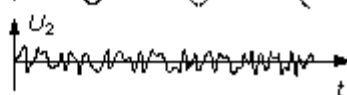
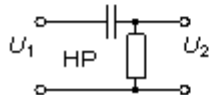
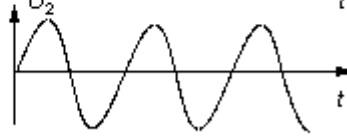
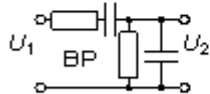
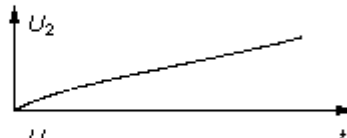
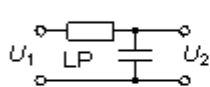
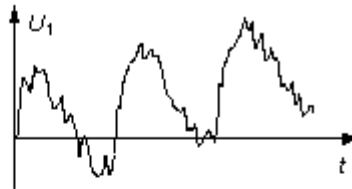
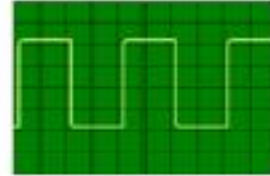
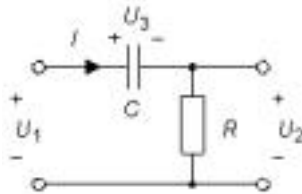


Ellära övningshäfte

för IF1330



Ersättningsresistans, Resistivitet och resistorers temperaturberoende, Serie – parallell kretsar, Vridspoleinstrument, Batterier, Kirchoffs strömlag, Kirchoffs lagar, Nodanalys – potential, Tvåpolssatsen, Magneter – magnetiska kretsar, Transienter, Visare, $j\omega$ -metoden, Växelströmseffekt, Resonans, Filter, Transformator, Induktiv koppling.

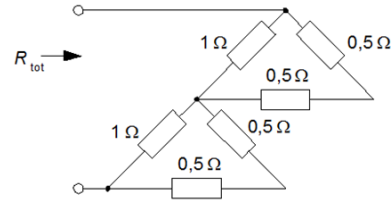
© William Sandqvist 2012

Ersättningsresistans

1.1

Hur stor blir ersättningsresistansen R_{tot} för detta nät? (Givet resistorer med resistansvärdena $1\ \Omega$ och $0,5\ \Omega$ kopplade enligt figuren).

$$R_{tot} = ? [\Omega]$$



1.2

Hur stor blir ersättningsresistansen R_{tot} för detta nät?

Givet:

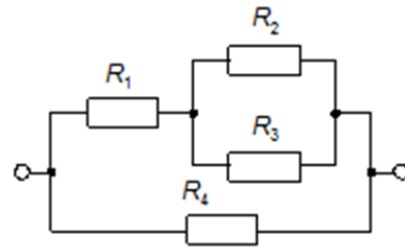
$$R_1 = 1\ \Omega$$

$$R_2 = 21\ \Omega$$

$$R_3 = 42\ \Omega$$

$$R_4 = 30\ \Omega$$

$$R_{tot} = ? [\Omega]$$

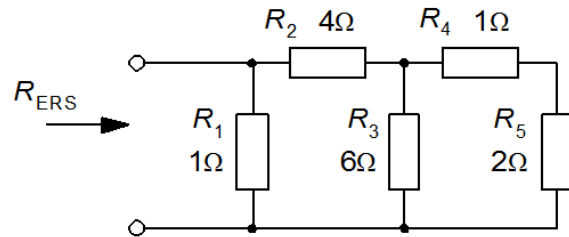


1.3

Hur stor blir ersättningsresistansen R_{ERS} för detta nät.

$$R_1 = 1\ \Omega, R_2 = 4\ \Omega, R_3 = 6\ \Omega, R_4 = 1\ \Omega, R_5 = 2\ \Omega$$

$$R_{ERS} = ? [\Omega]$$

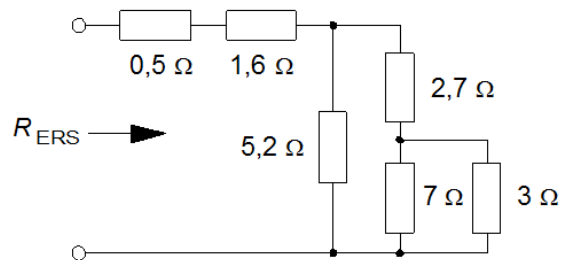


1.4

Beräkna ersättningsresistansen R_{ERS} för detta nät.

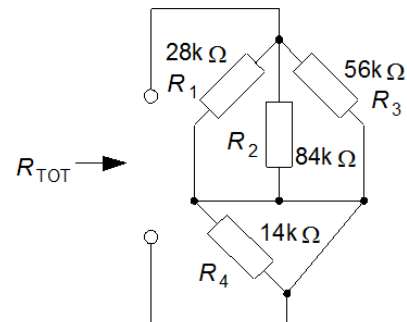
Resistorerna har värdena $0,5\ \Omega$, $1,6\ \Omega$, $5,2\ \Omega$, $2,7\ \Omega$, $7\ \Omega$ och $3\ \Omega$. Se figur.

$$R_{ERS} = ? [\Omega]$$



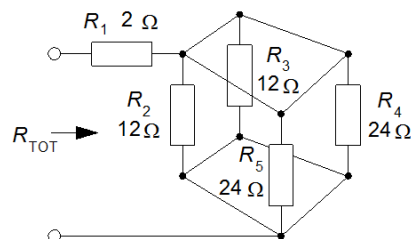
1.5

Hur stor blir ersättningsresistansen R_{tot} för detta nät bestående av 4 st motstånd?



1.6

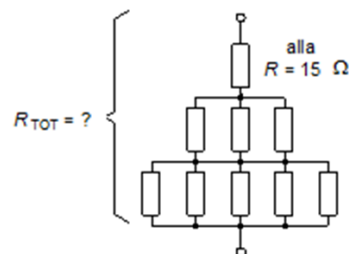
Hur stor blir ersättningsresistansen R_{TOT} för detta nät bestående av 5 st ihoplödda motstånd?



1.7

Man bygger en "pyramid" av resistorer med $R = 15 \Omega$. Se figuren.

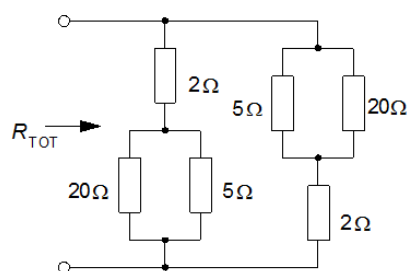
Hur stor blir ersättningsresistansen R_{TOT} ?



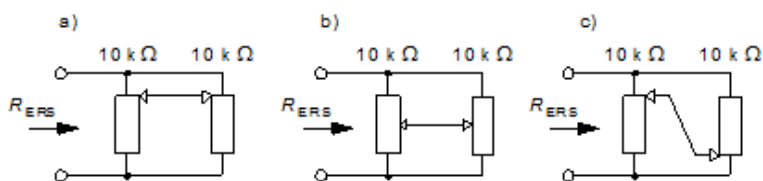
1.8

Hur stor blir ersättningsresistansen R_{TOT} för detta nät bestående av 6 st motstånd?

$R_{TOT} = ? [\Omega]$



1.9



Två potentiometrar med totalresistansen $10 \text{ k}\Omega$ är hopkopplade som figuren visar. Hur stor blir ersättningsresistansen när:

- a) båda potentiometrarna står i övre ändläget. $R_{ERS} = ? [\Omega]$
- b) båda potentiometrarna står i mittläget. $R_{ERS} = ? [\Omega]$
- c) den ena potentiometern står i övre ändläget, den andra i nedre ändläget. $R_{ERS} = ? [\Omega]$

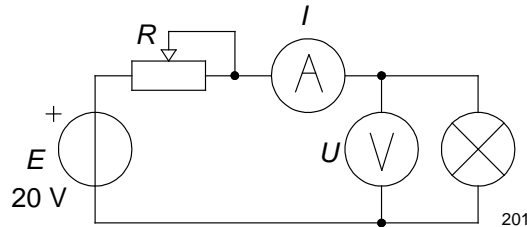
Resistivitet och resistorers temperaturberoende

2.1

U [V]	1	2	4	6	8	10	12	14	16	18
I [mA]	17	30	53	74	91	107	119	130	141	150
R_L [Ω]	58,8									
t [$^\circ$]	25									

En glödlampa med wolframtråd anslöts till ett spänningsaggregat $E = 20$ V. Man noterade sammanhörande värden på spänning och ström under det att man varierade R . Se tabell.

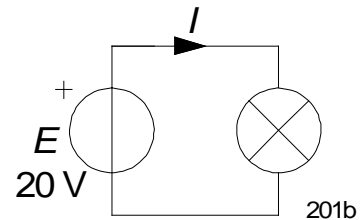
- Vilken resistans R_L har Wolframtråden vid 10 V?
- Vilken temperatur har Wolframtråden vid 10 V?
- Vilket värde (ungefär) ska den varierbara resistorn R ha för att trådens temperatur ska bli 184 $^\circ\text{C}$?



(Det räcker förmodligen med att fylla i en *mindre del* av tabellen för att kunna beräkna R)

2.2

Med en strålningstermometer kan man beröringsfritt mäta temperatur. För att kontrollera en sådan termometer riktade man den mot en lysande glödlampa och den visade då temperaturen 280 $^\circ\text{C}$. Glödlampans hade Wolframtråd och matades med spänningen 20 V. Den förbrukade $0,11$ A. Tidigare hade man mätt upp den kalla lampans resistans vid rumstemperaturen 22 $^\circ\text{C}$ till 98 Ω .



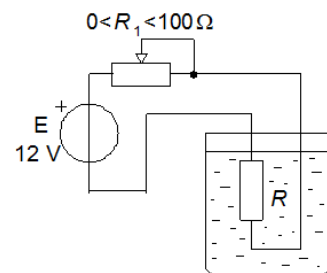
Beräkna glödtrådens temperatur [$^\circ\text{C}$] och svara på om strålningstermometern visade rätt [rätt/fel].

2.3

En doppvärmare, med resistansen $R = 50$ Ω vid rumstemperaturen 25 $^\circ\text{C}$, används tillsammans med ett justerbart motstånd R_1 , inställbart mellan 0 och 100 Ω .

Doppvärmarens motståndstråd är tillverkad av Nickel. De två resistorerna är anslutna till en stabil spänningskälla $E = 12$ V. Se figur.

- Man justerar R_1 tills vattnet börjar koka (100 $^\circ\text{C}$). Vilket värde har resistansen R då? $R = ?$ [Ω]

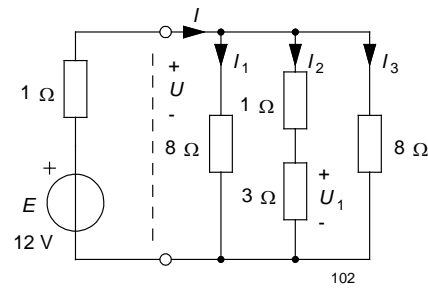


- Man läser av $R_1 = 25$ Ω . Vilken värmeeffekt tillförs då vattnet via R ? $P = ?$ [W]

Serie – parallell kretsar

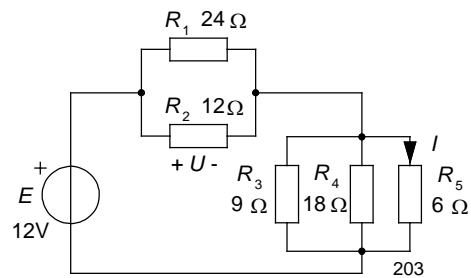
3.1

- Beräkna den resulterande resistansen R_{RES} för de tre parallellkopplade grenarna.
- Beräkna strömmen I och spänningen U .
- Beräkna de tre belastningsströmmarna I_1 , I_2 och I_3 samt spänningen U_1 över 3Ω -motståndet.



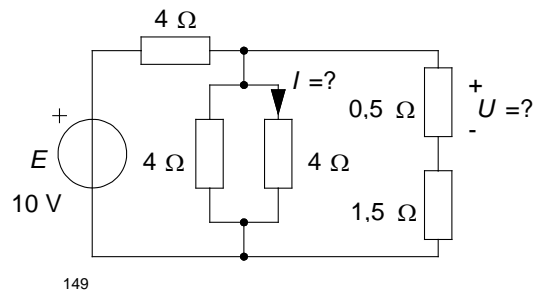
3.2

Beräkna strömmen I och spänningen U för figurens serie-parallellkrets.



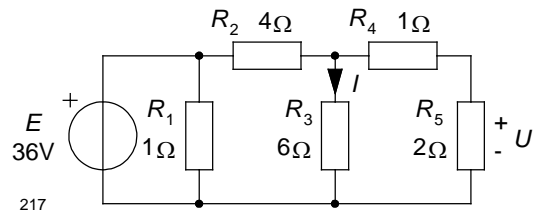
3.3

Beräkna strömmen $I = ?$ och spänningen $U = ?$ för figurens serie-parallellkrets.



3.4

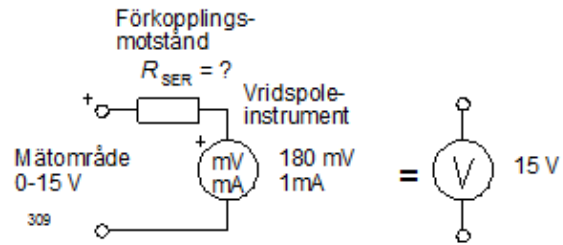
Beräkna strömmen I och spänningen U för figurens serie-parallellkrets.



Vridspoleinstrument

4.1

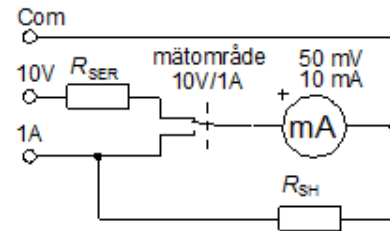
Till mätningar på en likströmsmotor behöver man ett mätinstrument. Man har tillgång till ett vridspoleinstrument som är märkt 1 mA och 180 mV för fullt utslag. (Se figur)
Instrumentet har en neutral skala som man själv kan gradera.



a) Vilket seriemotstånd R_{SER} ska användas för att instrumentet ska få ett spänningsområde 0-15 V?

4.2

Man behöver tillverka ett mätinstrument för spänningsmätning 10V och strömmätning 1A. Man får tag på ett vridspoleinstrument med en skala som har tio skalstreck och som har känsligheten 10 mA för fullt utslag (instrumentets spänningsfall är 50 mV). Det färdiga instrumentet består dessutom av en mätområdesomkopplare och ett seriemotstånd R_{SER} och ett shuntmotstånd R_{SH} . (Se figuren).

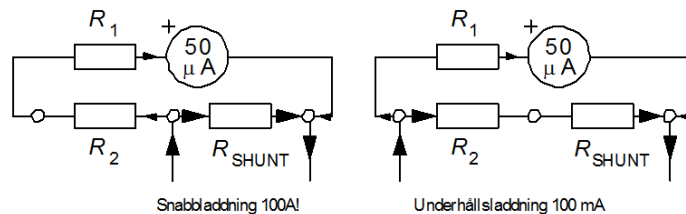


a) Beräkna R_{SER}
(för spänningsmätning mellan kontakterna **10V** och **Com**)

b) Beräkna R_{SH}
(för strömmätning mellan kontakterna **1A** och **Com**)

c) Man tillverkar shuntmotståndet R_{SH} av en konstantantråd med diametern \varnothing 0,6 mm. Hur lång konstantantråd behövs?

4.3



Ett stort batteri med $E = 110$ V används i en anläggning som backup vid strömavbrott. Man vill bygga ett enkelt testinstrument för att övervaka batteriet. Man vill mäta strömmen vid underhållsladdning som är max 100 mA, och man vill kunna mäta strömmen vid snabbladdning som kan uppgå till 100 A.

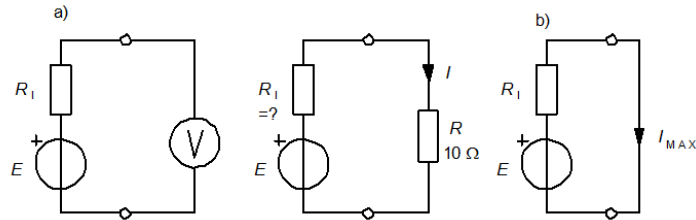
Man köper ett visarinstrument som har känsligheten $50 \mu\text{A}$ och den inre resistansen 3400Ω . Man köper en shunt, R_{SHUNT} , som har spänningsfallet 200 mV vid 100 A. Dessutom behöver man två resistorer R_1 och R_2 .
Figuren visar inkopplingen av komponenterna vid de två mätningarna.

a) Snabbladdning 100 A. Beräkna R_1 (antag att R_2 har ett försumbart lågt värde vid sidan av R_1 och instrumentets inre resistans). $R_1 = ? [\Omega]$

b) Underhållsladdning 100 mA. Beräkna R_2 . R_1 har nu det värde Du beräknat under a).
(Denna gång kan man antaga att R_{SHUNT} har ett försumbart värde). $R_2 = ? [\Omega]$

Batterier

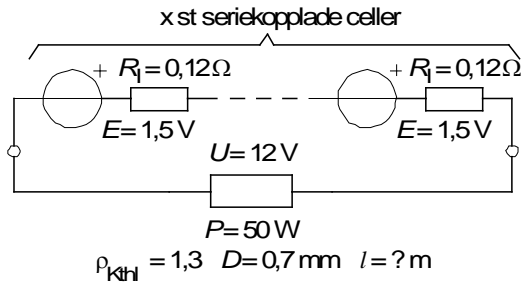
5.1



För att ta reda på ett batteris inre resistans R_1 gjorde man två mätningar. se figuren ovan tv. Först mätte man batteriets emk med en bra voltmeter $E = 1,4 \text{ V}$, och därefter belastade man batteriet med en resistor $R = 10 \Omega$ och uppmätte då strömmen I genom resistorn till $I = 123 \text{ mA}$.

- Hur stor var batteriets inre resistans? $R_1 = ? [\Omega]$
- Vilken största ström I_{MAX} skulle man kunna ta ut ur batteriet om detta kortslöts? $I_{\text{MAX}} = ? [\text{mA}]$

5.2



Ett "batteri" består av "x" st seriekopplade celler. Cellerna har alla $E = 1,5 \text{ V}$ och $R_1 = 0,12 \Omega$. Batteriet ansluts till en "doppvärmare" som är märkt $12\text{V } 50\text{W}$.

- Hur många celler ska batteriet bestå av. $x = ?$

Man vill tillverka en likadan doppvärmare. Till värmeelementet använder man Kanthaltråd. Tråden har diametern $D = 0,7 \text{ mm}$. Kanthal har resistiviteten $\rho_{\text{Kth}} = 1,3 [\Omega\text{mm}^2/\text{m}]$.

- Hur lång ska tråden vara? $l = ? [\text{m}]$

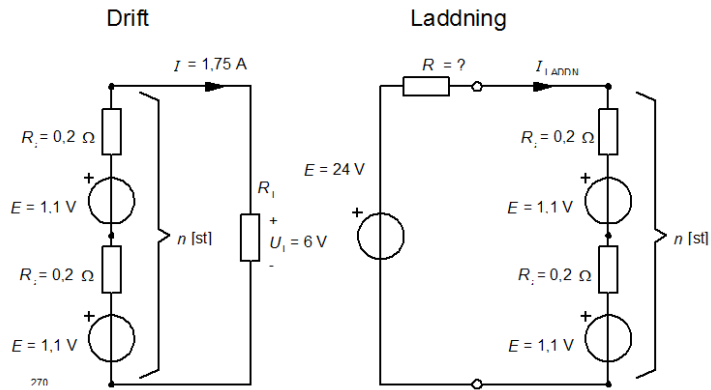
5.3

En batteridrivna utrustning drivs från ett laddningsbart batteri. Batteriet består av ett antal (n st) NiCd-celler.

(Figuren är förenklad med bara två av de n cellerna utritade.)

Cellerna har $E = 1,1 \text{ V}$ och $R_i = 0,2 \Omega$. Kapacitetstalet för varje cell är $C = 3000 \text{ mAh}$.

Utrustningen förbrukar $1,75 \text{ A}$ vid 6 V , hur många celler behöver man?



a) $n = ?$

Batteriet laddas från ett 24 V batteri. Vilken laddningsström I_{LADDN} ska man ha om man önskar att batteriet ska snabladdas på en timme? (Från tomt till fullt, med antagandet att cellernas E är konstant under laddningen).

b) $I_{\text{LADDN}} = ?$

Vilket värde ska R ha för att man ska erhålla denna laddningsström?

c) $R = ?$

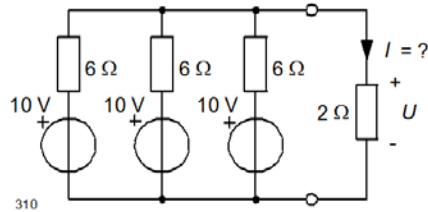
5.4

Tre likadana batterier med $E = 10 \text{ V}$ och inre resistansen 6Ω parallellkopplas för att leverera ström till en resistor med resistansen 2Ω .

a) Hur stor blir strömmen I och klämspänningen U ?

$I = ? \text{ [A]}$

$U = ? \text{ [V]}$



b) Av misstag vänder man ett av batterierna fel.

Använd Kirchoffs lagar för att bestämma strömmarna I_1 , I_2 , och I till storlek och riktning (tecken). Bestäm U .

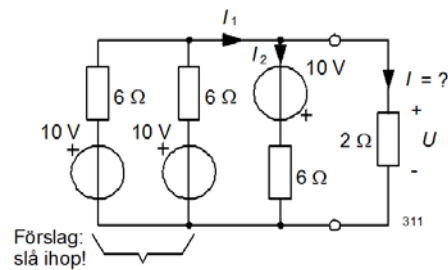
Uppgiften förenklas om Du "slår ihop" de två rättvända batterierna till ett batteri på liknande sätt som i **a**.

$I_1 = ? \text{ [A]}$

$I_2 = ? \text{ [A]}$

$I = ? \text{ [A]}$

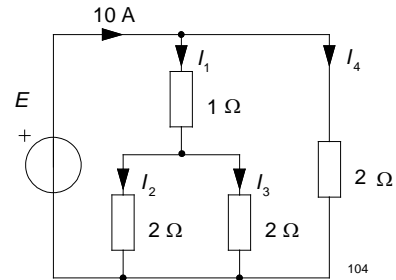
$U = ? \text{ [V]}$



Kirchoffs strömlag

6.1

Beräkna de fyra strömmarna I_1 , I_2 , I_3 och I_4 .



6.2

Man vet att strömmen från Emk, E , till kretsen är 10 A. Hur stora är strömmarna I_1 , I_2 , I_3 , I_4 ? Hur stor är E ?

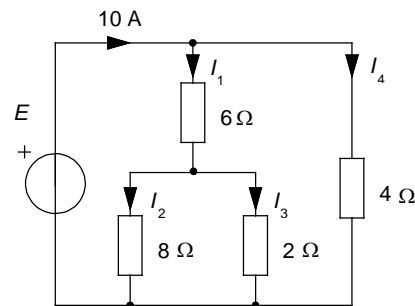
$$I_1 = ?$$

$$I_2 = ?$$

$$I_3 = ?$$

$$I_4 = ?$$

$$E = ?$$



Kirchoffs lagar

7.1

Använd Kirchoffs lagar för att bestämma strömmarna I_1 , I_2 , och I_3 till storlek och riktning (tecken).

Givet:

$$E_1 = 5V \quad R_1 = 1 \Omega$$

$$E_2 = 21V \quad R_2 = 2 \Omega$$

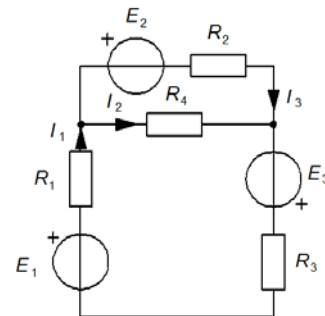
$$E_3 = 4V \quad R_3 = 2 \Omega$$

$$R_4 = 15 \Omega$$

$$I_1 = ? \text{ [A]}$$

$$I_2 = ? \text{ [A]}$$

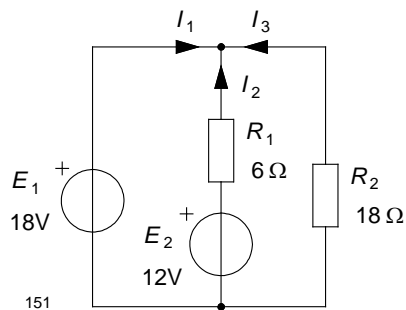
$$I_3 = ? \text{ [A]}$$



7.2

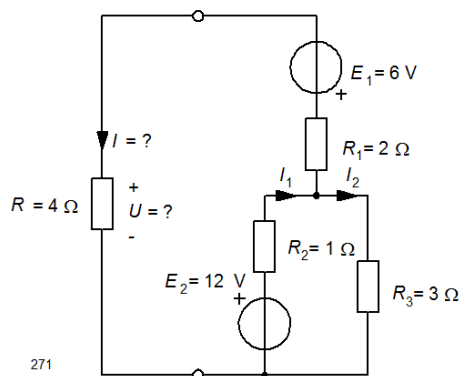
Använd Kirchoffs lagar för att

- Bestämma spänningen över R_2 (18Ω resistorn).
- Bestämma strömmen I_2 till belopp och riktning.
- Bestämma strömmen I_1 till belopp och riktning.



7.3

Använd Kirchoffs lagar för att bestämma strömmen I :s och spänningen U :s storlek och riktning (tecken).



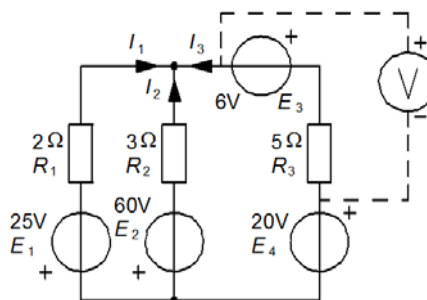
7.4

- Ställ med hjälp av Kirchoffs två lagar upp ett ekvationssystem med vars hjälp de tre strömmarna I_1 , I_2 och I_3 kan beräknas. Hyfsa ekvationerna. (Du behöver således *inte* lösa ekvationssystemet)

Om ekvationssystemet löses får man:

$$I_1 = 1,87 \quad I_2 = -10,4 \quad I_3 = 8,55 \text{ [A]}.$$

- Vad visar voltmeteren längst till höger i figuren (ange både spänningens belopp och tecken) [V]?



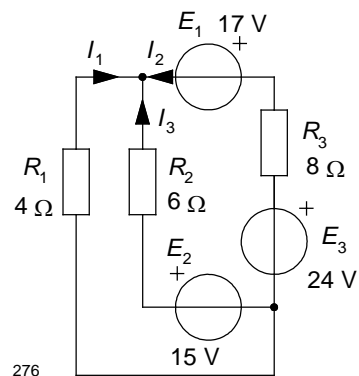
7.5

Använd Kirchoffs lagar för att bestämma strömmarna I_1 , I_2 , och I_3 till storlek och riktning (tecken).

$$I_1 = ? \text{ [A]}$$

$$I_2 = ? \text{ [A]}$$

$$I_3 = ? \text{ [A]}$$



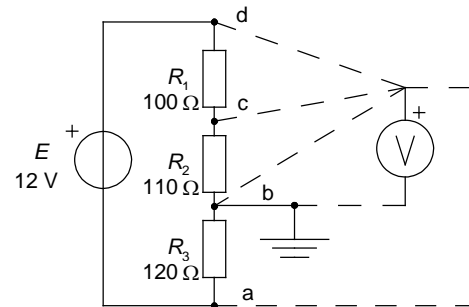
Nodanalys, potential, beroende generator

8.1

En spänningsdelare bestående av tre motstånd $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 110 \Omega$, $R_3 = 120 \Omega$, matas med en emk $E = 12 \text{ V}$. Man mäter potentialen (spänningen i förhållande till jord) vid olika uttag på spänningsdelaren.

Voltmeters minuspol är hela tiden ansluten till uttag b, jord, medan voltmeters pluspol i tur och ordning ansluts till uttagen a, b, c, och d.

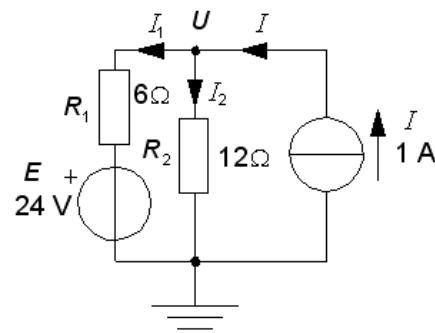
Vad visar voltmeter? Fyll i tabellen nedan.



Uttag	a)	b)	c)	d)
Voltmeter [V]				

8.2

Använd nodanalys för att beräkna strömmarna I , I_1 , och I_2 .



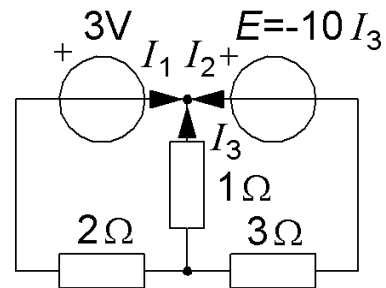
8.3 Beroende generator

Använd Kirchoffs lagar för att bestämma de tre strömmarnas belopp och riktning (tecken).

$I_1 = ?$, $I_2 = ?$, $I_3 = ?$.

Observera att E är en beroende emk.

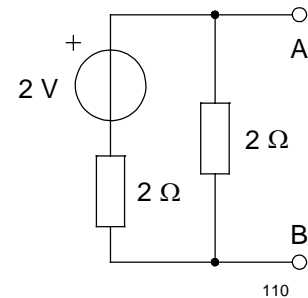
Den beroende emken E beror av strömmen genom 1Ω resistorn enligt sambandet $E = -10 \cdot I_3$.



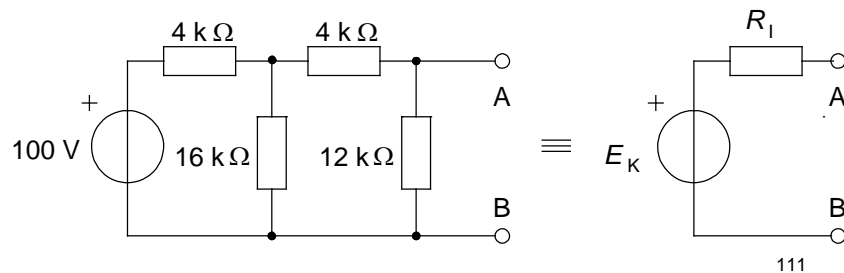
Tvåpolssatsen

9.1

Ersätt den givna tvåpolen med en enklare som har en emk i serie med en resistor.



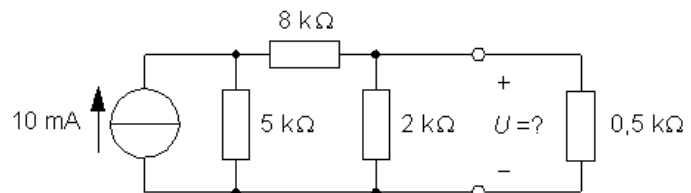
9.2



- Bestäm spänningen mellan A och B (den sk tomgångsspänningen).
- Bestäm den ström som skulle gå genom en ledare med mycket liten resistans, om den kopplas in direkt mellan A och B i figuren (den så kallade kortslutningsströmmen.)
- Bestäm en krets bestående av en emk E_K i serie med en resistans R_1 (enligt figuren) som är ekvivalent med den givna kopplingen, om denna betraktas från punkterna A och B.
- Bestäm den maximala effektutvecklingen som kan erhållas i ett motstånd inkopplat mellan punkterna A och B. (Använd resultatet från uppgift c.)

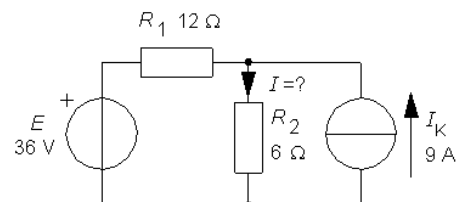
9.3

Använd tvåpolssatsen för att steg för steg reducera nätet till en tvåpol, och sedan beräkna spänningen $U = ?$



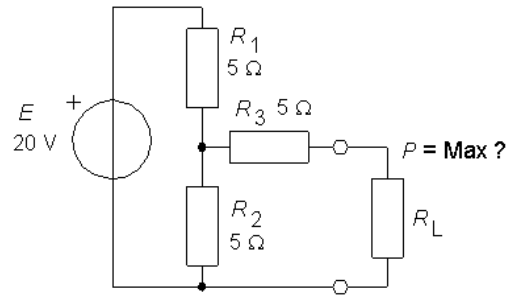
9.4

Använd superposition för att lösa $I = ?$.

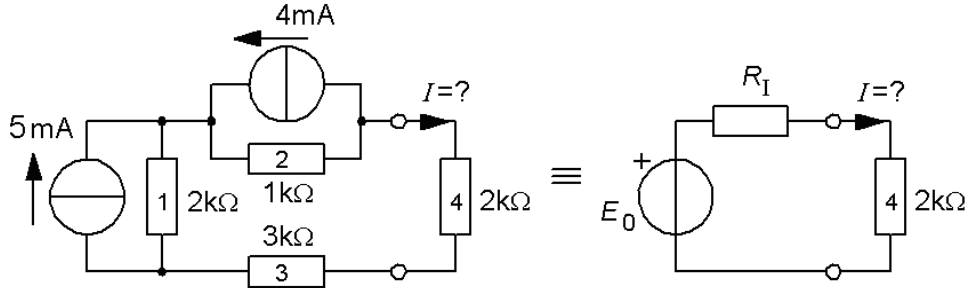


9.5

Välj belastningen R_L för största effekt.
Hur stor blir effekten?

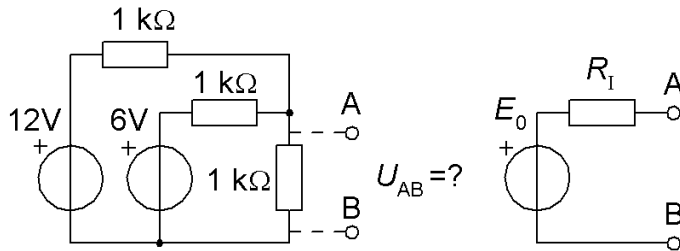


9.6



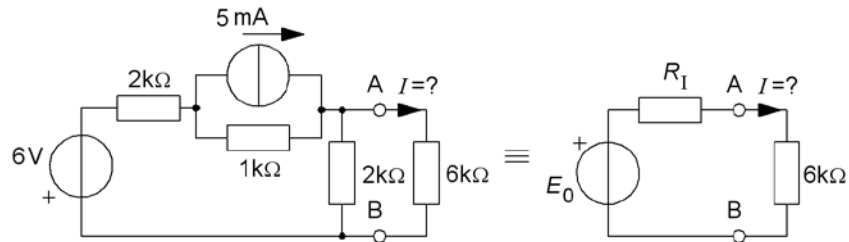
- Ta fram en ekvivalent Thévenin-tvåpol, E_0 R_1 , till nätet med de två strömkällorna.
- Beräkna därefter hur stor strömmen I skulle bli då man ansluter en resistor $R_4 = 2\text{ k}\Omega$ till originalnätet.

9.7



- Ta fram en ekvivalent Thévenin-tvåpol, E_0 R_1 , till nätet med de två spänningskällorna och de tre resistorerna.
- Hur stort är spänningsfallet U_{AB} över $1\text{ k}\Omega$ resistorn i den ursprungliga kretsen?

9.8



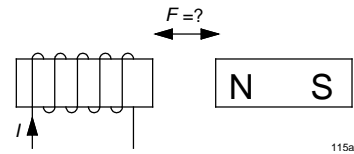
- Ta fram en ekvivalent Thévenin-tvåpol, E_0 R_1 , till nätet med spänningskällan och strömkällan och de tre resistorerna. ($6\text{ k}\Omega$ resistorn ingår *inte* i tvåpolen)
- Hur stor ström skulle flyta i en $6\text{ k}\Omega$ resistor om den anslöts mellan klämmorna A-B? Beräkna strömmen I 's storlek och riktning (positiv strömriktning enligt figuren).

Magneter, magnetiska kretsar

10.1

En strömgenomfluten spole och en permanentmagnet befinner sig i närheten av varandra. Se figur.

Vilken riktning får den resulterande kraften F , attraherande eller repellerande?

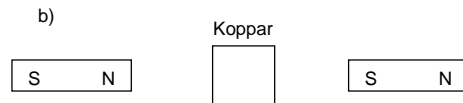
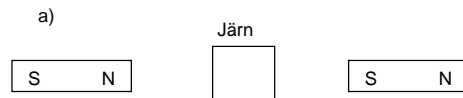


115a

10.2

Rita ut det magnetiska fältet i området mellan de två permanentmagneterna (du ska rita ut några typiska fältlinjer och markera deras riktning med pilar). I a) har man placerat en järnbit mellan magneterna, och i b) en lika stor kopparbit..

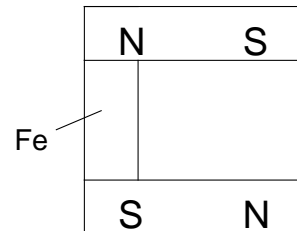
c) Hur påverkas kraften i den magnetiska kretsen av kopparbiten/järnbiten?



164

10.3

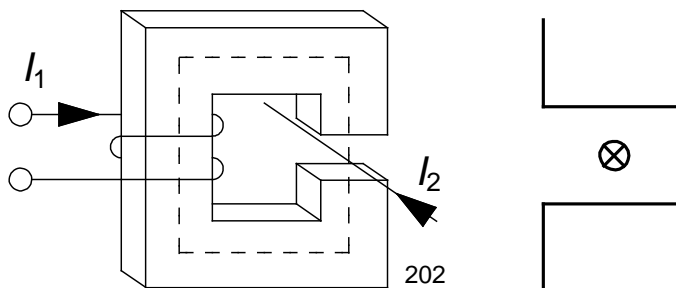
Två magneter ”skarvas” ihop med en järnstav (Fe) enligt figuren. Rita det magnetiska fältet i omgivningen av denna magnetiska krets. Markera fältets riktning med pilar.



195

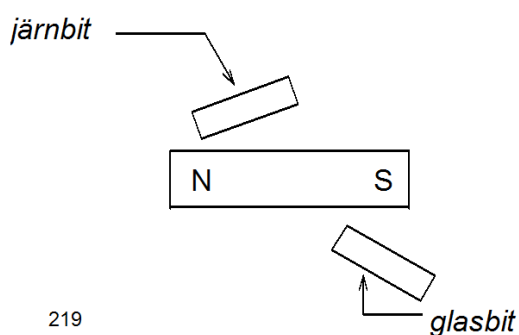
10.4

- a) Vilken riktning har kraften på ledaren i luftgapet? (figuren närmast th.)
 b) Hur ser det magnetiska fältet i luftgapet ut och hur är det riktat? (figuren längst th.)



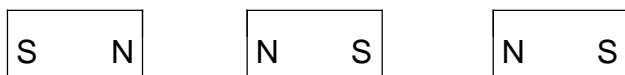
10.5

Skissa magnetens fältlinjer i figuren, och hur dessa påverkas av järnbiten och glasbiten i magnetens närhet. Markera även fältets riktning.



10.6

Tre permanentmagneter är placerade i rad som figuren visar. Rita in de magnetiska kraftlinjerna i figuren. Markera med pilar det magnetiska fältets riktning.



238

10.7

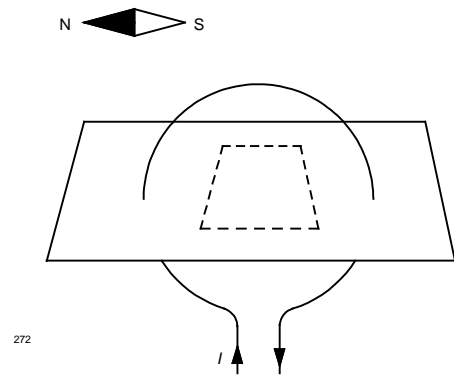
Två permanentmagneter är placerade på var sin sida om en lika stor metallbit. Se figur. Metallbiten, i mitten, är av ett material som har permabilitetsfaktorn $k_m = 1$. Rita in de magnetiska kraftlinjerna i figuren. Markera med pilar det magnetiska fältets riktning.



10.8

En koppartråd har formats som en slinga och trätts igenom ett papper. Se figuren. Genom slingan flyter en ström på några Ampere med den riktning som pilarna visar.

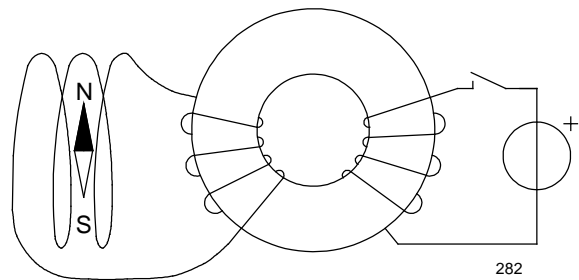
- Rita ut det magnetiska fältet (de magnetiska kraftlinjerna) runt trådarna i papperets plan. Markera fältets riktning med pilar.
- Antag att en nålmagnet (en kompassnål) placeras i det streckade området på papperet. Rita hur kompassnålen riktar in sig i det magnetiska fältet från trådslingan.



10.9

Figuren visar en försöksupställning till ett berömt experiment som Faraday gjorde. Utrustningen består av en järnring med två kopparspolar, den ena spolen är ansluten till en strömbrytare och ett batteri, den andra spolen är ansluten till en lös spole som är lindad kring en kompassnål.

- Vad händer med kompassnålen när strömkretsen sluts?
- Vad händer med kompassnålen när strömkretsen bryts?



Rita en figur, och motivera dina svar.

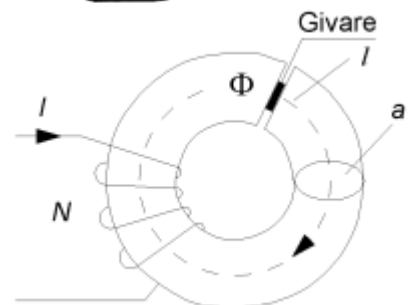
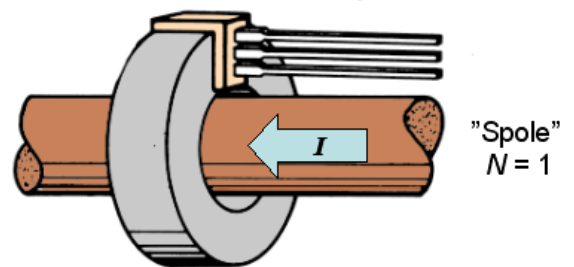
10.10

En ström-mätare består av en ferritring (toroid). Genom ringen går en ledning med mätströmmen I . Ledningen bildar "ett" lindningsvarv ($N = 1$) eftersom en ström alltid kräver en sluten strömkrets (resten av spolvarvet finns utanför bilden). I ringen finns ett 1 [mm] luftgap där man har monterat en magnetfälts-sensor.

Toroidkärnan är av ett ferritmaterial som har permeabilitetsstalet $k_m = 500$. De magnetiska fältlinjernas medelväg $l = 30$ [mm], och toroidens tvärsnittsarea $a = 10$ [mm²].

- Ställ upp sambandet mellan flödestätheten B och mätströmmen I . $B = f(I)$.
- Hur stor blir flödestätheten vid $I = 10$ A?

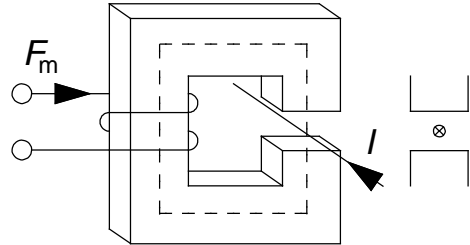
- Sensorn mäter B inuti toroiden.



10.11

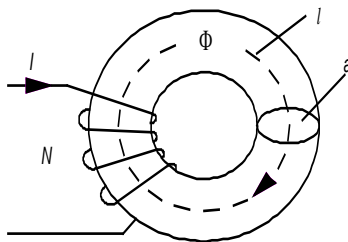
En strömgenomfluten ledare har placerats i luftgapet mellan polerna hos en elektromagnet med järnkärna (se figuren). Det magnetiska flödet i kretsen har med en fluxmeter uppmätts till $50 \mu\text{Wb}$. Järnkärnan har kvadratisk tvärsnitt med arean 1 cm^2 . Det magnetiska flödets medelväg är i järnet 1 dm och i luften 2 mm (streckad linje). Vid den aktuella flödestätheten har järnet permeabilitetsstalet $k_m = 1500$.

- Hur stor kraft [Newton] verkar på ledaren när strömmen I är 10 A ?
- Hur stor magnetomotorisk kraft F_m [Ampervarv] behövs det för att erhålla den aktuella flödestätheten?



(Luftgapet i figuren har ritats med överdriven storlek)

10.12



Givet:

$$a = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$l = 0,16 \text{ m (medelväg)}$$

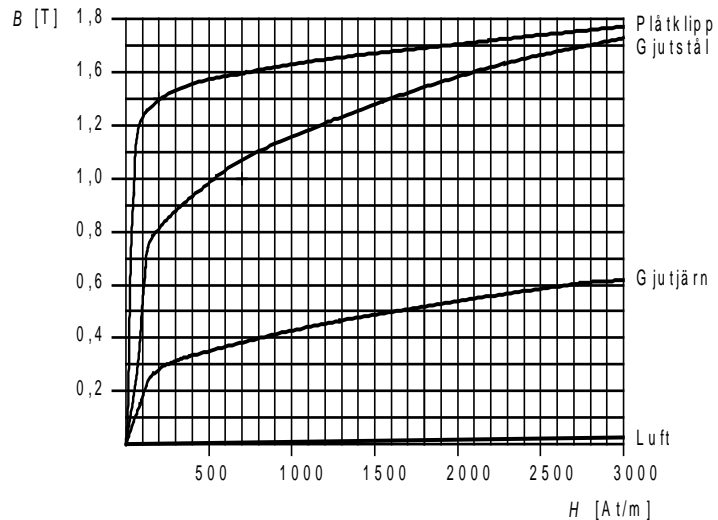
$$N = 400 \text{ varv}$$

Material: Gjutjärn, se magnetiseringskurvan

- Bestäm den ström I som ger toroidkärnan i figuren ovan det magnetiska flödet $\Phi = 8 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$.

- Bestäm permeabilitetsstalet k_m för gjutjärnet i denna arbetspunkt.

Magnetiseringskurvor



10.13

En hårddisk består i princip av en roterande skiva med en magnetiserbar järnoxidbeläggning. Se figur. Informationen "skrivs" in magnetiskt med hjälp av en kort strömpuls I till skrivhuvudet. Järnoxiden magnetiseras så att den får en S-pol och en N-pol med samma yta som skrivhuvudets poler.

$$N = 10 \text{ varv}$$

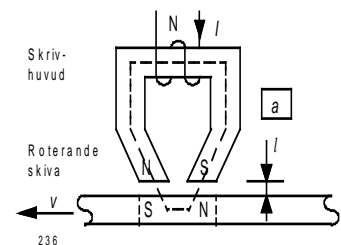
$$I = 40 \text{ mA}$$

$$a = 4 \text{ mm}^2. \text{ Kvadratisk tvärsnitt.}$$

$$l = 0,2 \mu\text{m}. \text{ Luftgap.}$$

Antag att både järnoxiden och skrivhuvudet har så hög permeabilitet att reluktansen i dessa är försumbar ($R_{\text{mjärn}} = 0$) i förhållande till luftgapets reluktans (R_{mluft}).

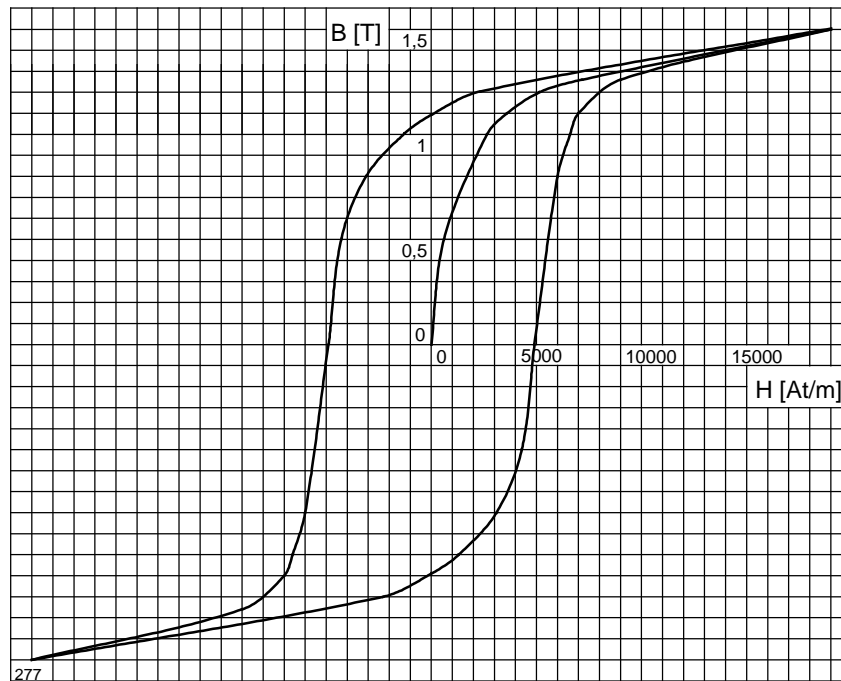
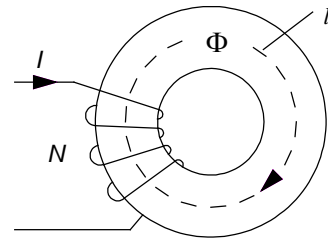
- Hur stort blir det magnetiska flödet Φ ?
- Huvudet används även vid "läsning". Hur stor emk induceras i spolen när skivan roterar förbi? Antag att "datainformationen" består av en "flödesskillnad" på den magnetiserade skivan som uppgår till $\Delta\Phi = 2 \times \Phi$ och som passerar förbi under tidsintervallet $\Delta t = 100 \mu\text{s}$ (Φ beräknad i deluppgift a).



10.14

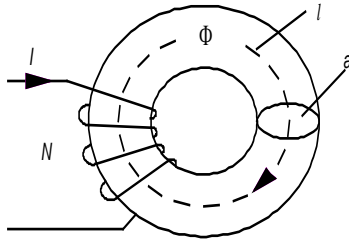
En toroidspole med $N = 1250$ varv är lindad runt en kärna av Wolframstål. Den magnetiska medellängden i kärnan är $l = 0,2$ [m]. Genom spolen passerar likströmmen $I = 3,04$ A.

- Hur stor blir flödestätheten i Wolframstålet? $B = ?$ [T, Wb/m²]
- När man bryter strömmen till spolen blir det kvar en del magnetism i Wolframstålet. Hur stor blir den kvarvarande flödestätheten (remanensen)? $B = ?$ [T, Wb/m²]
- Hur stor *motriktad* ström måste man tillföra spolen för att avmagnetisera Wolframstålet? $I = ?$ [A]



Magnetiseringskurva för Wolframstål - hysteresiskurva

10.15

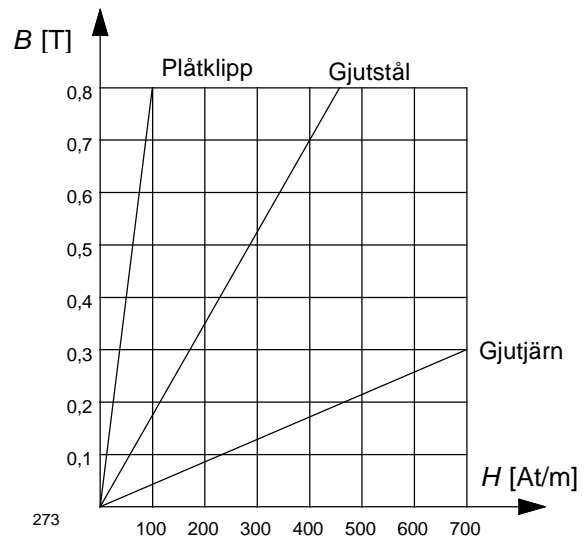


En toroidspole består av en lindning med $N = 500$ varv lindad hela varvet runt en ring av **gjutjärn** (se diagrammet). Toroiden har tvärsnittsarean $a = 8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$ och fältlinjernas medelväg i järnet är $l = 0,1 \text{ m}$. För låga strömstyrkor I blir järnet *omöttat* och induktansen kan då beräknas med formeln:

- $L = \mu N^2 \frac{a}{l}$

- hur stor ström I flyter genom spolen om flödet i kärnan är $\Phi = 10^{-5} \text{ Wb}$? $I = ?$ [A]
- Beräkna toroidspolens induktans. $L = ?$ [Henry]
- Hur stor skulle induktansen bli om spolen saknade järnkärna (luft i stället för järnkärna)? $L = ?$ [Henry]

Magnetiseringskurvor för omöttat järn
(vid låg fältstyrka)

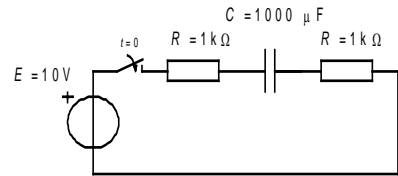


Transienter

11.1

En kondensator $C = 1000 \mu\text{F}$ är seriekopplad med två resistorer som vardera har resistansen $R = 1\text{k}\Omega$. Vid tiden $t = 0$ ansluts en likspänningskälla med $E = 10\text{ V}$ till kretsen.

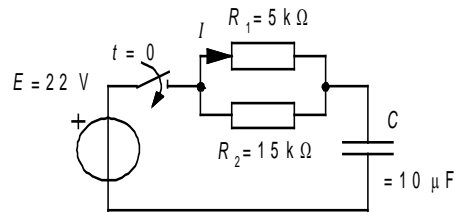
Vid vilken tidpunkt ($t = ?$) har de tre komponenterna lika stor spänning över sig?



11.2

En kondensatorer, $C = 10\mu\text{F}$, laddas upp från en likspänningskälla $E = 22\text{ V}$. Uppladdningsströmmen begränsas med två parallellkopplade resistorer $R_1 = 5\text{ k}\Omega$ och $R_2 = 15\text{ k}\Omega$. Uppladdningsförloppet startas genom att strömställaren sluts vid tiden $t = 0$.

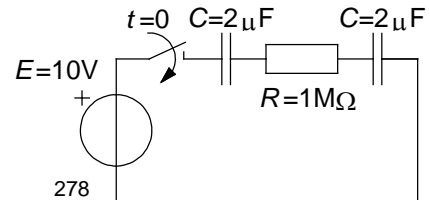
- Vilken tidkonstant τ har kretsen under uppladdningsförloppet?
- Hur lång tid tar det tills strömmen I genom R_1 sjunkit till 3 mA ?



11.3

Två kondensatorer med samma kapacitans, $C = 2\mu\text{F}$, laddas upp från en likspänningskälla $E = 10\text{ V}$. Uppladdningsströmmen begränsas med en resistor $R = 1\text{ M}\Omega$. Uppladdningsförloppet startas genom att strömställaren sluts vid tiden $t = 0$.

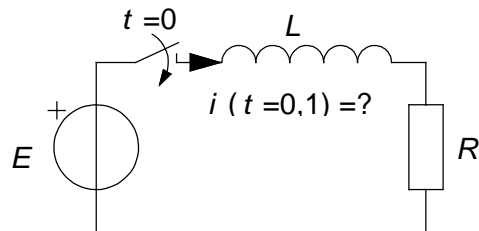
- Vilken tidkonstant τ har kretsen under uppladdningsförloppet?
- Hur lång tid tar det tills spänningen över en av kondensatorerna nått 3 V ?



11.4

En spole med induktansen $L = 0,8\text{ H}$ och den inre resistansen $R = 12\ \Omega$ är via en strömställare ansluten till en likspänningskälla $E = 12\text{ V}$. Vid tiden $t = 0$ sluts strömställaren.

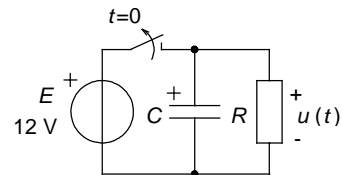
- Hur stor är strömmen i genom kretsen efter en tiondels sekund? $i(t = 0,1) = ?\text{ [A]}$
- Hur stor skulle strömmen vara efter en tiondels sekund om R vore dubbelt så stor $R = 2 \cdot 12 = 24\ \Omega$? $i_{2R}(t = 0,1) = ?\text{ [A]}$



11.5

Före tiden $t = 0$ är likspänningskällan $E = 12\text{ V}$ ansluten till R och C . Vid tidpunkten $t = 0$ bryts anslutningen till E . Antag att $R = 110\ \Omega$ och att $C = 10000\ \mu\text{F}$.

- Hur lång tid tar det efter $t = 0$ för spänningen $u(t)$ över resistorn att sjunka till 2 V ?
- Hur lång tid efter $t = 0$ uppskattar du att det tar tills strömmen genom R upphört?



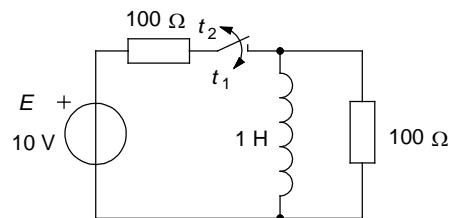
11.6

E är en likspänningskälla. Vid tidpunkten t_1 sluts strömställaren.

- Hur stor blir strömmen genom spolen i första ögonblicket?
- Hur stor blir strömmen genom spolen efter det att en lång tid förflutit?

Senare, vid tidpunkten t_2 öppnas strömställaren.

- ställ upp uttrycket för strömmen genom spolen som funktion av tiden t för tiden efter t_2 . (Antag att strömställaren öppnas vid $t = t_2 = 0$).

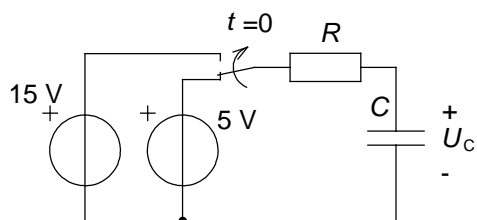


166

11.7

Före tiden $t = 0$ är kondensatorn via omkopplaren ansluten till +5V. Vid tidpunkten $t = 0$ kastas omkopplaren om och kondensatorn ansluts till +15 V. Antag att $R = 2000 \Omega$ och att $C = 1000 \mu\text{F}$.

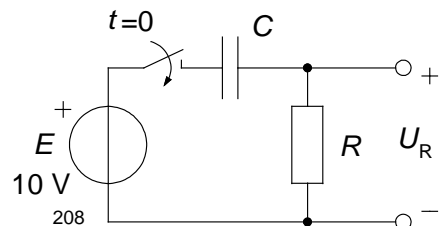
- Hur lång tid tar det efter $t = 0$ för spänningen U_C att nå +10 V?
- Hur lång tid efter $t = 0$ uppskattar du att det tar tills strömmen genom R upphört?



11.8

Vid tiden $t = 0$ sluts kontakten mellan spänningskällan $E = 10 \text{ V}$ och kondensatorn $C = 500 \mu\text{F}$ som är seriekopplad med resistorn $R = 500 \Omega$.

- Efter hur lång tid är spänningen över resistorn $U_R = 2 \text{ V}$?
- Efter hur lång tid är spänningen över kondensatorn 2 V ?

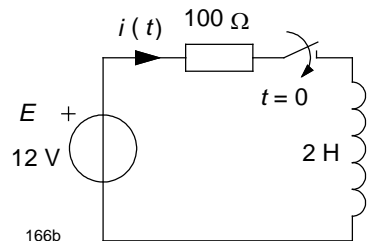


208

11.9

Vid tiden $t = 0$ sluts kontakten mellan spänningskällan $E = 12 \text{ V}$ (en likspänning) och spolen $L = 2\text{H}$ som är seriekopplad med resistorn $R = 100 \Omega$.

- Hur stor blir strömmen i det första ögonblicket $i(t = 0) = ?$
- Efter hur lång tid har strömmen nått hälften av sitt slutvärde?



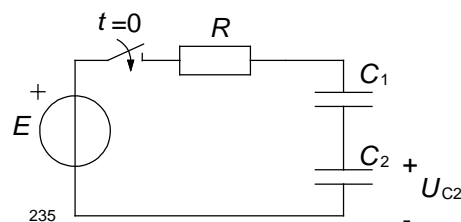
166b

11.10

Två seriekopplade kondensatorer, $C_1 = 25\mu\text{F}$ och $C_2 = 15\mu\text{F}$, laddas upp från en likspänningskälla $E = 15 \text{ V}$.

Uppladdningsströmmen begränsas med en resistor $R = 330 \text{ k}\Omega$. Uppladdningsförloppet startas genom att strömställaren sluts vid tiden $t = 0$.

- Vilken tidkonstant τ har kretsen under uppladdningsförloppet?
- Hur lång tid tar det innan spänningen U_{C_2} når 2 V ?



235

11.11

En resistanstermometer används för att mäta temperaturen på ytan till en förbränningsmotor.

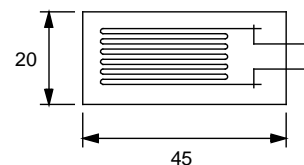
När motorn är varm läser man av 176Ω , och när motorn svalnat i 10 minuter läser man av 139Ω . Efter en lång tid (som man inte kan uppskatta) kommer motorn att ha svalnat till omgivningens temperatur. Omgivningstemperaturen har uppmätts med en vanlig termometer till 25°C .

Temperaturen $\vartheta [^\circ \text{C}]$ under avsvlningsförloppet följer en exponentialfunktion med en tidkonstant τ , så den ”**allmänna formeln för exponentiella förlopp**” kan användas.

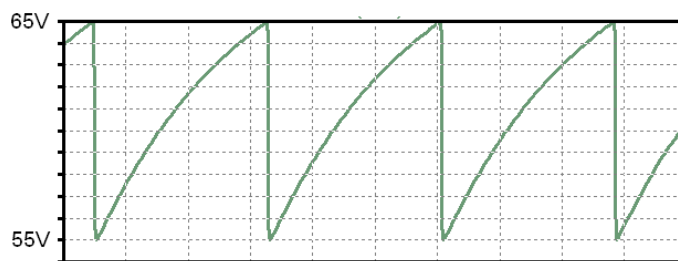
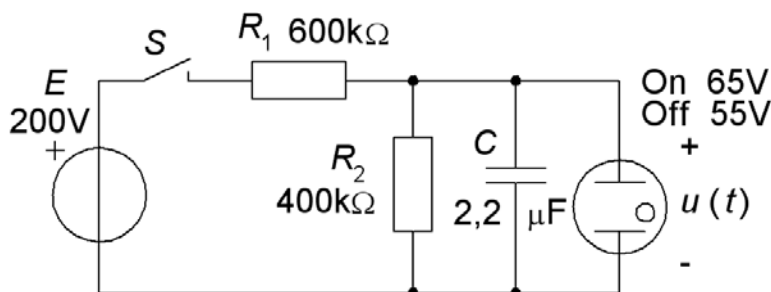
För resistanstermometern (av Platina) gäller sambandet:

$$R(\vartheta) = 100 \cdot (1 + 3,85 \cdot 10^{-3} \cdot \vartheta) [\Omega]$$

- Bestäm avsvlningsförloppets tidkonstant.
 $\tau = ?$ [minuter]



11.12



$$E = 200\text{V} \quad R_1 = 600\text{k}\Omega \quad R_2 = 400\text{k}\Omega \quad C = 2,2\mu\text{F} \quad \text{On } 65\text{V} \quad \text{Off } 55\text{V}$$

Kretsen ovan är en blink-koppling med en *glimlampa* (den var vanlig vid tiden före lysdioderna).

Kondensatorn laddas upp. Glimlampan ”tänds” när spänningen över den blir högre än 65 V . Den laddar då snabbt ur kondensatorn till 55 V , och då ”släcks” lampan.

- Från början är kondensatorn urladdad. Beräkna hur lång tid det tar tills den **första** ljuspulsen kommer, efter det att man slagit till strömställaren S .
- Därefter kommer kretsen att blinka med en konstant frekvens, se oscilloskopbild. Beräkna hur lång tiden blir mellan blinkningarna?
- Antag att man **tar bort** resistorn R_2 från kretsen. Hur lång blir då tiden mellan blinkningarna?

Visare

12.1

En sinusformad storhet har maxvärdet 6,0 och blir 0 2000 gånger per sekund. Tiden $t = 0$ är vald så att storheten vid den tiden har värdet 3,0 och är på väg mot 6,0. Ange storheten i

- matematisk form
- vågform
- visarform

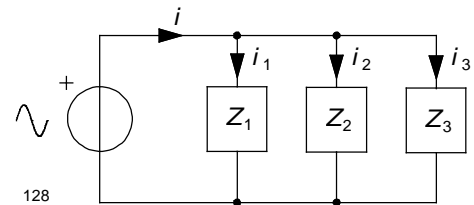
12.2

Bestäm fasvinkeln för i , om

$$i_1(t) = 51 \sin(2\pi ft)$$

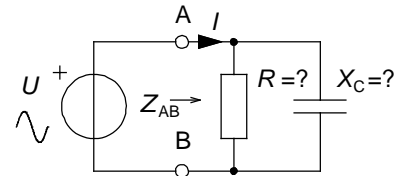
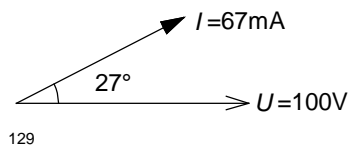
$$i_2(t) = 72 \sin(2\pi ft + 0,65)$$

$$i_3(t) = 16 \sin(2\pi ft - 1,22)$$



12.3

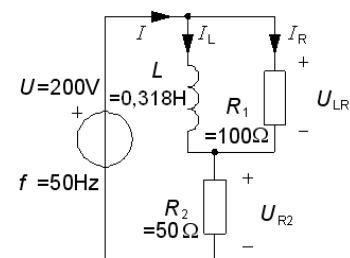
För den givna kretsen har man det utritade visardiagrammet. Bestäm R och X_C samt Z_{AB} . Givet $U = 100 \text{ V}$ och $I = 67 \text{ mA}$.



12.4

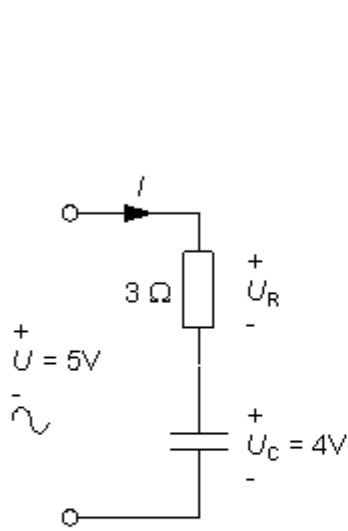
Kretsen i figuren matas med en sinusformad växelspanning $U = 200 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$. Spolen har induktansen $L = 0,318 \text{ H}$ och de två resistorerna $R_1 = 100 \Omega$ och $R_2 = 50 \Omega$.

- Beräkna X_L .
- Rita visardiagram för denna växelströmskrets. Visardiagrammet ska innehålla U , U_{LR} , U_{R2} , I , I_R , I_L . Förslag: U_{LR} som riktfas. Visarnas längder ska vara, åtminstone överslagsmässigt, proportionella.
- Markera vinkeln ϕ i visardiagrammet, vinkeln mellan I och U .

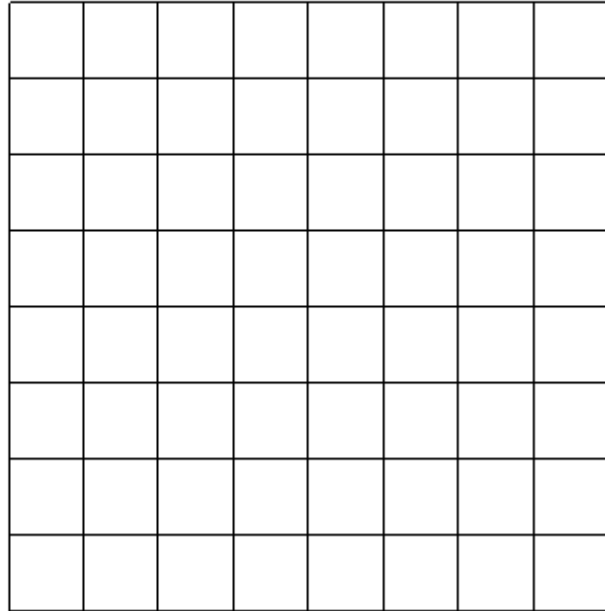


12.5

Rita kretsens visardiagram. Spänningsskala 1V per ruta, strömskala 1 A per ruta.



$I = 1A$
 $U = 1V$



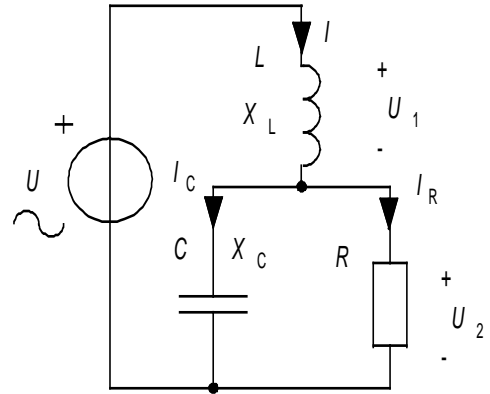
12.6

Rita visardiagram för kretsen i figuren. Vid den aktuella frekvensen gäller att $X_C = R$ och $X_L = R/2$.

Visardiagrammet ska innehålla U U_1 U_2 I I_R I_C .

Markera även fasvinkeln φ (vinkeln mellan U och I).

U_2 är lämplig riktfas.

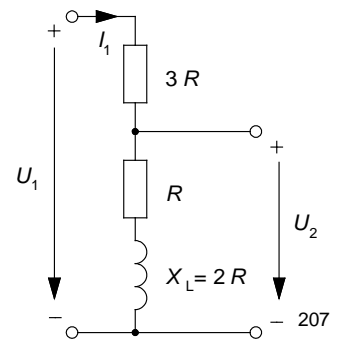


12.7

Figuren visar en spänningsdelare. Denna matas med en växelspanningen U_1 och utspänningen är spänningen U_2 . Vid den aktuella frekvensen är spolens reaktans $X_L = 2R$.

Rita kretsens visardiagram med I_1 , U_1 och U_2 .

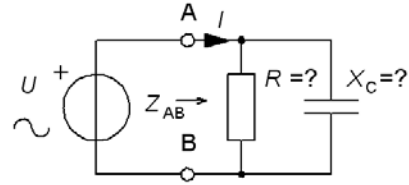
Använd I_1 som riktfas (= horisontell). (Sträva efter att få rätt proportioner på visarna)



j ω -metoden

13.1

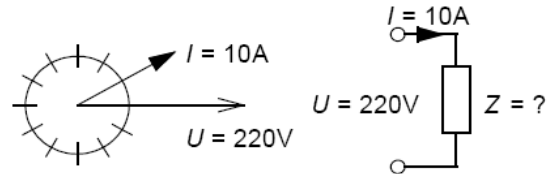
Ställ upp det komplexa uttrycket för strömmen I uttryckt i $U R C \omega$. Låt U vara riktfas, dvs. reell. Svara med ett uttryck på formen $a+jb$.



13.2

Hur kan den impedans Z se ut som har givit upphov till detta visardiagram? Rita impedansens kopplingsschema och beräkna de ingående komponenterna.

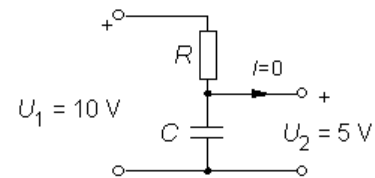
$U = 220 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$.



13.3

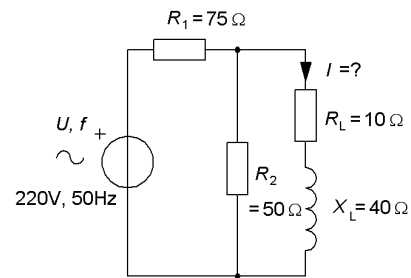
U_1 är en sinusformad växelspanning med vinkelfrekvensen ω . Bestäm produkten $R \cdot C$.

(Ingen ström tas ut vid U_2)



13.4

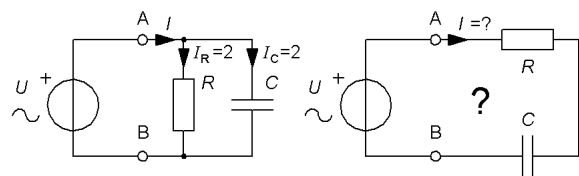
Bestäm effektivvärdet på strömmen I . Använd tvåpolsatsen.



13.5

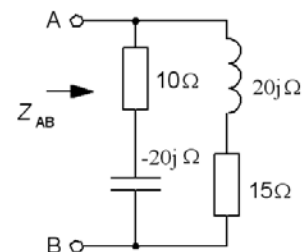
När en resistor R och en kondensator C ansluts i parallell till en spänningskälla U får var och en av dem strömmen 2A .

Hur stor skulle strömmen bli om de båda seriekopplades till spänningskällan?



13.6

Bestäm komplexa impedansen Z_{AB} för nätet.

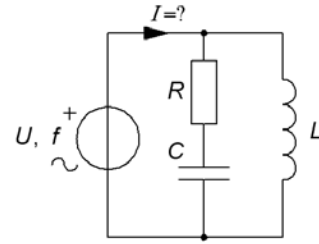


13.7

Ställ upp komplexa strömmen I (med U som riktfas).

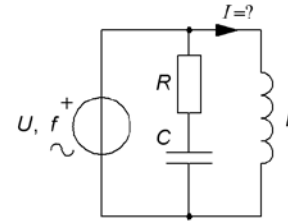
Observera! Man behöver inte alltid ange svaret på formen $a+jb$. Samma information, men med mindre möda, finns om svaret uttrycks som en kvot av komplexa tal. Belopp och argument kan vid behov tas från nämnare och täljare direkt.

$$\underline{I} = \frac{a + jb}{c + jd} \quad I = \frac{|a + jb|}{|c + jd|} \quad \arg(\underline{I}) = \arg(a + jb) - \arg(c + jd)$$



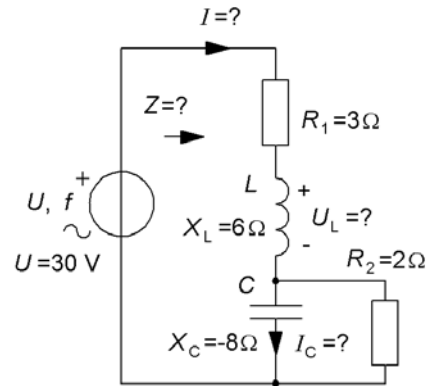
13.8

Ställ upp komplexa strömmen I (med U som riktfas).



13.9

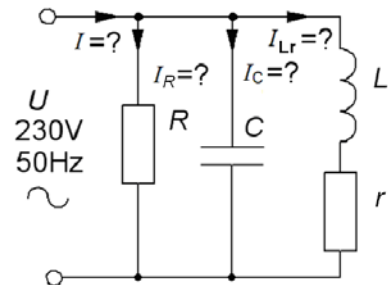
- Beräkna impedansen Z .
- Beräkna strömmen I .
- Beräkna I_C (använd strömgeningsformeln).
- Beräkna U_L (använd spänningsdelningsformeln).



13.10

En växelströmskrets ansluts till växelströmsnätet med $U = 230$ V och $f = 50$ Hz. $R = 46 \Omega$, $\omega L = R$, $r = 32,5 \Omega$ och $C = 69 \mu\text{F}$.

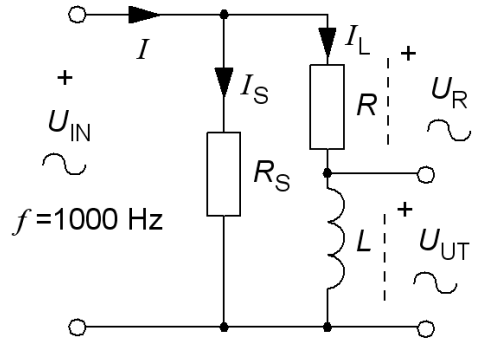
- a) Beräkna I_R
- b) Beräkna I_C
- c) Beräkna I_{Lr}
- d) Beräkna I



13.11

En växelspänning U_{IN} med frekvensen $f = 1000$ Hz matar ett nät med en induktans $L = 10$ mH i serie med ett motstånd $R = 50 \Omega$. Parallellt med detta ligger ett motstånd $R_S = 100 \Omega$. Givet är spänningen $U_{UT} = 6,28$ V.

- a) Beräkna I_L
- b) Beräkna U_R
- c) Beräkna U_{IN}
- d) Beräkna I



Växelströmseffekt

14.1

Ett lysrör är i allmänhet seriekopplat med en induktor, vars funktion bland annat är att begränsa strömmen. En modell av ett lysrör kan därför bestå av en resistans i serie med en induktans.

För ett 40W-lysrör med induktor mätte man upp följande data: 220 V, 50 Hz, 0,41 A och 48 W.

- Beräkna impedansens belopp, Z .
- Beräkna L (genom att först beräkna R)
- Beräkna $\cos\varphi$.
- Med hur stor kondensator C ska lysrörsarmaturen faskompenseras?

14.2

En student bor i en 1:a med nätspanningen 220 V och med 10 A säkring i elcentralen. Kan man dammsuga i lägenheten med värmeelementet är inkopplat utan att säkringen går?

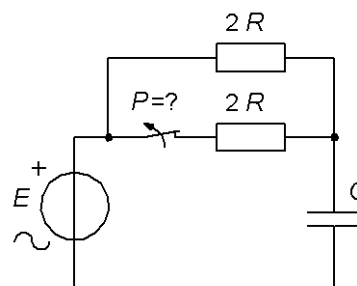
Dammsugarens ström är 5 A och effektfaktorn $\cos\varphi$ är 0,8. Värmeelementet har effekten 1200 W.

14.3

Kretsen i figuren matas med växelspanning.

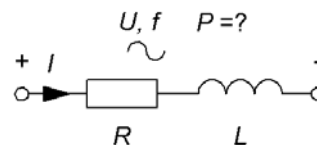
$$\frac{1}{\omega C} = R$$

När strömställaren står i till-läge är den aktiva effekten som utvecklas i kretsen 12,5 W. Hur stor aktiv effekt utvecklas i kretsen då strömställaren är i från-läge?



14.4

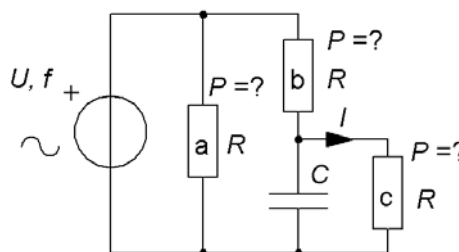
Ställ upp uttrycket för den aktiva effekten P för denna impedans.



14.5

a) Tag fram ett uttryck för den komplexa strömmen I .

- Antag att kapacitansen C fördubblas. Hur förändras effekterna i resistorerna a och c. Ökar? Minskar? Oförändrat?



14.6

Man mäter den effekt som en enfasmotor drar med hjälp av en Wattmeter. $P = 863$ W, $U = 237$ V och $I = 4,3$ A. Nätfrekvensen f är 50 Hz.

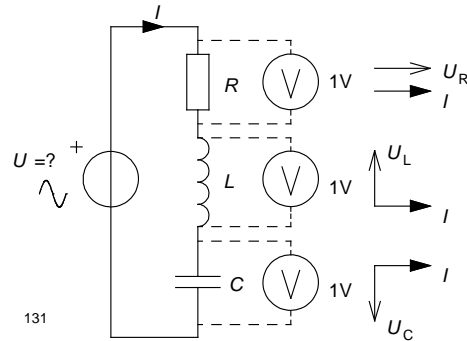
- Rita motorns effekttrekanter P , Q , S , ($\cos\varphi$), φ .
- Man funderar på att faskompensera motorn. Vilken kapacitans ska en kondensator C ha, för att "leverera" lika stor reaktiv effekt Q som motorn "förbrukar"? (Kondensatorn anslutes direkt till spänningen $U = 237$ V vid motorn, och Q har det värde Du beräknat under a).

Resonans

15.1

I en krets är R , L och C seriekopplade. Man uppmäter samma spänningsfall, 1 V, över de tre komponenterna. Hur stor är matningsspänningen U ?

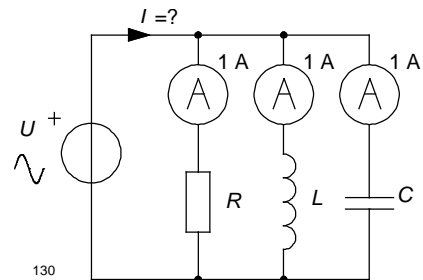
(OBS! Kuggfråga)



15.2

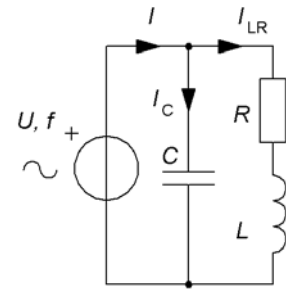
I en krets är R , L och C parallellkopplade. Man uppmäter samma ström, 1 A, i de tre parallellgrenarna. Hur stor är den ström, I , som tas från spänningskällan?

(OBS! kuggfråga)



15.3

Vid vilken frekvens (uttryckt i R L och C) är strömmen I och spänningen U i fas?



15.4

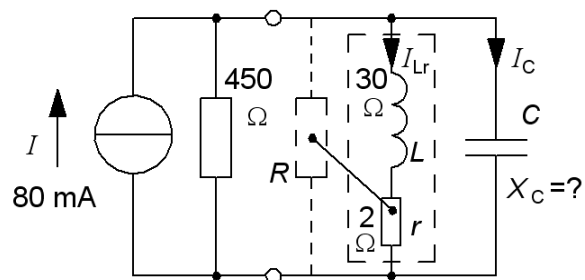
En serieresonanskrets har resonansfrekvensen $f_0 = 2000$ Hz och bandbredden $BW = 200$ Hz.

- Beräkna kretsens Q -värde.
- Spolens resistans uppmäts till $R_S = 2 \Omega$. Hur stor är X_L ?
- Beräkna L och C .
- Uppskatta bandbreddens undre och övre gräns. Kontrollera att uppskattningen blev rimlig.

15.5

En parallellresonanskrets matas från en strömgenerator som levererar 80 mA vid resonansfrekvensen $f_0 = 20$ kHz.

- Kontrollera att spolens $Q > 10$. Räkna om serieresistansen r till parallellresistans R .
- Hur stor blir den resulterande impedansen (källa+resonanskrets) vid resonansfrekvensen?
- Beräkna strömmarna I_{Lr} och I_C .
- Vilka värden har L och C ?
- Beräkna resulterande Q -värde och bandbredd.

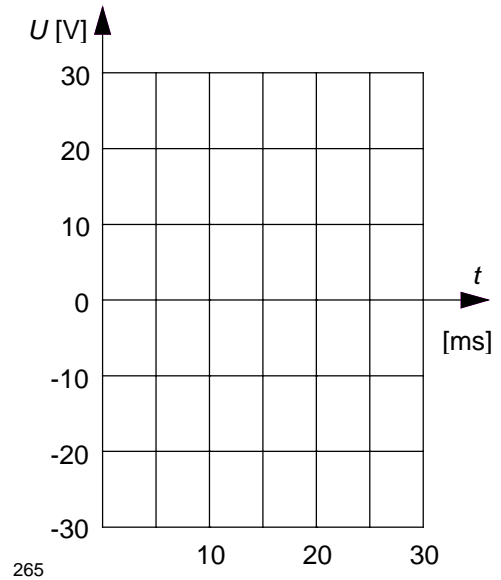


Filter

16.1

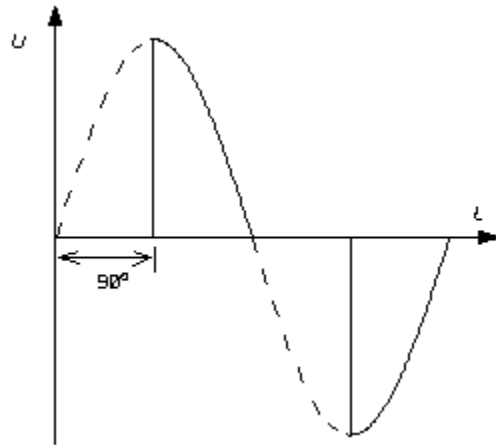
En spänning består av en sinusformad växelkomponent med frekvensen 50 Hz och effektivvärdet 10 V, överlagrad på en ren likspänning på 10 V.

- Skissera spänningens förlopp i figuren.
- Vilka är spänningens extremvärden (U_{\max} U_{\min})?
- Vilket är spänningens medelvärde (U_{medel}), och hur mäter man det med en DMM, tex. Fluke 45?
- Hur mäter man växelspänningskomponenten med en DMM, tex. Fluke 45?
- Beräkna spänningens totala effektivvärde. Hur mäter man det med en DMM, tex. Fluke 45?



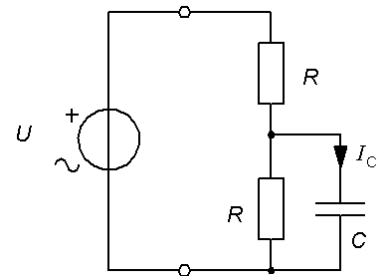
16.2

Figuren visar hur utspänningen från en växelspänningsvariator ("dimmer") ser ut när den är inställd på sitt mittläge. Vilken Crestfaktor (toppvärde/effektivvärde) har denna signal? (Jämför med vad Du vet om sinusspänningen).



16.3

Ställ upp ett uttryck för $I_C(U, \omega, R, C)$.



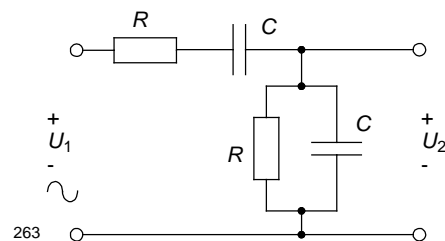
16.4

Wienbryggan förekommer ofta som återföringsnät i förstärkarkopplingar. (De två R , och de två C är lika).

Vilket värde går $\frac{U_2}{U_1}$ mot vid höga, respektive låga frekvenser?

För vilket värde på f (uttryckt i R och C) ligger U_2 i fas med U_1 ?

Hur stor är kvoten $\frac{U_2}{U_1}$ vid denna frekvens?



16.5

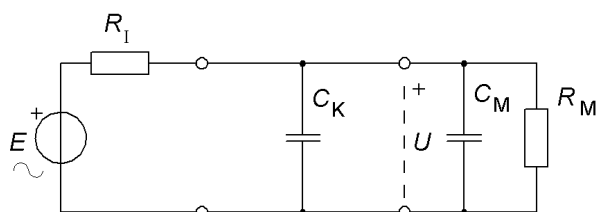
Mätobjektet har den inre resistansen $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$.

Oscilloskopkabeln har kapacitansen $C_K = 60 \text{ pF}$.

Oscilloskopet har in-impedansen $1 \text{ M}\Omega \parallel 40 \text{ pF}$ (R_M och C_M).

Hur stort blir felet när den uppmätta signalen har frekvensen 100 kHz ?

(Oscilloskopet uppges ha bandbredden 50 MHz .)



Mätobjekt Kabel Oscilloskop

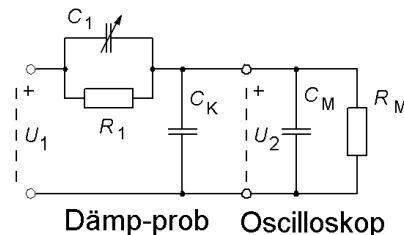
16.6

Till oscilloskopet i föregående uppgift skaffar man en dämp-prob.

Siffervärden: $C_2 = C_K + C_M = 60 + 40 = 100 \text{ pF}$ $R_2 = R_M = 1 \text{ M}\Omega$

a) Kan man välja R_1 och C_1 så att U_2 och U_1 är i fas? Det är viktigt att oscilloskopet gör en *fasriktig* avbildning av U_1 ?

b) Hur stor blir probens kapacitans, den kapacitans mätobjektet ser?



Dämp-prob Oscilloskop

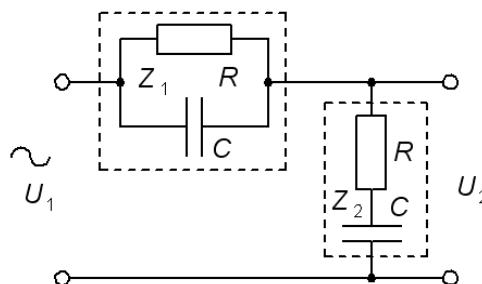
16.7

Figuren visar Wienbryggan "baklänges".

a) Tag fram filtrets överföringsfunktion.

b) (Skissa beloppsfunktion och fasfunktion.)

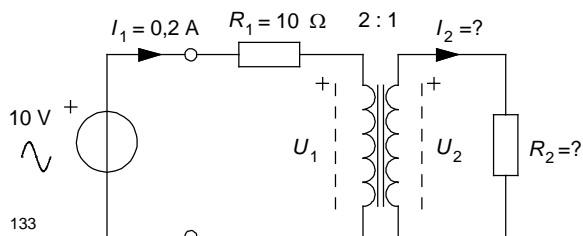
c) Vilket belopp och vilken fasvinkel har överföringsfunktionen när $\omega = 1/RC$?



Transformatorn

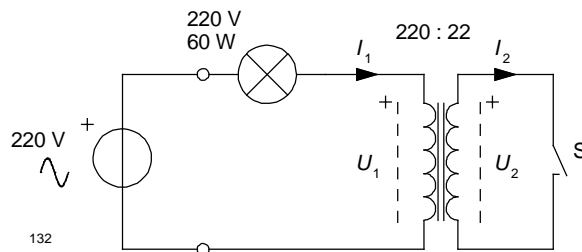
17.1

$U = 10 \text{ V}$, 50 Hz och $I_1 = 0,2 \text{ A}$. Beräkna I_2 och R_2 .



17.2

Fyll i nedanstående tabell:



S	U_1	U_2	I_1	I_2	Lampa

17.3

För en transformator i drift uppmättes följande data:

Primär			Sekundär		
N_1	U_1	I_1	N_2	U_2	I_2
600	225 V	?	200	?	9 A

Beräkna de två värden som saknas.

17.4

För en transformator i drift uppmättes följande data:

Primär			Sekundär		
N_1	U_1	I_1	N_2	U_2	I_2
?	230 V	2 A	150	?	12 A

Beräkna de två värden som saknas.

17.5

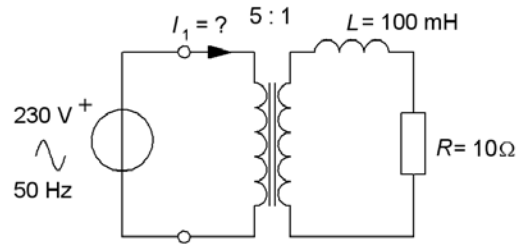
För en transformator i drift uppmättes följande data:

Primär			Sekundär		
N_1	U_1	I_1	N_2	U_2	I_2
600	225 V	?	?	127 V	9 A

Beräkna de två värden som saknas.

17.6

Beräkna strömmen I_1 .

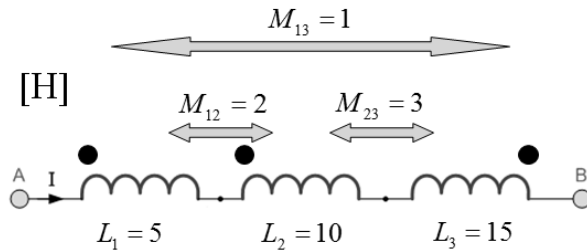


17.7

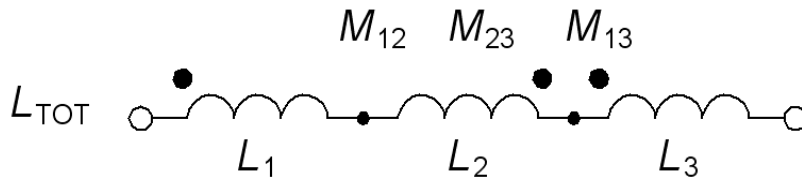
Beräkna totala induktansen hos tre seriekopplade spolar som placerats så att de nås av varandras flöden.

$L_1 = 5$ [H], $L_2 = 10$ [H], $L_3 = 15$ [H],
 $M_{12} = 2$ [H], $M_{23} = 3$ [H], $M_{13} = 1$ [H].

$L_{TOT} = ?$ [H].



17.8

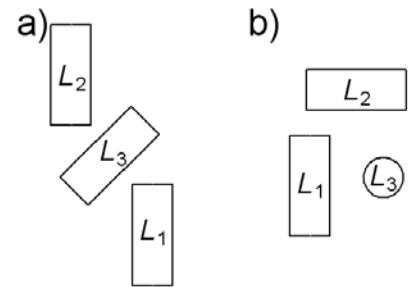


Tre induktorer $L_1 = 12$, $L_2 = 6$, $L_3 = 5$ [H] seriekopplas.

När man seriekopplar induktorer kan placeringen på kretskortet ha betydelse. I figuren till vänster a) kommer induktorerna att ha en del av kraftlinjerna gemensamma. De har ömsinduktanserna $M_{12} = 3$, $M_{23} = 1$, $M_{13} = 1$ [H]. I figuren till höger b) är induktorerna monterade tredimensionellt så att det *inte* finns några delade kraftlinjer.

a) Beräkna totala induktansen för arrangemanget i figur a). $L_{TOT} = ?$

b) Beräkna totala induktansen för arrangemanget i figur b). $L_{TOT} = ?$



Lösningar

Ersättningsresistans

1.1

$$R_{\text{tot}} = 2 \cdot \left(\frac{1 \cdot (0,5 + 0,5)}{1 + 0,5 + 0,5} \right) = 1 \Omega$$

1.2

$$R_{\text{tot}} = \frac{R_4 \left(R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \right)}{R_4 + \left(R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \right)} = \frac{30 \cdot \left(1 + \frac{21 \cdot 42}{21 + 42} \right)}{30 + \left(1 + \frac{21 \cdot 42}{21 + 42} \right)} = \frac{30(1+14)}{30+1+14} = \frac{30 \cdot 15}{45} = 10 \Omega$$

1.3

$$R_{45} = 1 + 2 = 3 \quad R_{345} = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = 2 \quad R_{2345} = 4 + 2 = 6 \quad R_{\text{ERS}} = R_{12345} = \frac{1 \cdot 6}{1 + 6} = 0,86 \Omega$$

1.4

$$R_{\text{ERS}} = 0,5 + 1,6 + \frac{5,2 \left(2,7 + \frac{7 \cdot 3}{7 + 3} \right)}{5,2 + 2,7 + \frac{7 \cdot 3}{7 + 3}} = 4,6 \Omega$$

1.5

De tre motstånden $R_1 \dots R_3$ är parallellkopplade.

$$[\text{k}\Omega]: R_{1,2,3} = \frac{1}{\frac{1}{28} + \frac{1}{84} + \frac{1}{56}} = 15,27. \quad \text{Motståndet } R_4 \text{ är parallellkopplat med en "kortslutningstråd"}$$

$$(R=0), \frac{0 \cdot R_4}{0 + R_4} = 0. \quad \text{Totalt får vi } R_{\text{tot}} = R_{1,2,3} + 0 = 15,27 \text{ k}\Omega.$$

1.6

De fyra motstånden $R_2 \dots R_5$ är parallellkopplade.

$$R_{2,3,4,5} = \frac{1}{\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24} \right)} = 4 \Omega \quad \text{och därefter seriekopplade med } R_1. \quad R_{\text{tot}} = 4 + 2 = 6 \Omega.$$

1.7

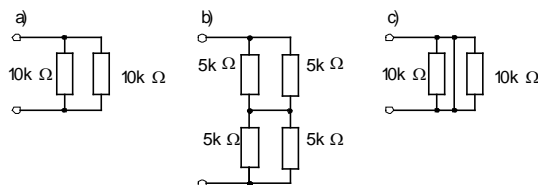
$$R_{\text{TOT}} = 15 + \frac{1}{\frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15}} + \frac{1}{\frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15}} = 15 + 5 + 3 = 23 \Omega$$

1.8

Kretsen består av två likadana parallellgrenar. En parallellgren har ersättningsresistansen:

$$R_{\text{ERS}} = \frac{20 \cdot 5}{20 + 5} + 2 = 6. \quad \text{Varav totala resistansen: } R_{\text{TOT}} = \frac{6 \cdot 6}{6 + 6} = 3 \Omega$$

1.9



Resistivitet och resistorers temperaturberoende

2.1

U [V]	1	2	4	6	8	10	12	14	16	18
I [mA]	17	30	53	74	91	107	119	130	141	150
R [Ω]	58,8	66,7	75,5	81,1	87,9	93,5	100,8	107,7	113,5	120
t [°]	25	54,6	87,9	109	134,9	155,8	183,7	209,6	231,5	256,1

$$a) R_L = \frac{U}{I} = \frac{10}{107 \cdot 10^{-3}} = 93,5 \Omega$$

$$b) R_2 = R_1 + R_1 \alpha (t_2 - t_1) \Rightarrow t_2 = t_1 + \frac{R_2 - R_1}{R_1 \cdot \alpha} = 25 + \frac{93,5 - 58,8}{58,8 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3}} = 155,8 \text{ °C}$$

$$c) \text{ Vi gissar p\u00e5 ett stegs h\u00f6gre sp\u00e4nning dvs. 12 V, och f\u00e5r d\u00e5 } R_L = \frac{12}{119 \cdot 10^{-3}} = 100,8 \Omega$$

$$t_2 = 25 + \frac{100,8 - 58,8}{58,8 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3}} = 183,7 \approx 184 \text{ °C. Gissningen gick hem! \u00d6ver det varierbara motst\u00e5ndet ligger}$$

d\u00e5 sp\u00e4nningen $R \cdot I = E - U = 20 - 12 = 8 \text{ V}$, varav $R = 8 / 119 \cdot 10^{-3} = 67,2 \Omega$.

2.2

$$R_2 = \frac{U}{I} = \frac{20}{0,11} = 182 \Omega \quad R_1 = 98 \Omega \quad \alpha = 4,5 \cdot 10^{-3} \quad t_1 = 98 \text{ °C}$$

$$R_2 = R_1 + R_1 \cdot \alpha (t_2 - t_1) \Leftrightarrow t_2 = \frac{182 - 98}{98 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3}} + 22 = 212,5 \text{ °C}$$

Str\u00e5lningstermometern visade s\u00e5ledes c:a 60\u00b0 fel !

2.3

$$a) \alpha_{NI} = 6,7 \cdot 10^{-3}$$

$$R_{koka} = R_{rum} + R_{rum} \cdot \alpha_{NI} (t_{koka} - t_{rum}) = 50 + 50 \cdot 6,7 \cdot 10^{-3} \cdot 75 = 75,1 \Omega$$

$$b) I = \frac{E}{R + R_1} = \frac{12}{75,1 + 25} = \frac{12}{100,1} = 0,12 \text{ A} \Leftrightarrow P = I^2 \cdot R = 0,12^2 \cdot 75,1 = 1,08 \text{ W}$$

Serie – parallell kretsar

3.1

$$a) R_{RES} = 2 \Omega \quad b) I = 4 \text{ A}, U = 8 \text{ V} \quad c) I_1 = 1 \text{ A}, I_2 = 2 \text{ A}, I_3 = 1 \text{ A}, U_1 = 6 \text{ V}$$

3.2

Vi ber\u00e4knar tv\u00e5 ers\u00e4ttningsresistanser.

$$R_{1,2} = \frac{24 \cdot 12}{24 + 12} = 8 \Omega \quad R_{3,4,5} = \frac{1}{\frac{1}{9} + \frac{1}{18} + \frac{1}{6}} = 3 \Omega$$

U kan ber\u00e4knas med sp\u00e4nningsdelningslagen:

$$U_{R2} = E \frac{R_{1,2}}{R_{1,2} + R_{3,4,5}} = 12 \frac{8}{8 + 3} = 8,73 \text{ V}$$

$$\text{Sp\u00e4nningen \u00f6ver } R_{3,4,5} = E - U = 12 - 8,73 = 3,27 \text{ V varav } I = \frac{E - U}{R_5} = 3,27 / 6 = 0,55 \text{ A.}$$

3.3

$$R_{\text{tot}} = 4 + \frac{\frac{4}{2} \cdot (0,5 + 1,5)}{\frac{4}{2} + (0,5 + 1,5)} = 5 \quad I_{\text{tot}} = \frac{E}{R_{\text{tot}}} = \frac{10}{5} = 2 \text{ A}$$

Strömmen fördelas mellan tre parallellgrenar: 4//4//2. Över dessa ligger spänningen =
 $= E - I_{\text{tot}} \cdot 4 = 10 - 2 \cdot 4 = 2 \text{ V}$. Vi får $I = \frac{2}{4} = 0,5 \text{ A}$ och $U = 2 \frac{0,5}{0,5 + 1,5} = 0,5 \text{ V}$

3.4

Vi beräknar en ersättningsresistans.

$$R_{3,4,5} = \frac{6 \cdot (1 + 2)}{6 + 2 + 1} = 2 \Omega$$

$U_{R1} = 36 \text{ V}$. U_{R3} kan beräknas med spänningsdelningslagen:

$$U_{R3} = U_{R1} \frac{R_{3,4,5}}{R_2 + R_{3,4,5}} = 36 \frac{2}{4 + 2} = 12 \text{ V} \text{ varav } I = I_{R3} = \frac{U_{R3}}{R_3} = 12 / 6 = 2 \text{ A}$$

Spänningen U över R_5 kan beräknas med spänningsdelning:

$$U_{R5} = U_{R3} \frac{R_5}{R_4 + R_5} = 12 \frac{2}{1 + 2} = 8 \text{ V}$$

Vridspoleinstrument

4.1

Förkopplingsmotstånd 15V-område: $R_{\text{SER}} = 15\text{V}/1\text{mA} = 15 \text{ k}\Omega$

4.2

a) Förkopplingsmotstånd 10V-område: $R_{\text{SER}} = 10\text{V}/10\text{mA} = 1 \text{ k}\Omega$ (eg. 995 Ω)

b) Shunt för 1A-område: $R_{\text{SH}} = 50\text{mV}/1\text{A} = 50 \text{ m}\Omega$

$$c) R = \frac{\rho \cdot l}{a} \quad \rho_{\text{konst}} = 0,5 \quad a = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \Rightarrow l = \frac{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot R}{\rho} = \frac{\pi \cdot 0,6^2 \cdot 50 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 0,5} = 28,3 \text{ mm}$$

4.3

Snabbladdning 100A. Spänningsfallet över shunten är 200 mV. (Resistorn R_2 får försummas).

$$0,2 = (R_1 + 0 + 3400) \cdot 50 \cdot 10^{-6} \quad R_1 = 600 \Omega.$$

Underhållsladdning 100 mA. Spänningsfallet över R_2 ska vara 200 mV. (Shuntresistorn får försummas).

$$0,2 = 0,1 \cdot R_2 \quad R_2 = 2 \Omega.$$

(Är förenklingarna godtagbara? Ja, $R_2 = 2$ är försumbar vid sidan av $R_1 = 600$. Shuntens $R_{\text{SHUNT}} = 0,2/100 = 0,002$ är försumbar vid sidan av $R_2 = 2$.)

Batterier

5.1

$$a) I = \frac{E}{R_1 + R} \Leftrightarrow 0,123 = \frac{1,4}{R_1 + 10} \Leftrightarrow R_1 = \frac{1,4}{0,123} - 10 = 1,38 \Omega$$

$$b) I_{\text{MAX}} = \frac{E}{R_1} = \frac{1,4}{1,38} = 1,01 \text{ A}$$

5.2

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P} = \frac{12^2}{50} = 2,88 \Omega$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{12}{2,88} = 4,17 \text{ A}$$

$$a) U = x \cdot (1,5 - I \cdot R_1) \Rightarrow x = \frac{U}{1,5 - I \cdot R_1} = \frac{12}{1,5 - 4,17 \cdot 0,12} = 12$$

$$b) R = \rho \frac{l}{A} \quad A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \Rightarrow l = \frac{R \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}}{\rho_{\text{Kthl}}} = 0,85 \text{ m}$$

5.3

$$a) U = 6 \quad I = 1,75 \quad n \cdot E - n \cdot R_i \cdot I - U = 0 \quad n = \frac{U}{E - I \cdot R_i} = \frac{6}{1,1 - 1,75 \cdot 0,2} = 8 \text{ st}$$

b) Vid seriekoppling ökar effekten medan kapaciteten blir densamma. $C = 3000 \text{ mAh}$.

$$C = I \cdot t \Rightarrow I = \frac{C}{t} = \frac{3}{1} = 3 \text{ A}$$

$$c) 24 - 8 \cdot 1,1 - R \cdot 3 - 8 \cdot 0,2 \cdot 3 = 0 \quad R = \frac{24 - 8 \cdot 1,1 - 8 \cdot 0,2 \cdot 3}{3} = 3,47 \Omega$$

5.4

Tre lika batterier kan slås ihop till ett med $E = 10\text{V}$ och $R_1 = 6/3 = 2 \Omega$.

a) $I = 10/(2 + 2) = 2,5 \text{ A}$. $U = 2 \cdot 2,5 = 5 \text{ V}$.

b) Två lika batterier slås ihop till ett med $E = 10\text{V}$ och $R_1 = 6/2 = 3 \Omega$.

Kirchoffs strömlag ger:

$$\bullet \quad I_1 - I_2 - I = 0$$

Kirchoffs spänningslag runt två maskor ger:

$$\bullet \quad 10 - 3 \cdot I_1 + 10 - 6I_2 = 0 \Leftrightarrow -3I_1 - 6I_2 + 0I = -20$$

$$\bullet \quad 6I_2 - 10 - 2I = 0 \Leftrightarrow 0I_1 + 6I_2 - 2I = 10$$

På matrisform:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -3 & -6 & 0 \\ 0 & 6 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -20 \\ 10 \end{pmatrix} \quad I_1 = 2,78 \text{ A} \quad I_2 = 1,94 \text{ A} \quad I = 0,83 \text{ A}$$

$$U = I \cdot 2 = 0,83 \cdot 2 = 1,67 \text{ V}$$

Kirchoffs strömlag

6.1

$I_1 = 5 \text{ A}$, $I_2 = 2,5 \text{ A}$, $I_3 = 2,5 \text{ A}$ och $I_4 = 5 \text{ A}$.

6.2

$$R_{\text{TOT}} = \frac{\left(6 + \frac{8 \cdot 2}{8 + 2}\right) \cdot 4}{\left(6 + \frac{8 \cdot 2}{8 + 2}\right) + 4} = 2,62 \Omega \quad E = R_{\text{TOT}} \cdot I = 2,62 \cdot 10 = 26,2 \text{ V}$$

$$I_4 = \frac{E}{4} = \frac{26,2}{4} = 6,55 \text{ A} \quad I_1 = I - I_4 = 10 - 6,55 = 3,45 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{E - I_1 \cdot 6}{8} = \frac{26,2 - 3,45 \cdot 6}{8} = \frac{5,5}{8} = 0,69 \text{ A} \quad I_3 = \frac{5,5}{2} = 2,75 \text{ A}$$

Kirchoffs lagar

7.1

Kirchoffs strömlag ger:

- $-I_1 + I_2 + I_3 = 0$

Kirchoffs spänningslag runt två maskor ger:

- $E_1 - I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_4 - E_3 - I_1 \cdot R_3 = 0 \Leftrightarrow -3I_1 - 15I_2 + 0I_3 = -9$

- $-E_2 - I_3 \cdot R_2 + I_2 \cdot R_4 = 0 \Leftrightarrow 0I_1 + 15I_2 - 2I_3 = 21$

På matrisform:

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -3 & -15 & 0 \\ 0 & 15 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -9 \\ 21 \end{pmatrix} \quad \text{Lösning: } I_1 = -2 \text{ A} \quad I_2 = 1 \text{ A} \quad I_3 = -3 \text{ A}$$

7.2

a) Över 18Ω -resistorn ligger E_1 18 V .

($I_3 = -18/18 = -1 \text{ A}$ motsatt riktning den som antagits i figuren)

b) $E_2 - R_1 I_2 - E_1 = 0 \Rightarrow I_2 = -\frac{E_1 - E_2}{R_1} = -\frac{16 - 12}{6} = -1 \text{ A}$.

I_2 är således riktad i motsatt riktning den som antagits i figuren.

c) $I_1 + I_2 + I_3 = 0 \Rightarrow I_1 = 1 + 1 = 2 \text{ A}$

7.3

Kirchoffs strömlag ger:

$$\bullet I_1 - I_2 - I = 0$$

Kirchoffs spänningslag runt två maskor ger:

$$\bullet -I_2 \cdot R_3 + E_2 - I_1 \cdot R_2 = 0 \Leftrightarrow I_1 + 3I_2 + 0 \cdot I = 12$$

$$\bullet I_2 \cdot R_3 - I \cdot R_1 - E_1 - I \cdot R = 0 \Leftrightarrow 0I_1 + 3I_2 - 6I = 6$$

På matrisform:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\text{Lösning: } I_1 = 3,33 \text{ A} \quad I_2 = 2,89 \text{ A} \quad I = \mathbf{0,44 \text{ A}}$$
$$\Rightarrow U = I \cdot R = 4 \cdot 0,44 = \mathbf{1,78 \text{ V}}$$

7.4

Kirchoffs strömlag:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

Kirchoffs spänningslag (vänstra slingan):

$$-25 - 2 \cdot I_1 + 3 \cdot I_2 + 60 = 0$$

hyfsa:

$$-2 \cdot I_1 + 3 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 = -35$$

Kirchoffs spänningslag (högra slingan):

$$-60 - 3 \cdot I_2 + 6 + 5 \cdot I_3 - 20 = 0$$

hyfsa:

$$0 \cdot I_1 - 3 \cdot I_2 + 5 \cdot I_3 = 74$$

Ekvationssystemet på matrisform:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -35 \\ 74 \end{pmatrix}$$

$$\text{a) } \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,87 \\ -10,4 \\ 8,55 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) Spänningen över voltmeteren } U = -E_3 - R_3 \cdot I_3 = -6 - 5 \cdot 8,55 = -48,75 \text{ V}$$

7.5

Kirchoffs strömlag ger:

$$\bullet I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

Kirchoffs spänningslag runt två maskor ger:

$$\bullet -I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_2 - E_2 = 0 \Leftrightarrow -4I_1 + 0I_2 + 6I_3 = 15$$

$$\bullet E_2 - I_3 \cdot R_2 + E_1 + I_2 \cdot R_3 - E_3 = 0 \Leftrightarrow 0I_1 + 8I_2 - 6I_3 = -8$$

På matrisform:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -4 & 0 & 6 \\ 0 & 8 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 15 \\ -8 \end{pmatrix}$$

$$\text{Lösning: } I_1 = \mathbf{-1,56 \text{ A}} \quad I_2 = \mathbf{0,1 \text{ A}} \quad I_3 = \mathbf{1,46 \text{ A}}$$

Nodanalys, potential, beroende generator

8.1

$$U_{R1} = 12 \cdot \frac{100}{100+110+120} = 3,64 \text{ V} \quad U_{R2} = 12 \cdot \frac{110}{100+110+120} = 4 \text{ V} \quad U_{R3} = 12 \cdot \frac{120}{100+110+120} = 4,37 \text{ V}$$

Uttag	a)	b)	c)	d)
Voltmeter [V]	-4,37	0	+4	4+3,64 = 7,64

8.2

$$-I_1 - I_2 + 1 = 0 \quad I_1 + I_2 = 1$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{U}{12}$$

$$I_1 = \frac{U - E}{R_1} = \frac{U - 24}{6}$$

$$1 = \frac{U}{12} + \frac{U - 24}{6} = \frac{2 \cdot U - 48 + U}{12} \Leftrightarrow 12 = 3 \cdot U - 48$$

$$U = 20 \text{ V}$$

$$I_2 = \frac{20}{12} = 1,67$$

$$I_1 = \frac{20 - 24}{6} = -0,67$$

$$I_1 + I_2 = 1 \quad -0,67 + 1,67 = 1$$

8.3 Beroende generator

$$\text{Kirchoffs strömlag: } I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

Kirchoffs spänningslag (slingan med oberoende emk):

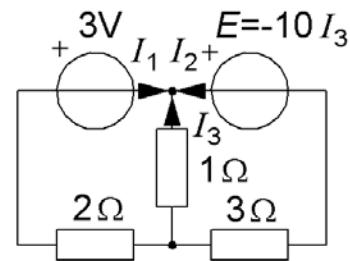
$$-2I_1 - 3 + 1I_3 = 0 \Leftrightarrow -2I_1 + 0I_2 + 1I_3 = 3$$

Kirchoffs spänningslag (slingan med beroende emk):

$$-1I_3 - (-10I_3) + 3I_2 = 0 \Leftrightarrow 0I_1 + 3I_2 + 9I_3 = 0$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad I_1 = -2 \quad I_2 = 3 \quad I_3 = -1$$

(siffervärden är de samma som i kursens genomgående föreläsningsexempel ...)



Tvåpolssatsen

9.1 $E_K = 1 \text{ V}, R_I = 1 \Omega$

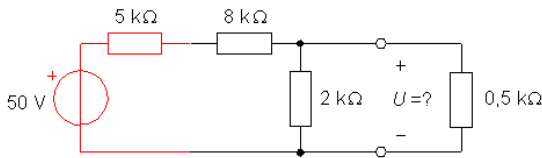
9.2

$$a) U_{R16} = 100 \cdot \frac{16 \cdot (4+12)}{4 + \frac{16 \cdot (4+12)}{16+4+12}} = 100 \cdot \frac{8}{12} = 66,67 \quad U_{R12} = 66,67 \cdot \frac{12}{4+12} = 50 \text{ V}$$

$$b) c) R_I = 12 \parallel (4 + 4 \parallel 16) = \frac{12 \left(4 + \frac{4 \cdot 16}{4+16} \right)}{12 + 4 + \frac{4 \cdot 16}{4+16}} = 4,5 \text{ k}\Omega \Rightarrow I_K = \frac{50}{4,5} = 11,1 \text{ mA}$$

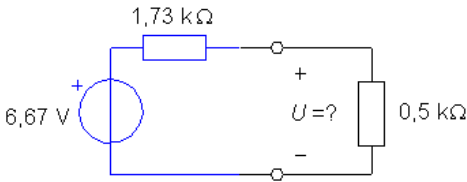
$$d) R_x = R_I \Rightarrow P = \frac{E_0^2}{4 \cdot R_I} = \frac{50^2}{4 \cdot 4,5 \cdot 10^3} = 0,114 \text{ W}$$

9.3



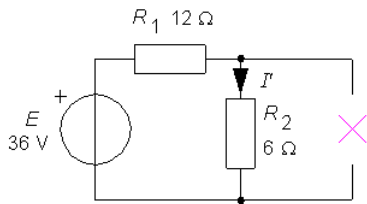
$$\frac{2 \cdot (5+8)}{2+5+8} = 1,73$$

$$50 \cdot \frac{2}{2+5+8} = 6,67$$



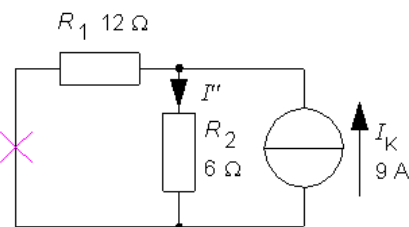
$$U = 6,67 \cdot \frac{0,5}{0,5+1,73} = 1,49 \text{ V}$$

9.4



$$I' = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{36}{12+6} = 2$$

En nedvriden strömgenerator blir ett avbrott! I' fås med OHM's lag.



$$I'' = I_K \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 9 \cdot \frac{12}{12+6} = 6$$

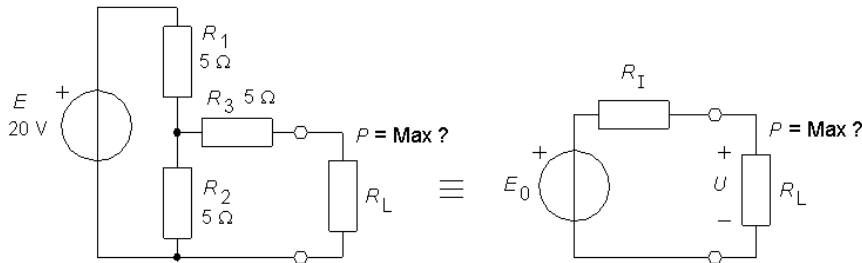
En nedvriden emk blir en kortslutning. I'' fås med strömgrening.

$$I = I' + I'' = 2 + 6 = 8 \text{ A}$$

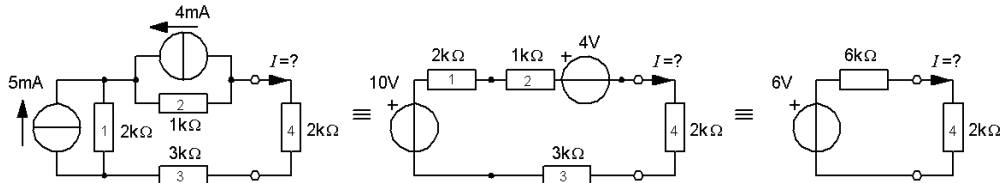
9.5

$$R_1 = R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 5 + \frac{5 \cdot 5}{5+5} = 7,5 \quad E_0 = E \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 20 \cdot \frac{5}{5+5} = 10$$

$$P_{\text{MAX}} = \frac{E_0^2}{4 \cdot R_1} = \frac{10^2}{4 \cdot 7,5^2} = 3,33 \text{ W}$$



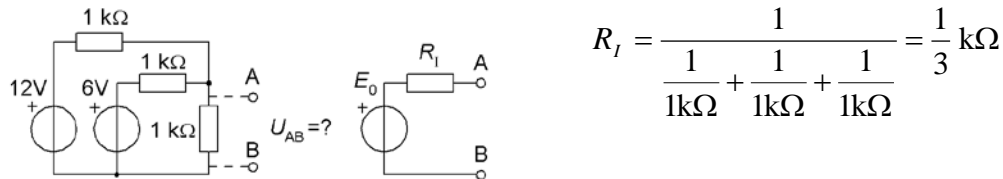
9.6



$$5\text{mA} \parallel 2\text{k}\Omega \Leftrightarrow 10\text{V} + 2\text{k}\Omega, \quad 4\text{mA} \parallel 1\text{k}\Omega \Leftrightarrow 4\text{V} + 1\text{k}\Omega \Rightarrow 6\text{V} + 6\text{k}\Omega$$

$$I = \frac{E_0}{R_I + R_L} = \frac{6}{6 + 2} = 0,75 \text{ mA}$$

9.7



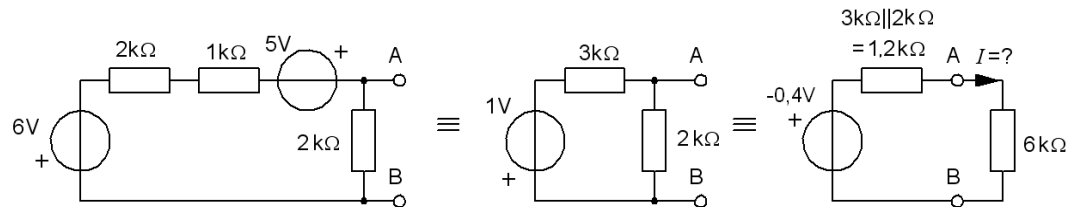
$$R_I = \frac{1}{\frac{1}{1\text{k}\Omega} + \frac{1}{1\text{k}\Omega} + \frac{1}{1\text{k}\Omega}} = \frac{1}{3} \text{ k}\Omega$$

Antag att A och B kortsluts. Den tredje 1 kΩ resistorn blir då strömlös.

$$I_K = \frac{12\text{V}}{1\text{k}\Omega} + \frac{6\text{V}}{1\text{k}\Omega} = 18 \text{ mA} \quad I_K = \frac{E_0}{R_I} \Rightarrow E_0 = I_K \cdot R_I = 18 \cdot \frac{1}{3} = 6\text{V}$$

Spänningsfallet U_{AB} är lika med E_0 .

9.8



Strömgeneratorn och 1 kΩ resistorn kan göras om till en spänningskälla. Hela nätet blir då en 1V spänning med en spänningsdelare.

$$E_0 = 1 \frac{2}{3 + 2} = 0,4 \text{ V} \quad R_I = \frac{3 \cdot 2}{3 + 2} = 1,2 \text{ k}\Omega$$

Tomgångsspänningen blir 0,4V, och den inre resistansen $3\text{k}\Omega \parallel 2\text{k}\Omega = 1,2\text{k}\Omega$. Observera att spänningskällan 0,4V är motriktad definitionen i den ursprungliga figuren.

Till sist blir strömmen (elektronikstorheter: mA kΩ V) $I = -0,4 / (1,2 + 2) = -0,125 \text{ [mA]}$

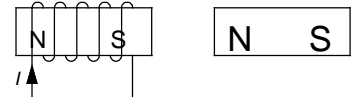
Magneter, magnetiska kretsar

10.1

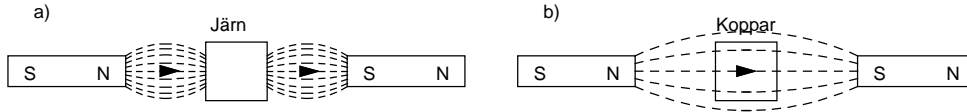
Högerhandsregeln:

"Om du håller om spolen med höger hand så att fingrarna pekar i strömmens riktning, kommer tummen att peka mot nordändan."

Kraften blir **attraherande** eftersom elektromagnet och permanentmagnet vänder olika poler mot varandra.



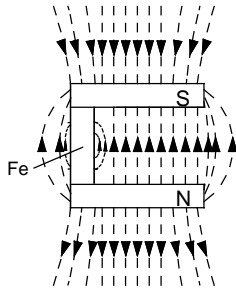
10.2



164a

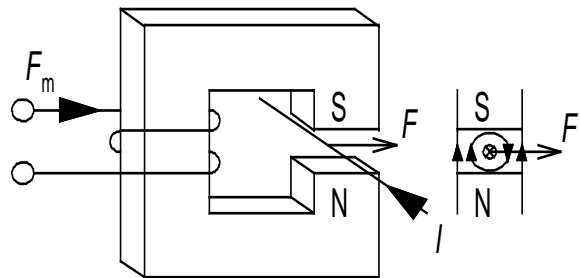
c) Det magnetiska motståndet, reluktansen R_M minskar om det är en järnbit mellan magneterna. Det magnetiska flödet och flödestätheten ökar. Kraften på magneterna ökar. Kopparbiten påverkar den magnetiska kretsen obetydligt.

10.3

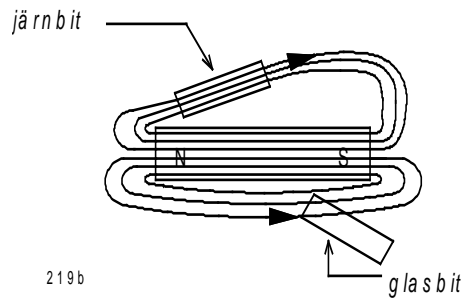


10.4

Elektromagnetens nord- och sydpol bestäms med högerhandsregeln. Den strömförande ledarens fält med skruvregeln. Till vänster om ledaren förstärks fältet, till höger försvagas det. Kraften blir riktad ut ur elektromagneten.

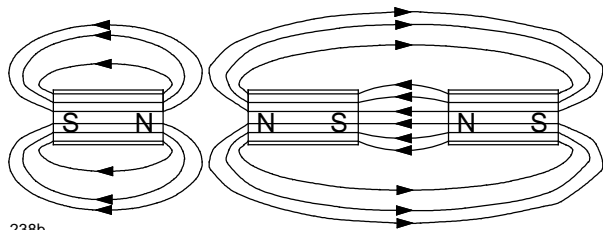


10.5



219b

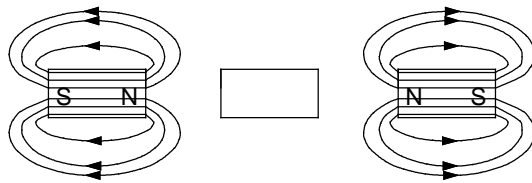
10.6



238b

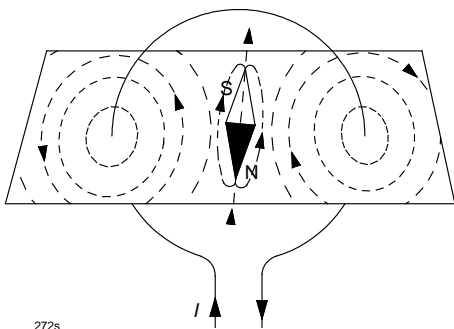
10.7

Metallbiten har permeabilitetsstalet $k_m = 1$, det vill säga samma som för luft. Den påverkar således *inte* magneterna. Magneternas avstånd från varandra är stort, så magnetfälten blir som från helt *ensamma* magneter.



238c

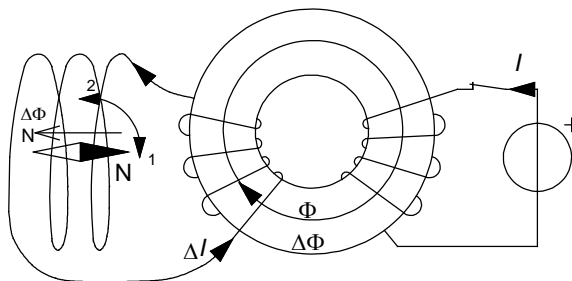
10.8



272s

10.9

När man sluter strömkretsen skapas ett magnetiskt flöde i järnringen. Denna förändring (från inget flöde till flöde) transformerar över till spolen med kompassnålen där denna vrids till läge 1 (högerhandsregeln). Efter ett kort tag, blivit flödet konstant i ringen och då upphör "förändringen" och kompassnålen återvänder till ursprungsläget 2. När man bryter strömkretsen vippar kompassnålen på motsvarande sätt åt *andra hållet*.



10.10

a)

$$B = \frac{\Phi}{a} \quad \Phi = \frac{F_m}{R_m} \quad F_m = N \cdot I \quad R_m = \frac{l}{\mu \cdot a} \quad \mu = k_m \cdot \mu_0 \quad \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$$

$$R_{mFE} = \frac{l - l_{AIR}}{\mu_0 \cdot k_m \cdot a} \quad R_{mAIR} = \frac{l_{AIR}}{\mu_0 \cdot a} \quad R_m = R_{mFE} + R_{mAIR} = \frac{l + l_{AIR}(k_m - 1)}{\mu_0 \cdot k_m \cdot a}$$

$$B = \frac{\Phi}{a} \quad \Phi = \frac{F_m}{R_m} \quad F_m = N \cdot I \quad \Rightarrow \quad B = \frac{N \cdot I}{R_m \cdot a} = \frac{N \cdot I}{\frac{l + l_{AIR}(k_m - 1)}{\mu_0 \cdot k_m \cdot a} \cdot a} = \frac{\mu_0 \cdot k_m \cdot N}{l + l_{AIR}(k_m - 1)} \cdot I$$

$$b) \quad B = \frac{\mu_0 \cdot k_m \cdot N}{l + l_{AIR}(k_m - 1)} \cdot I = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 500 \cdot 1}{30 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-3} \cdot 499} \cdot I = 1,188 \cdot 10^{-3} \cdot I$$

$$B = 1,188 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 11,88 \text{ [mT]}$$

10.11

$$a) \quad a = 1 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2\text{]} \quad \Phi = 50 \mu\text{Wb} \quad B = \frac{\Phi}{a} = \frac{50 \cdot 10^{-6}}{10^{-4}} = 0,5 \text{ Wb / m}^2$$

$$F = B \cdot I \cdot l = 0,5 \cdot 10 \cdot 0,01 = 0,05 \text{ N.}$$

$$b) \quad R_{m\text{Järn}} = \frac{l_{\text{Järn}}}{k_m \cdot \mu_0 \cdot a} = \frac{0,1}{1500 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 10^{-4}} = 5,3 \cdot 10^5 \text{ A / Wb}$$

$$R_{m\text{gap}} = \frac{l_{\text{gap}}}{\mu_0 \cdot a} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 10^{-4}} = 1,59 \cdot 10^7 \text{ A / Wb}$$

$$R_m = R_{m\text{gap}} + R_{m\text{Järn}} = 1,64 \cdot 10^7 \text{ A / Wb}$$

$$\Phi = \frac{F_m}{R_m} \Rightarrow F_m = \Phi R_m = 50 \cdot 10^{-6} \cdot 1,64 \cdot 10^7 = 822 \text{ At}$$

10.12

$$a) \quad \text{Om flödet } \Phi = 8 \cdot 10^{-4} \text{ Wb i toroiden, är flödestätheten } B = \frac{\Phi}{a} = \frac{8 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-3}} = 0,4 \text{ [T, Wb / m}^2\text{]}$$

Ur magnetiseringskurvan för gjutjärn avläser vi att detta kräver fältstyrkan $H = 800 \text{ At/m}$.

$$H = \frac{N \cdot I}{l} \Rightarrow I = \frac{H \cdot l}{N} = \frac{800 \cdot 0,16}{400} = \mathbf{0,32 \text{ A}}$$

$$b) \quad \text{Permabiliteten för materialet ges av } \mu = \frac{B}{H} = \frac{0,4}{800} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ och permabilitetstalet av}$$

$$k_m = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = \mathbf{398}$$

10.13

$$a) \quad F_m = N \cdot I = 10 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 0,4 \text{ At} \quad (R_{m\text{järn}} = 0)$$

$$R_m = \frac{l}{\mu_0 \cdot a} = \frac{2 \cdot 0,2 \cdot 10^{-6}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 10^{-6}} = 79,6 \text{ kA / Wb}$$

$$\text{OHMs lag för den magnetiska kretsen: } \Phi = \frac{F_m}{R_m} = \frac{0,4}{79,6 \cdot 10^3} = \mathbf{5 \mu\text{Wb}}$$

b) Flödesförändringen inducerar samma spänning i alla lindningsvarven ($N = 10$).

$$e = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 10 \cdot \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{100 \cdot 10^{-6}} = \mathbf{1 \text{ V}}$$

10.14

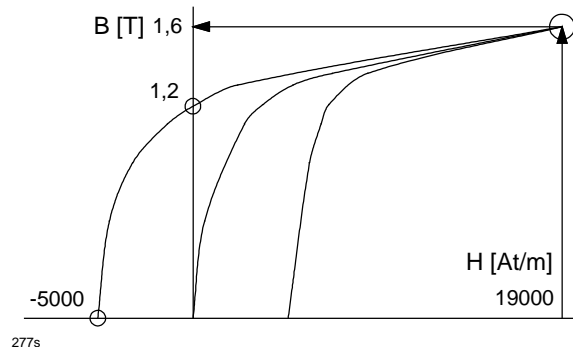
a) $H = \frac{N \cdot I}{l} = \frac{1250 \cdot 3,04}{0,2} = 19000 \text{ [At/m]}$

Ur diagrammet $B = 1,6 \text{ [T, Wb/m}^2\text{]}$

b) Remanenta flödestätheten avläses till
 $B = 1,2 \text{ [T, Wb/m}^2\text{]}$

c) Avmagnetisering kräver $H = -5000 \text{ [At/m]}$

$$I = \frac{H \cdot l}{N} = -\frac{5000 \cdot 0,2}{1250} = -0,8 \text{ [A]}$$



10.15

$$e = N \frac{d\Phi}{dt} \quad L = N \frac{d\Phi}{di} \quad e = L \frac{di}{dt}$$

$$B = \frac{\Phi}{a} \quad B = \mu \frac{NI}{l} \Rightarrow \Phi = \frac{\mu a NI}{l} \Rightarrow d\Phi = \frac{\mu a N}{l} di \Rightarrow \frac{d\Phi}{di} = \mu N \frac{a}{l}$$

- $L = \mu N^2 \frac{a}{l}$

a) Ur diagrammet: $\mu = \frac{B}{H} = \frac{0,3}{700} = 4,29 \cdot 10^{-4} \quad I = \frac{l \cdot \Phi}{\mu a N} = \frac{0,1 \cdot 10^{-5}}{4,29 \cdot 10^{-4} \cdot 8 \cdot 10^{-5} \cdot 500} = 0,058 \text{ A}$

b) Järnkärna: $L = \mu N^2 \frac{a}{l} = 4,29 \cdot 10^{-4} \cdot 500^2 \frac{8 \cdot 10^{-5}}{0,1} = 0,086 = 86 \text{ mH}$

c) Luft: $\mu = \mu_0 \Rightarrow L = \frac{\mu_0}{\mu} L_{Järm} = \frac{4,29 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} 0,086 = 0,25 \text{ mH}$

Transienter

11.1

När de tre komponenterna har lika stor spänning över sig blir denna $\frac{1}{3}10 = 3,33 \text{ V}$.

De två resistorerna kan slås ihop till ett $R' = 2 \text{ k}\Omega$. Vi låter $U_C(t)$ vara $x(t)$ i formeln för exponentiella förlopp.

Begynnelsevärdet $U_C(t) = 0$ (kondensatorn tom från början)

Slutvärdet $U_C(t = \infty) = 10 \text{ V}$ (kondensatorn uppladdad till fulla spänningen efter lång tid)

$$\tau = R \cdot C = 2 \cdot 10^3 \cdot 1000 \cdot 10^{-6} = 2 \text{ s.}$$

$$x(t) = x_\infty - (x_\infty - x_0) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$U_C(t) = 10 - (10 - 0) e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow U_C(t) = 10 - 10 e^{-\frac{t}{2}}$$

$$0,667 = e^{-0,5 \cdot t} \Leftrightarrow \ln(0,667) = -0,5 \cdot t \Rightarrow t = \frac{0,405}{0,5} = \mathbf{0,81 \text{ s}}$$

11.2

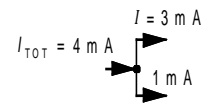
De två resistorerna kan slås ihop till ett $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{5 \cdot 15}{5 + 15} = 3750 \Omega$.

a) Tidkonstanten blir: $\tau = R \cdot C = 3750 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = \mathbf{0,038 \text{ s}}$.

b) När strömmen genom R_1 är 3 mA är den 1 mA genom R_2 . De båda resistorerna är parallellkopplade och har samma spänning över sig. Strömmarna blir då omvänt proportionella mot resistanserna.

Den totala strömmen är då $I_{\text{TOT}} = 4 \text{ mA}$. Välj tex $x = I_{\text{TOT}}$ i formeln för exponentiella förlopp. Från början är kondensatorn tom och då är

$$I_{\text{TOT}} = \frac{E}{R} = 5,9 \cdot 10^{-3}. \text{ Efter lång tid är kondensatorn full och då är } I_{\text{TOT}} = 0.$$



$$x(t) = x_\infty - (x_\infty - x_0) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

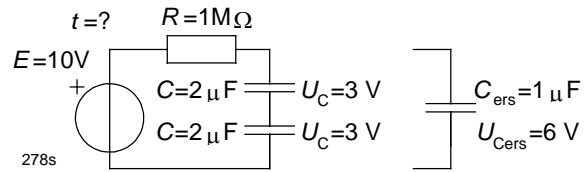
$$I_{\text{TOT}}(t) = 0 - (0 - \frac{E}{R}) e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow I_{\text{TOT}}(t) = 5,9 \cdot 10^{-3} e^{-\frac{t}{0,038}}$$

$$4 \cdot 10^{-3} = 5,9 \cdot 10^{-3} e^{-26,3 \cdot t} \Leftrightarrow \ln\left(\frac{4}{5,9}\right) = -26,3 \cdot t \Rightarrow t = \frac{2,69}{26,3} = \mathbf{0,014 \text{ s}}$$

11.3

De två kondensatorerna kan flyttas bredvid varandra, de kan då ersättas med sin ersättningskondensator.

$$C_{\text{ers}} = \frac{C \cdot C}{C + C} = \frac{1}{2} C$$



a) Tidkonstanten blir: $\tau = R \cdot C = 1 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-6} = 1 \text{ s}$.

b) När spänningen över en av kondensatorerna är 3 V så är den 6 V över "ersättningskondensatorn" (= de båda kondensatorerna). Antag att x står för spänningen över ersättningskondensatorn::

$$x(t) = x_{\infty} - (x_{\infty} - x_0) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad U_{\text{Cers}\infty} = 10 \text{ V} \quad U_{\text{Cers}0} = 0 \text{ V}$$

$$U_{\text{Cers}}(t = ?) = 10 - (10 - 0) e^{-\frac{t}{1}} = 6 \Rightarrow e^{-t} = 0,4 \Rightarrow \ln(e^{-t}) = \ln(0,4) \Rightarrow t = \mathbf{0,92 \text{ s}}$$

11.4

x_0 = storhetens begynnelsevärde $i(0) = 0$

$$x_{\infty} = \text{storhetens värde efter lång tid} \quad i(\infty) = \frac{E}{R} = \frac{12}{12} = 1 \quad \text{b) } \frac{12}{24} = 0,5$$

$$\tau = \text{tidkonstant} = \frac{L}{R} = \frac{0,8}{12} = 0,06 \quad \text{b) } \frac{0,8}{24} = 0,03$$

$$x(t) = x_{\infty} - (x_{\infty} - x_0) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{a) } i(t) = 1 - (1 - 0) e^{-\frac{t}{0,06}} = 1 - e^{-\frac{t}{0,06}} \Rightarrow i(t = 0,1) = 1 - e^{-\frac{0,1}{0,06}} = \mathbf{0,81 \text{ A}}$$

$$\text{b) } i(t) = 0,5 - (0,5 - 0) e^{-\frac{t}{0,03}} = 0,5 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{0,03}}) \Rightarrow i(t = 0,1) = 0,5 \cdot (1 - e^{-\frac{0,1}{0,03}}) = \mathbf{0,48 \text{ A}}$$

11.5

$$u(t) = 2 \quad u_{\infty} = 0 \quad u_0 = 12 \quad \tau = R \cdot C = 110 \cdot 10000 \cdot 10^{-6} = 1,1 \text{ s}$$

$$x(t) = x_{\infty} - (x_{\infty} - x_0) e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow 2 = 0 - (0 - 12) e^{-\frac{t}{1,1}}$$

$$\frac{2}{12} = e^{-\frac{t}{1,1}} \Leftrightarrow 1,1 \cdot \ln\left(\frac{1}{6}\right) = -t \Rightarrow t = 1,97 \approx \mathbf{2 \text{ s}}$$

Ett exponentiellt förlopp kan anses ha upphört efter $5 \cdot \tau = 5 \cdot 1,1 = \mathbf{5,5 \text{ s}}$.

11.6

a) Spolen är "strömtrög" så strömmen förblir 0 i första ögonblicket.

b) Efter lång tid är strömmen genom spolen konstant, $\frac{di}{dt} = 0$, och spolens motemk $e = L \frac{di}{dt} = 0$. Spolen

"kortsletter" då det parallella 100Ω motståndet. Strömmen begränsas av seriemotståndet på 100Ω .

$$I = \frac{10}{100} = 0,1 \text{ A}.$$

c) När strömställaren bryter kretsen klingar strömmen av (mot 0) med tidkonstanten

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ s}$$

$$x(t) = x_{\infty} - (x_{\infty} - x_0)e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow i_L(t) = 0 - (0 - 0,1)e^{-\frac{t}{0,01}} = 0,1e^{-\frac{t}{0,01}}.$$

11.7

Kondensatorn är först uppladdad till 5 V, vid omkopplingen laddas den upp vidare mot 15 V.

Vi får $u_{\infty} = 15$ $u_0 = 5$. Kretsens tidkonstant är $\tau = R \cdot C = 2000 \cdot 1000 \cdot 10^{-6} = 2$ s.

$$x(t) = x_{\infty} - (x_{\infty} - x_0)e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow u(t) = 15 - (15 - 5)e^{-\frac{t}{2}} = 15 - 10e^{-\frac{t}{2}}$$

$$10 = 15 - 10e^{-\frac{t}{2}} \Leftrightarrow -5 = -10e^{-\frac{t}{2}} \Leftrightarrow \ln \frac{5}{10} = \ln e^{-\frac{t}{2}} = -\frac{t}{2} \Rightarrow t = -2 \ln \frac{5}{10} = 1,39 \text{ s}$$

När kondensatorn är full-laddad slutar strömmen. Detta sker efter c:a 10 s (5 tidkonstanter).

11.8

Kretsens tidkonstant är $\tau = R \cdot C = 500 \cdot 500 \cdot 10^{-6} = 0,25$ s. Kondensatorn är först oladdad, vid inkopplingen laddas den upp mot 10 V. För spänningarna gäller Kirchoffs spänningslag

$$E + U_C + U_R = 0.$$

Vid $t = 0$ gäller: $10 + 0 + U_R = 0$. Vid $t = \infty$ gäller: $10 + 10 + U_R = 0$.

Vi får för U_R :

$$u_{\infty} = 0 \quad u_0 = 10.$$

$$a) x(t) = x_{\infty} - (x_{\infty} - x_0)e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow u_R(t) = 0 - (0 - 10)e^{-\frac{t}{0,25}} = 10e^{-4t}$$

$$2 = 10e^{-4t} \Leftrightarrow 0,2 = e^{-4t} \Leftrightarrow \ln 0,2 = \ln e^{-4t} = -4t \Rightarrow t = -\frac{\ln 0,2}{4} = 0,4 \text{ s}$$

b) När spänningen över C är 2 V är den 8 V över R .

$$8 = 10e^{-4t} \Leftrightarrow 0,8 = e^{-4t} \Leftrightarrow \ln 0,8 = \ln e^{-4t} = -4t \Rightarrow t = -\frac{\ln 0,8}{4} = 0,06 \text{ s}$$

11.9

Kretsens tidkonstant är $\tau = \frac{L}{R} = \frac{2}{100} = 0,02$ s.

a) Innan till-slaget av strömställaren är spolen strömlös, och eftersom en spole är "strömtrög" fortsätter den att vara utan ström i första ögonblicket. $i(t = 0) = 0$.

När tiden går växer strömmen genom spolen mot sitt max-värde $i_{\max} = \frac{E}{R} = \frac{12}{100} = 0,12$ A. Förloppet följer en exponentialfunktion:

$$x(t) = x_{\infty} - (x_{\infty} - x_0)e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow i(t) = 0,12 - (0,12 - 0)e^{-\frac{t}{0,02}} = 0,12(1 - e^{-50t})$$

b) Halva slutvärdet (0,06 A) vid tiden t :

$$0,06 = 0,12(1 - e^{-50t}) \Leftrightarrow \ln(1 - 0,5) = \ln e^{-50t} \Leftrightarrow \ln 0,5 = -50t \Leftrightarrow t = \frac{0,69}{50} = 0,014 \text{ s}$$

11.10

a) Seriekopplade kondensatorer:

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{25 \cdot 15}{25 + 15} \cdot 10^{-6} = 9,38 \cdot 10^{-6} = 9,38 \mu\text{F}$$

$$\tau = R \cdot C = 330 \cdot 10^3 \cdot 9,38 \cdot 10^{-6} = \mathbf{3,1 \text{ s}}$$

$$b) x(t) = x_\infty - (x_\infty - x_0) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Efter lång tid ($t = \infty$) ligger det $E = 15 \text{ V}$ över de seriekopplade kondensatorerna. Laddningen Q är densamma i bägge kondensatorerna (ingen laddning kan passera genom kondensatorbeläggen).

$$E = \frac{Q}{C} \Rightarrow Q = E \cdot C = 15 \cdot 9,38 \cdot 10^{-6} = 141 \mu\text{C} \quad u_{C_2}(t = \infty) = \frac{Q}{C_2} = \frac{143 \cdot 10^{-6}}{15 \cdot 10^{-6}} = 9,38 \text{ V}$$

Omedelbart efter tillslaget är kondensatorerna tomma. $u_{C_2}(t = 0) = 0$. Vi får:

$$u_{C_2}(t) = u_{C_2\infty} - (u_{C_2\infty} - u_{C_20}) e^{-\frac{t}{\tau}} \Leftrightarrow u_{C_2}(t) = 9,38(1 - e^{-0,32t})$$

$$u_{C_2}(t) = 2 \text{ vid } t = ?$$

$$2 = 9,38(1 - e^{-0,32t}) \Leftrightarrow \left(\frac{2}{9,38} - 1\right) = -e^{-0,32t} \Leftrightarrow \ln(0,79) = \ln(e^{-0,32t}) \Leftrightarrow -0,24 = -0,32 \cdot t \Rightarrow t = \mathbf{0,75 \text{ s}}$$

11.11

$$R(\vartheta) = 100 \cdot (1 + 3,85 \cdot 10^{-3} \cdot \vartheta) [\Omega]$$

$$R_0 = 176 \Omega$$

$$R(t = 10 \text{ min}) = 139 \Omega$$

$$R_\infty = R(\vartheta = 25^\circ) = 100 \cdot (1 + 3,85 \cdot 10^{-3} \cdot 25) = 109,6 [\Omega]$$

$$x(t) = x_\infty - (x_\infty - x_0) e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow R(t = 10 \text{ min}) = 139 = 109,6 - (109,6 - 176) e^{-\frac{10}{\tau}}$$

$$0,443 = e^{-\frac{10}{\tau}} \Leftrightarrow \ln(0,443) = -\frac{10}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{10}{0,815} = \mathbf{12,3 \text{ minuter}}$$

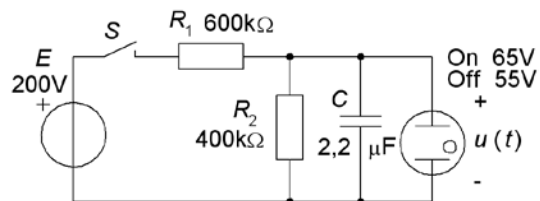
11.12

Kretsens Thevenin-tvåpol: $R_1 = 600 \parallel 400 = 240 \text{ k}\Omega$ $E_0 = 200 \cdot 400 / 1000 = 80 \text{ V}$

a)

$$\tau = R_1 \cdot C = 240 \cdot 10^3 \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} = 0,528$$

$$t = \tau \cdot \ln \frac{\text{hela}}{\text{resten}} = 0,528 \cdot \ln \frac{80 - 0}{80 - 65} = 0,88 \text{ s}$$



b)

$$\tau = 0,528$$

$$t = \tau \cdot \ln \frac{\text{hela}}{\text{resten}} = 0,528 \cdot \ln \frac{80 - 55}{80 - 65} = 0,27 \text{ s}$$

c)

Om R_2 är borta spänningssdelas E inte. $E = 200$. Tidkonstanten förändras.

$$\tau = R_1 \cdot C = 600 \cdot 10^3 \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} = 1,32$$

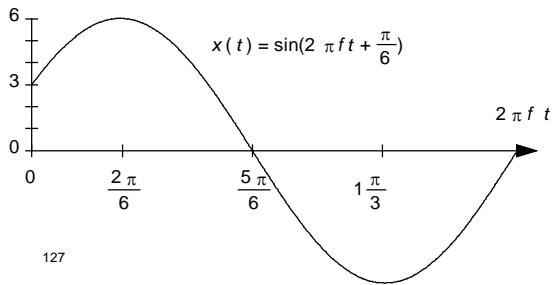
$$t = \tau \cdot \ln \frac{\text{hela}}{\text{resten}} = 1,32 \cdot \ln \frac{200 - 55}{200 - 65} = 0,094 \text{ s}$$

Visare

12.1

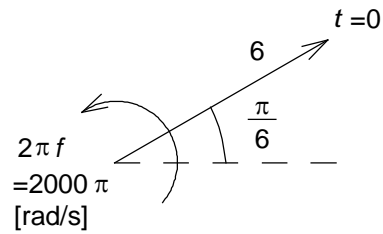
a) $x(t) = 6 \sin(2000\pi \cdot t + \pi/6)$

b)



127

c)



12.2

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = 51 \sin(2\pi ft) + 72 \sin(2\pi ft + 0,65) + 16 \sin(2\pi ft - 1,22)$$

$$0,65[\text{rad}] \Rightarrow 37,2[^\circ] \quad -1,22[\text{rad}] \Rightarrow -70[^\circ]$$

Sinusfunktionerna kan representeras med visare (vektorer) där visarens längd svarar mot sinusvågens amplitud, och visarens vinkel mot sinusvågens fasvinkel. Totalströmmens visare blir då vektorsumman av de tre ”strömvisarna”.

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3$$

$$\bar{I}_1 = (x, y) = (51, 0)$$

$$\bar{I}_2 = (x, y) = (72 \cos(37,2^\circ), 72 \sin(37,2^\circ)) = (57,3, 43,5)$$

$$\bar{I}_3 = (x, y) = (16 \cos(-70^\circ), 16 \sin(-70^\circ)) = (5,47, -15,03)$$

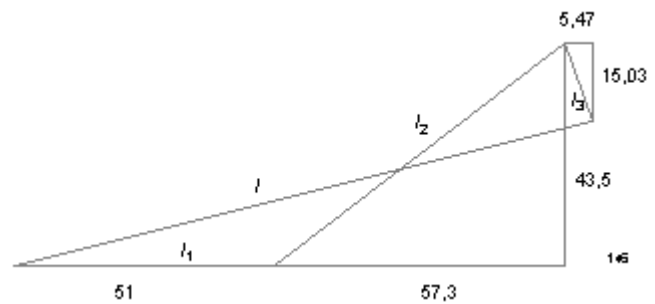
$$\bar{I} = (x, y) = (51 + 57,3 + 5,47, 0 + 43,5 - 15,02) = (113,8, 28,5)$$

$$I = \sqrt{113,8^2 + 28,5^2} = 117,3$$

$$\varphi = \arctan \frac{28,5}{113,8} = 15^\circ \Rightarrow 0,26[\text{rad}]$$

$$i = 117,3 \sin(2\pi ft + 0,26)$$

Man kan även addera visarna med hjälp av ett cad-program:

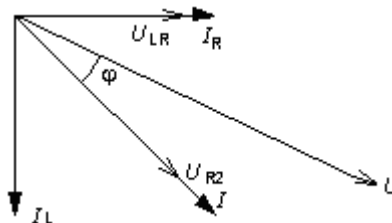


12.3

$$R = 1,67 \text{ k}\Omega ; \quad X_C = 3,33 \text{ k}\Omega ; \quad Z_{AB} = 1,49 \text{ k}\Omega$$

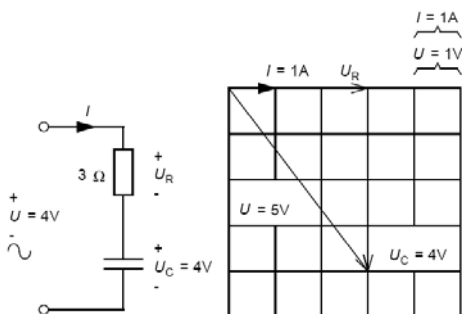
12.4

$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,318 = 100 \Omega$. Vi väljer U_{LR} som riktfas. Strömmen I_R har samma riktning som U_{LR} . Strömmen I_L ligger 90° efter U_{LR} och har lika lång visare som I_R eftersom R_1 och L har samma växelströmsmotstånd ($X_L = 100 \Omega, R_1 = 100 \Omega$). De två strömmarna I_L och I_R kan adderas vektoriellt till I , $\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_L$. I blir $\sqrt{2}$ ggr längre än I_L och I_R (Pythagoras sats). Strömmen I passerar genom den nedre resistorn R_2 . Spänningsfallet U_{R2} får samma riktning som I och blir $\sqrt{2}$ ggr längre än U_{LR} (eftersom resistorerna är lika och strömmen är så många gånger större). Spänningen U kan slutligen fastställas som vektorsumman av U_{LR} och U_{R2} ; $\vec{U} = \vec{U}_{LR} + \vec{U}_{R2}$.



Vinkeln φ är vinkeln mellan spänningen U över hela kretsen och strömmen I in till kretsen.

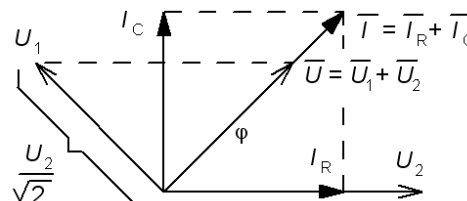
12.5



12.6

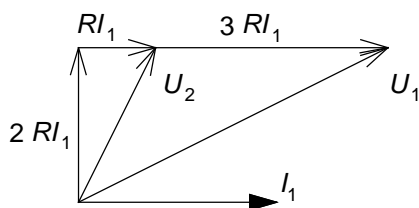
Börja med U_2 som riktfas. Strömmen I_R har samma riktning som U_2 . ($U_2 = I_R \cdot R$)
 Strömmen I_C ligger 90° före U_2 och är lika stor som I_R (eftersom $X_C = R$)
 Strömmarna I_C och I_R summeras ihop till I .
 $\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_C$ $I = \sqrt{2} \cdot I_R$ (Pythagoras sats)

U_1 ligger 90° före I . $U_1 = I \cdot X_L = \sqrt{2} \cdot I_R \cdot \frac{R}{2} = \frac{I_R \cdot R}{\sqrt{2}}$



Spänningarna U_1 och U_2 summeras ihop till spänningen U . $\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2$.
 (Man kan se att U blir lika stor som U_1 !)

12.7



jω-metoden

13.1

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_C = \frac{U}{R} + \frac{U}{\frac{1}{j\omega C}} = \frac{U}{R} + j\omega C \cdot U$$

13.2

$$\underline{Z} = \frac{U}{\underline{I}} = \frac{220}{10 \cdot \cos(30^\circ) + 10j \cdot \sin(30^\circ)} = \frac{220}{8,6 + 5j} \cdot \frac{(8,6 - 5j)}{(8,6 - 5j)} = \frac{1892 - 1100j}{99} = 19,1 - 11,1j$$

denna impedans kan man tex. få med en resistor $R = 19,1 \Omega$ i serie med en kondensator med reaktansen $X_C = -11,1 \Omega$.

$$X_C = -\frac{1}{\omega C} = -11,1 \Rightarrow C = -\frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot (-11,1)} = 287 \mu\text{F}$$

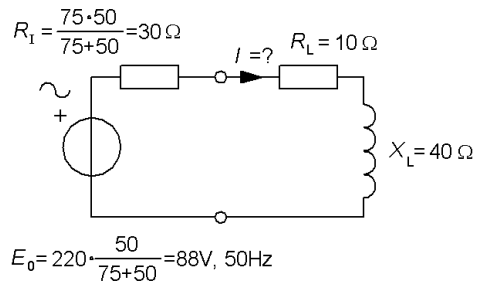
13.3

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{(j\omega C)}{(j\omega C)} = \underline{U}_1 \cdot \frac{1}{1 + j\omega RC} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \sqrt{1 + R^2 \omega^2 C^2} = \frac{10}{5} = 2$$

$$1 + R^2 \omega^2 C^2 = 4 \Leftrightarrow R\omega C = \sqrt{3} \Leftrightarrow RC = \frac{\sqrt{3}}{\omega}$$

13.4

$$\underline{I} = \frac{U}{\underline{Z}} \Rightarrow I = \frac{88}{|(30 + 10) + j40|} = \frac{88}{\sqrt{(30 + 10)^2 + 40^2}} = 1,56 \text{ A}$$



13.5

Parallellkoppling:

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_C = \frac{U}{R} + U \cdot j\omega C$$

$$I_R = \frac{U}{R} \quad I_C = U\omega C$$

$$\underline{I} = 2 + 2j$$

Seriekoppling:

$$\underline{I} = \frac{U}{R + \frac{1}{j\omega C}} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$R = \frac{1}{\omega C} = \frac{E}{2} \Rightarrow I = \frac{U}{U \cdot \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}}} = \sqrt{2} \text{ A}$$

13.6

$$\underline{Z}_{AB} = \frac{(15 + j20) \cdot (10 - j20)}{15 + j20 + 10 - j20} = \frac{550 - j100}{25} = 22 - j4 [\Omega]$$

13.7

$$\underline{Z} = \frac{(R + \frac{1}{j\omega C}) \cdot j\omega L}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{L}{C} + j\omega LR}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} \quad \underline{I} = \frac{U}{\underline{Z}} = U \frac{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{\frac{L}{C} + j\omega LR}$$

13.8

Spänningen U ligger direkt över parallellgrenen med induktansen L .

$$\underline{I} = \frac{U}{j\omega L} = -j \frac{U}{\omega L}$$

13.9

$$\underline{Z}_{R2C} = \frac{2 \cdot (-8j) \cdot (2+8j)}{2-8j \cdot (2+8j)} = 1,88 - 0,47j$$

$$\underline{Z} = 3 + 6j + 1,88 - 0,47j = 4,88 + 5,53j \quad Z = \sqrt{4,88^2 + 5,53^2} = 7,38 \Omega$$

$$\underline{I} = \frac{U}{\underline{Z}} = \frac{30}{4,88 + 5,53j} \cdot \frac{(4,88 - 5,53j)}{(4,88 - 5,53j)} = \frac{146,5 - 165,9j}{54,41} = 2,7 - 3j \quad I = \sqrt{2,7^2 + 3^2} = 4 \text{ A}$$

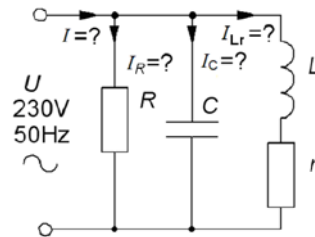
$$\underline{I}_C = \frac{2(2,7 - 3j) \cdot (2+8j)}{2-8j \cdot (2+8j)} = 0,86 + 0,46j \quad I_C = \sqrt{0,86^2 + 0,46^2} = 0,98 \text{ A}$$

$$\underline{U}_L = 30 \frac{6j}{3 + 6j + (1,88 - 0,47j)} = 30 \frac{6j}{4,88 + 5,53j} \cdot \frac{(4,88 - 5,53j)}{(4,88 - 5,53j)} = 18,3 + 16,2j \quad U_L = 24,4 \text{ V}$$

13.10

a) \underline{U} och \underline{I}_R ligger i fas och får bli vår riktfas, $\arg(\underline{U}) = 0$

$$U = R \cdot I_R \Rightarrow I_R = \frac{U}{R} = \frac{230}{46} = 5 \text{ A}$$



b)

$$\underline{U} = \frac{1}{j\omega C} \underline{I}_C \Rightarrow U = \frac{1}{\omega C} I_C \Rightarrow I_C = U \cdot \omega C = 230 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 69 \cdot 10^{-6} \approx 5 \text{ A}$$

$$\arg(\underline{I}_C) = \arg(\underline{U}) + \arg(j\omega C) = 0^\circ + 90^\circ = 90^\circ$$

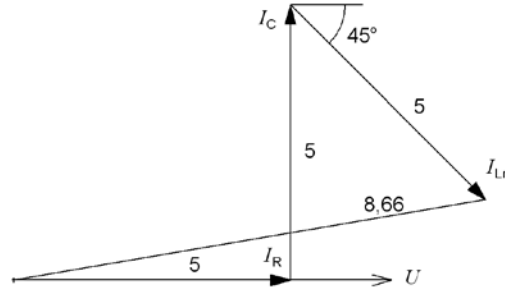
c)

$$\underline{U} = \underline{Z}_{Lr} \cdot \underline{I}_{Lr} = (r + j\omega L) \cdot \underline{I}_L \Rightarrow I_{Lr} = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}} = \frac{230}{\sqrt{32,5^2 + (32,5)^2}} \approx 5 \text{ A}$$

$$\arg(\underline{I}_{Lr}) = \arg(\underline{U}) - \arg(\underline{Z}_{Lr}) = 0^\circ - \arctan \frac{32,5^2}{32,5^2} = -45^\circ$$

d)

$$\begin{aligned} \underline{I} &= \underline{I}_C + \underline{I}_R + \underline{I}_{Lr} \\ I &= \sqrt{(I_C - I_{Lr} \cdot \sin 45^\circ)^2 + (I_R + I_L \cdot \cos 45^\circ)^2} = \\ &= \sqrt{(5 - 5 \cdot 0,71)^2 + (5 + 5 \cdot 0,71)^2} = \\ &= \sqrt{1,46^2 + 8,54^2} = \sqrt{75} \approx 8,66 \text{ A} \end{aligned}$$



13.11

a) \underline{U}_{UT} väljs till **riktfas**, $\arg(\underline{U}_{UT}) = 0$

$$\underline{U}_{UT} = j\omega L \cdot \underline{I}_L \quad \underline{U}_{UT} = U_{UT} = 6,28$$

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_{UT}}{j\omega L} = \frac{6,28}{j \cdot 2\pi \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = -0,1j$$

$$I_L = 0,1 \text{ A}$$

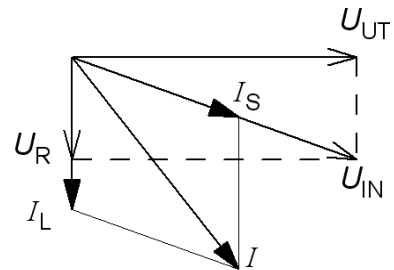
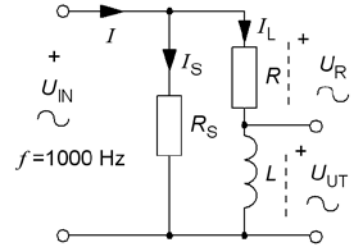
b) $\underline{U}_R = R \cdot \underline{I}_L = -50 \cdot 0,1j = -5j \quad U_R = 5 \text{ V}$

c) $\underline{U}_{IN} = \underline{U}_R + \underline{U}_{UT} = 6,28 - 5j \quad U_{IN} = \sqrt{6,28^2 + 5^2} = 8,0 \text{ V}$

$$\underline{I}_S = \frac{\underline{U}_{IN}}{R_S} = \frac{6,28 - 5j}{100} = 0,063 - 0,05j$$

d) $\underline{I} = \underline{I}_L + \underline{I}_S = -0,1j + 0,063 - 0,05j = 0,062 - 0,15j$

$$I = \sqrt{0,063^2 + 0,15^2} = 0,16 \text{ A}$$



Växelströmseffekt

14.1

a) $Z = 537 \Omega$ b) $R = 285 \Omega$ varav $L = 1,45 \text{ H}$ c) $\cos \varphi = 0,53$ d) $C = 5 \mu\text{F}$

14.2

Dammsugarens strömkomponenter ($I_D = 5 \text{ A}$, $\cos \varphi = 0,8$):

$$I_{DP} = I_D \cdot \cos \varphi = 5 \cdot 0,8 = 4 \text{ A}$$

$$I_{DQ} = I_D \cdot \sin \varphi = I_D \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = 5 \cdot \sqrt{1 - 0,8^2} = 5 \cdot 0,6 = 3 \text{ A}$$

Elementets strömkomponenter (vi antar att elementet är rent resistivt och då har $\cos \varphi = 1$):

$$I_{EP} = I_E = \frac{P}{U} = \frac{1200}{220} = 5,5 \text{ A} \quad I_{EQ} = 0$$

Totala strömmen I :

$$I = \sqrt{(\sum I_P)^2 + (\sum I_Q)^2} = \sqrt{(4 + 5,5)^2 + (3 + 0)^2} = 10 \text{ A} \quad \text{- säkringen räcker!}$$

14.3

Strömställare i till-läge $P_1 = 12,5 \text{ W}$
 All effekt i resistanser! $2R \parallel 2R = R$

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U}{R\sqrt{2}}$$

$$P_1 = RI^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{U^2}{R} = 12,5$$

Strömställare i från-läge $P_2 = ?$
 All effekt i resistanser! $2R$

$$I_2 = \frac{U}{\sqrt{(2R)^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U}{R\sqrt{5}}$$

$$P_2 = 2RI^2 = \frac{2}{5} \cdot \frac{U^2}{R} = ?$$

$$\frac{U^2}{R} = 25 \Rightarrow P_2 = \frac{2}{5} \cdot 25 = 10 \text{ W}$$

14.4

Antag U riktfas, reell.

$$P = I^2 \cdot R \quad \underline{I} = \frac{U}{\underline{Z}} = \frac{U}{R + j\omega L} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

$$P = R \cdot \frac{U^2}{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{RU^2}{R^2 + (\omega L)^2}$$

14.5

a) Resistor **a** är parallell med övriga kretsen och kommer *inte* att kunna påverka strömmen I .
 Spänningen över kondensatorn fås med spänningsdelning:

$$\underline{Z}_{R \parallel C} = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot (j\omega C) = \frac{R}{j\omega RC + 1} \quad \underline{U}_C = U \frac{\frac{R}{j\omega RC + 1}}{R + \frac{R}{j\omega RC + 1}} = U \frac{1}{j\omega RC + 2}$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}_C}{R} = \frac{U}{R \cdot (j\omega RC + 2)} \quad U - \underline{U}_C = U \left(\frac{j\omega RC + 1}{j\omega RC + 2} \right)$$

b) Antag att kondensatorn fördubblas. Av uttrycket för strömmen I ser man då att strömmen minskar och därmed effekten i **c**. Spänningen över resistor **b** ändras obetydligt, och därmed även effekten. Resistor **a** blir helt opåverkad av kapacitansökningen.

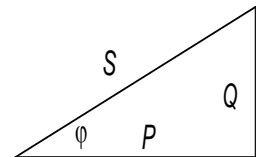
14.6

a) $P = 863 \text{ W}$ $S = 237 \cdot 4,3 = 1019 \text{ VA}$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{(237 \cdot 4,3)^2 + 863^2} = 542 \text{ VAR}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = 0,85$$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{P}{S}\right) = \arccos\left(\frac{863}{1019}\right) = 32,13^\circ$$



$$b) Q = \frac{U^2}{X_C} \quad X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \Rightarrow C = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot U^2} = \frac{542}{314 \cdot 237^2} = 30 \mu\text{F}$$

Resonans

15.1

Eftersom $|U_C| = |U_L|$ råder resonans. Spänningsfallen över L och C tar ut varandra och kvar blir 1 V över R .
 $U = 1$ V.

15.2

Eftersom $|I_C| = |I_L|$ råder resonans. $I = 1$ A, strömmen i L och i C är en cirkulerande ström, $I_C = -I_L$.

15.3

$$\underline{I} = \underline{I}_C + \underline{I}_{LR} = \frac{U}{\frac{1}{j\omega C}} + \frac{U}{R + j\omega L} \cdot \frac{(R - j\omega L)}{(R - j\omega L)} = U \cdot \left(j\omega C + \frac{R - j\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} \right) =$$
$$= U \cdot \left(\frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + j \left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} \right) \right)$$

Vi har här angivit U som riktfas, reell. Strömmen I måste då också vara reell för att vara i fas med spänningen. Detta ger oss villkoret att $\text{Im}[\underline{I}] = 0$.

$$\omega C = \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2} \quad \omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2} \right)}$$

Denna frekvens är **resonansfrekvensen**.

15.4

a) Q-värdet. $BW = \frac{f_0}{Q} \Rightarrow Q = \frac{f_0}{BW} = \frac{2000}{200} = 10$.

b) $R_s = 2 \Omega \quad Q = \frac{X_L}{R_s} \Rightarrow X_L = Q \cdot R_s = 10 \cdot 2 = 20 \Omega$

c) $X_L = 2\pi f_0 L \Rightarrow L = \frac{X_L}{2\pi f_0} = \frac{20}{2\pi \cdot 2000} = 1,59 \text{ mH} \quad X_L = X_C$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f_0 C} \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi f_0 X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 2000 \cdot 20} = 3,98 \mu\text{F}$$

d) $f_1 \approx f_0 - \frac{BW}{2} = 1900 \quad f_2 \approx f_0 + \frac{BW}{2} = 2100$

$$f_0 = \sqrt{f_1 \cdot f_2} = \sqrt{1900 \cdot 2100} = 1997 \approx 2000 \text{ OK!}$$

15.5

a) Spolens Q-värde, parallellresistans. $Q = \frac{X_L}{R_s} = \frac{30}{2} = 15 \quad R = Q^2 \cdot r = 15^2 \cdot 2 = 450 \Omega$

b) $Z_{ERS} = 450 \parallel 450 = 225 \Omega$

$$c) \quad I \cdot Z_{ERS} = 80 \cdot 10^{-3} \cdot 225 = 18 \text{ V} \quad \underline{I}_C = \frac{18}{-j30} \Rightarrow I_C = 0,6 \text{ A} \angle +90^\circ$$

$$\underline{I}_{Lr} = \frac{18}{2 + j30} \Rightarrow I_L \approx 0,6 \text{ A} \angle -86^\circ$$

$$d) \quad L = \frac{X_L}{2\pi f_0} = \frac{30}{2\pi \cdot 20 \cdot 10^3} = 0,24 \text{ mH} \quad C = \frac{1}{2\pi f_0 \cdot |X_C|} = \frac{1}{2\pi \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 30} = 265 \text{ nF}$$

$$e) \quad Q_{TOT} = \frac{225}{30} = 7,5 \quad BW = \frac{f_0}{Q} = \frac{20 \cdot 10^3}{7,5} = 2,67 \text{ kHz}$$

Filter

16.1

a) Se figur. En 50 Hz sinusvåg har periodtiden 20 ms.

Växelkomponenten med effektivvärdet 10 V har toppvärdet

$$\sqrt{2} \cdot U_{EFF} = 1,41 \cdot 10 \text{ V} = 14,1 \text{ V}.$$

b) 24,1 V och -4,1 V.

c) Medelvärdet är 10V. Detta mäter man med multimetern DC-kopplad.

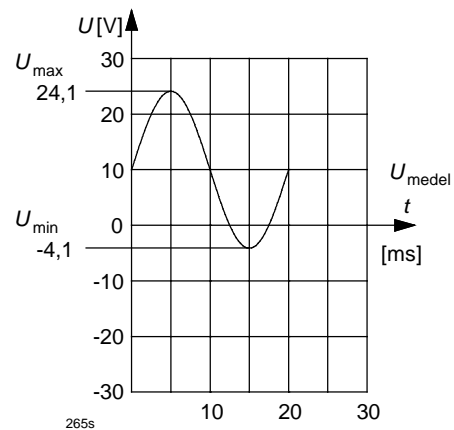
d) Växelkomponenten har effektivvärdet 10 V, den mäter man med multimetern AC-kopplad.

e) Det totala effektivvärdet av de två komponenterna får man

$$\text{med formeln } U_{EFF} = \sqrt{U_{DC}^2 + U_{AC}^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,1 \text{ V}.$$

Detta värde visar multimetern när den är DC+AC-kopplad.

Tryck AC och DC samtidigt.



16.2

Crestfaktorn (toppfaktorn) är ett mått på hur ”extrem” en signal är. Den beräknas som kvoten mellan

toppvärdet och effektivvärdet. För en sinusformad spänning gäller $\hat{U} = \sqrt{2} \cdot U \Leftrightarrow \frac{\hat{U}}{U} = \sqrt{2} = 1,41$.

Den aktuella kurvan har samma toppvärde, men ger bara halva effekten. Eftersom $P = \frac{U^2}{R}$ innebär en

halvering av effekten att spänningens effektivvärde reducerats med en fjärdedel, till $\frac{3}{4}U$.

Vi får $\frac{\sqrt{2}}{0,75} = 1,89$.

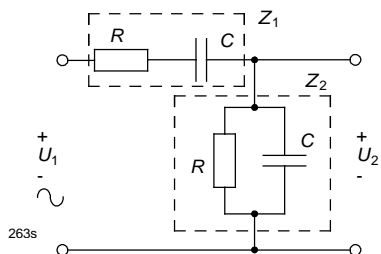
Varning! Crestfaktorn säger inte speciellt mycket om en spänning.

16.3

$$R \parallel C = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{j\omega C}{j\omega C} = \frac{R}{1 + j\omega RC} \quad \underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C}{\frac{1}{j\omega C}} = \underline{U}_C \cdot j\omega C$$

$$\underline{U}_C = U \cdot \frac{\frac{R}{1 + j\omega RC}}{R + \frac{R}{1 + j\omega RC}} \cdot \frac{1 + j\omega RC}{R} = U \cdot \frac{1}{1 + j\omega RC + 1} \Rightarrow \underline{I}_C = U \cdot \frac{j\omega C}{2 + j\omega RC}$$

16.4



Inför impedanserna $Z_1 = R + \frac{1}{j\omega C}$ och $Z_2 = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$

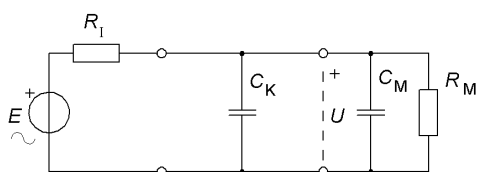
$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{\frac{R}{1 + j\omega RC}}{R + \frac{1}{j\omega C} + \frac{R}{1 + j\omega RC}} = \frac{R}{3R + j\left(R^2 \cdot \omega C - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

$\omega \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{1}{\omega C} \rightarrow \infty$. När $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow \omega C \rightarrow \infty$. I båda fallen går uttrycket

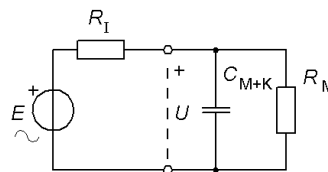
$$\left(R^2 \cdot \omega C - \frac{1}{\omega C}\right) \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} \rightarrow 0$$

När $R^2 \cdot \omega C - \frac{1}{\omega C} = 0$ vid $\omega = \frac{1}{RC}$ blir $\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{3}$.

16.5



Mätobjekt Kabel Oscilloskop



Kretsförenkling C_K kan slås ihop med C_M . $C_{M+K} = 40 + 60 = 100$ pF. $R_1 = 10$ k Ω . $R_M = 1$ M Ω .

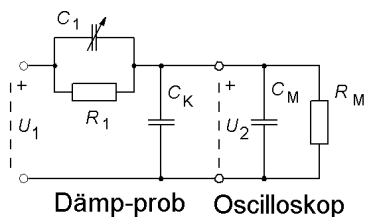
$$Z_{R||C} = \frac{R_M \cdot \frac{1}{j\omega C_{M+K}}}{R_M + \frac{1}{j\omega C_{M+K}}} \cdot \frac{j\omega C_{M+K}}{j\omega C_{M+K}} = \frac{R_M}{1 + j\omega R_M C_{M+K}}$$

$$\frac{U}{E} = \frac{\frac{R_M}{1 + j\omega R_M C_{M+K}}}{R_1 + \frac{R_M}{1 + j\omega R_M C_{M+K}}} \cdot \frac{j\omega R_M C_{M+K}}{j\omega R_M C_{M+K}} = \frac{R_M}{j\omega R_1 R_M C_{M+K} + R_1 + R_M}$$

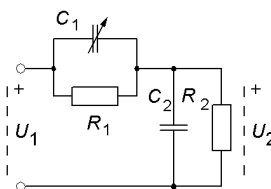
$$\frac{U}{E} = \frac{R_M}{\sqrt{(\omega R_1 R_M C_{M+K})^2 + (R_1 + R_M)^2}} = \frac{10^6}{\sqrt{(2\pi \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-12})^2 + (10 \cdot 10^3 + 10^6)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{U}{E} (f = 100 \text{ kHz}) = 0,84 \Rightarrow 16\% \text{ fel!}$$

16.6



Dämp-prob Oscilloskop



$$\underline{Z}_1 = \frac{R_1 \cdot \frac{1}{j\omega C_1}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} \cdot \frac{j\omega C_1}{j\omega C_1} = \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_1}$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C_2}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} \cdot \frac{j\omega C_2}{j\omega C_2} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}$$

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}}{\frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_1} + \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}}$$

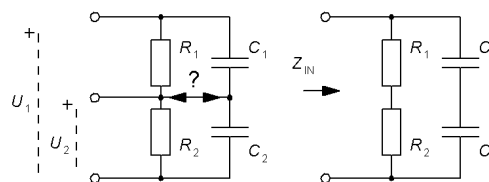
a) U_2 och U_1 ska vara i fas för *alla* frekvenser. Det innebär att uttrycket måste vara *oberoende* av "j ω ".

Om $R_1 C_1 = R_2 C_2 (= RC)$ så kan alla "j ω " brytas ut och förkortas bort!

$$R_1 C_1 = R_2 C_2 = RC \Rightarrow \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega RC}}{\frac{R_1}{1 + j\omega RC} + \frac{R_2}{1 + j\omega RC}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_1 = 9 \cdot R_2 = 9 \text{ M}\Omega \quad R_1 C_1 = R_2 C_2 \Rightarrow C_1 = 11 \text{ pF}$$

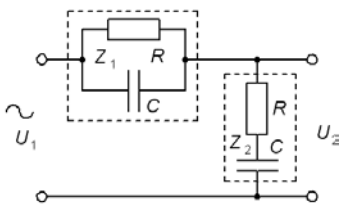
b) Hur går strömmen mellan resistorerna och kondensatorerna? Det kan *inte* gå någon sådan ström! Vi vet att U_1 och U_2 är i fas, en ström mellan kondensatorerna och resistorerna skulle leda till att U_2 fasvrids.



$$R = R_1 + R_2 = 9 + 1 = 10 \text{ M}\Omega$$

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{11 \cdot 100}{11 + 100} \cdot 10^{-12} = 9,9 \text{ pF}$$

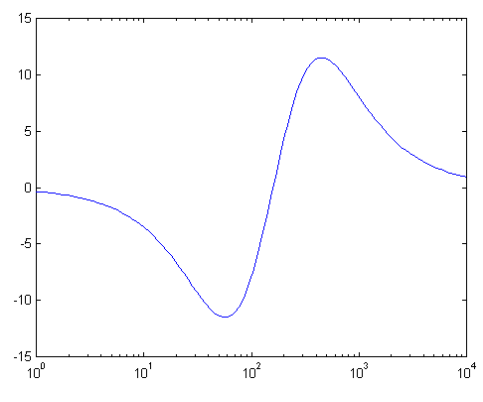
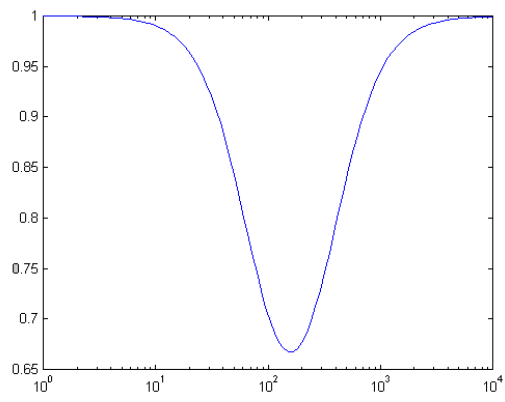
16.7



Inför impedanserna $\underline{Z}_1 = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$ och $\underline{Z}_2 = R + \frac{1}{j\omega C}$

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{R + \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C} + \frac{R}{1 + j\omega RC}} \cdot \frac{j\omega C(1 + j\omega RC)}{j\omega C(1 + j\omega RC)} = \dots = \frac{(1 - \omega^2 R^2 C^2) + 2j\omega RC}{(1 - \omega^2 R^2 C^2) + 3j\omega RC}$$

$$\omega = \frac{1}{RC} \Rightarrow \omega RC = 1 \quad \omega^2 R^2 C^2 = 1 \Rightarrow \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{2}{3} \quad \arg\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right) = 0$$



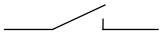

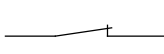

Transformatorn

17.1

$$U_1 = 10 - 0,2 \cdot 10 = 8 \text{ [V]} \quad U_2 = \frac{1}{2} U_1 = 0,5 \cdot 8 = 4 \text{ [V]} \quad I_2 = \frac{2}{1} I_1 = 2 \cdot 0,2 = \mathbf{0,4 \text{ [A]}}$$

$$R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{4}{0,4} = \mathbf{10 \text{ [\Omega]}}$$

17.2

S	U_1	U_2	I_1	I_2	Lampa
	220 V	22 V	0	0	
	0	0	0,27 A	2,7 A	

17.3

Transformatorn har spänningsomsättningen $n = N_1/N_2 = 600/200 = 3$.

$$\text{Vi får } U_2 = \frac{1}{n} U_1 = \frac{225}{3} = 75 \text{ V och } I_1 = \frac{1}{n} I_2 = \frac{9}{3} = 3 \text{ A.}$$

17.4

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{6} \Rightarrow N_1 = 6 \cdot N_2 = 6 \cdot 150 = 900 \quad U_2 = U_1/n = 230/6 = 38,3 \text{ V}$$

17.5

$$\text{Transformatorn har spänningsomsättningen } \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{225}{127} = 1,77 \Rightarrow N_2 = \frac{U_2}{U_1} N_1 = \frac{600 \cdot 127}{225} = 339.$$

$$\text{Vi får } I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2 = \frac{339}{600} 9 = 5,08 \text{ A.}$$

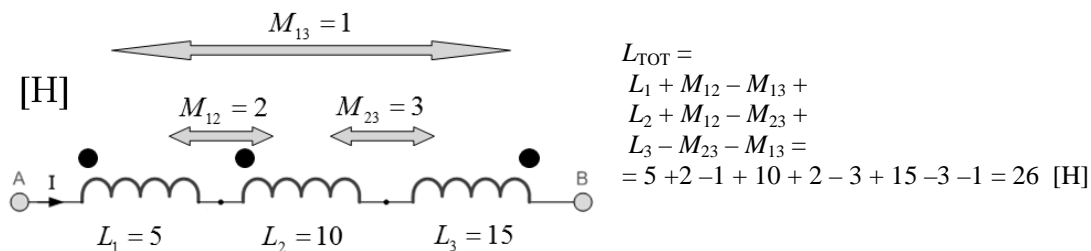
17.6

$$\underline{Z}_2 = R + j\omega L = 10 + 2\pi 50 \cdot 0,1 \cdot j \Rightarrow \underline{Z}_1 = (10 + 10\pi \cdot j) \cdot \left(\frac{5}{1}\right)^2 = 250 + 250\pi \cdot j$$

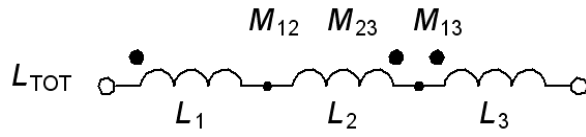
$$\underline{I}_1 = \frac{U}{\underline{Z}_1} = \frac{230}{250 + 250\pi \cdot j} = \frac{230 \cdot (1 - \pi \cdot j)}{250 \cdot (1 + \pi \cdot j) \cdot (1 - \pi \cdot j)} = 0,085 - 0,27 \cdot j$$

$$I_1 = \sqrt{0,085^2 + 0,27^2} = 0,28 \text{ A}$$

17.7



17.8



$$a) \quad L_{TOT} = L_1 - M_{12} + M_{13} + \\ L_2 - M_{12} - M_{23} + \\ L_3 - M_{23} + M_{13} =$$

$$= 12 - 3 + 1 + 6 - 3 - 2 + 5 - 1 + 1 = 16 \text{ [H]}$$

$$b) \quad L_{TOT} = L_1 + L_2 + L_3 = 12 + 6 + 5 = 23 \text{ [H]}$$