera att nämnaren $N > 0$.

$$\frac{R^2 C + \omega^2 L^2 C - L}{N} = 0 \Rightarrow \boxed{C = \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

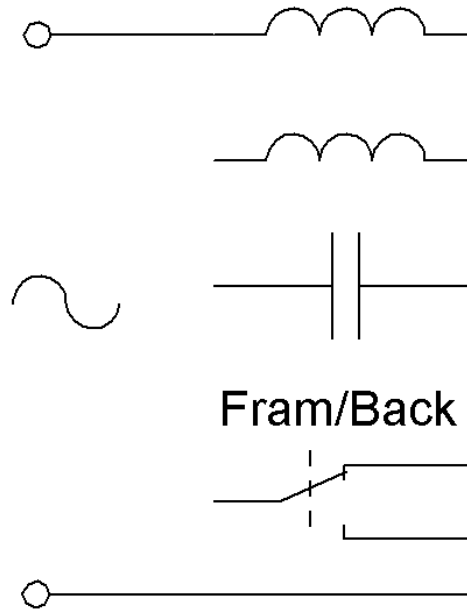
AC-motorns rotationsriktning

Cw

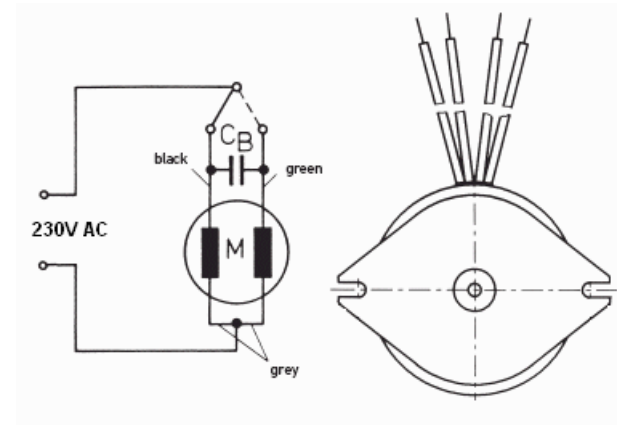
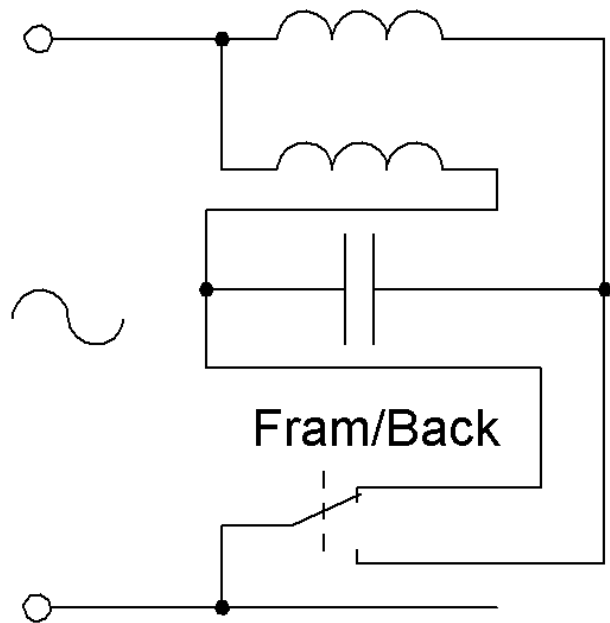
Ccw



Hur kopplar man?



AC-motorn



William Sandqvist william@kth.se