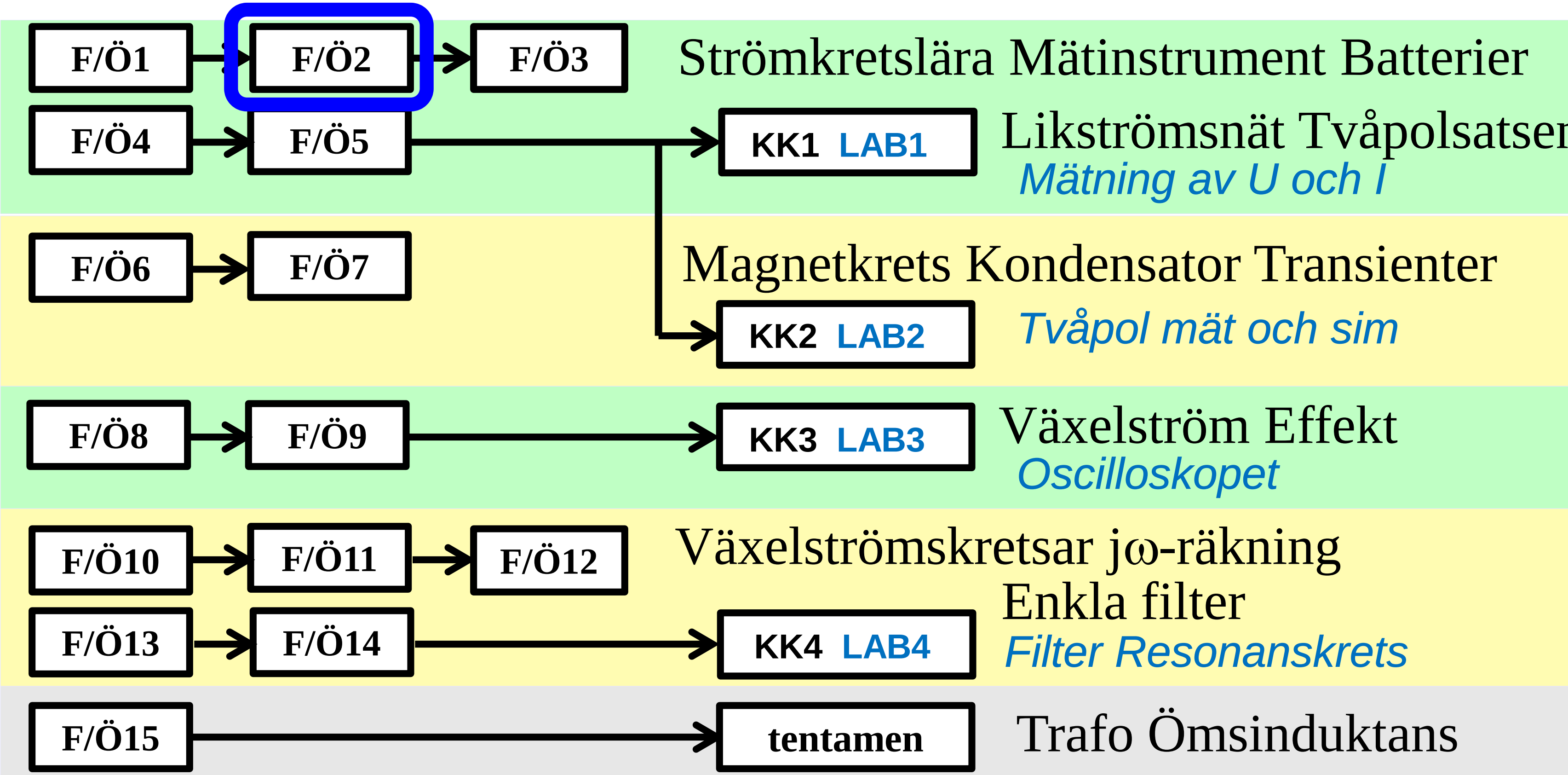
IF1330 Ellära



Föreläsningar och övningar bygger på varandra! Ta alltid igen det Du missat!
Läs på i förväg – delta i undervisningen – arbeta igenom materialet efteråt!

William Sandqvist william@kth.se

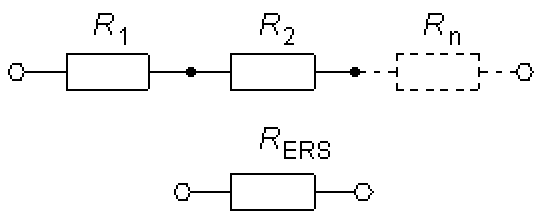
Strömkretslära

Seriekopplade och Parallellkopplade Resistorer

William Sandqvist william@kth.se

Seriekopplade resistorer - ersättningsresistans

Seriekopplade resistorer - ersättningsresistans
Seriekopplade resistorer R_1 R_2 ... R_n kan vid beräkningar ersättas med en **ersättningsresistans** R_{ERS} som är summan av resistorerna.
Summan är naturligtvis *större* än den största av de ingående resistorerna.



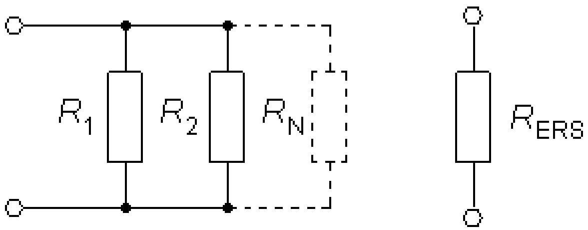
$$\boxed{R_{ERS} = R_1 + R_2 + \ldots + R_N}$$

Seriekoplade komponenter kännetecknas av att de är sammanbundna med varandra i *en* punkt.

William Sandqvist william@kth.se

Parallellkopplade resistorer - ersättningsresistans

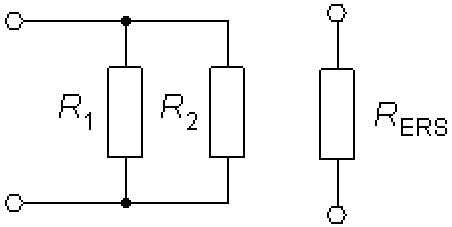
Parallellkopplade resistorer - ersättningsresistans
Parallellkopplade komponenter har *båda* anslutningarna gemensamma med varandra. Parallellkopplade resistorer R_1 R_2 ... R_n kan vid beräkningar ersättas med en ersättningsresistans R_{ERS}.



$$\boxed{\frac{1}{R_{ERS}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_N}}$$

Parallellkoplade komponenter kännetecknas av att de är sammanbundna med varandra i *båda* ändarna.

Två Parallellkopplade resistorer



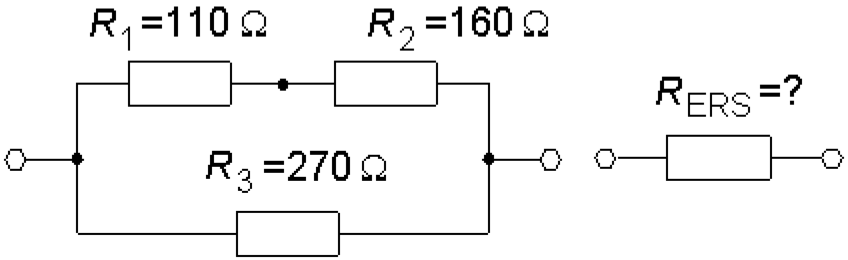
Om man speciellt har två parallellkopplade resistorer R_1 och R_2 kan formeln omformuleras till:

$$\frac{1}{R_{ERS}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2}{R_2} \cdot \frac{1}{R_1} + \frac{R_1}{R_1} \cdot \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$$

$$\boxed{R_{ERS} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}$$

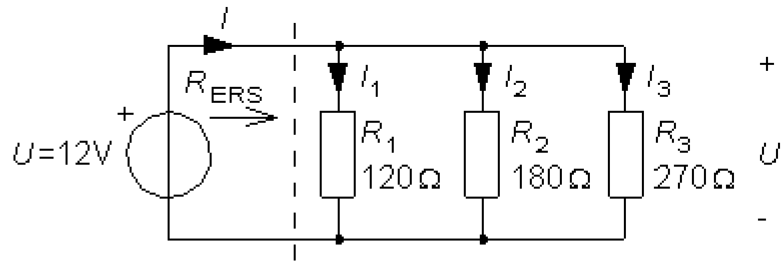
Har man har fler parallellkopplade resistorer än två upprepar man denna formel för två resistorer åt gången tills man får ersättningsresistansen. Vid parallellkoppling blir alltid ersättningsresistansen *mindre* än den minsta av de ingående parallellkopplade resistorerna.

Exempel – serie och parallellkoppling



$$R_{ERS} = \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{270 \cdot (110 + 160)}{110 + 160 + 270} = 135\,\Omega$$

Parallellkretsen



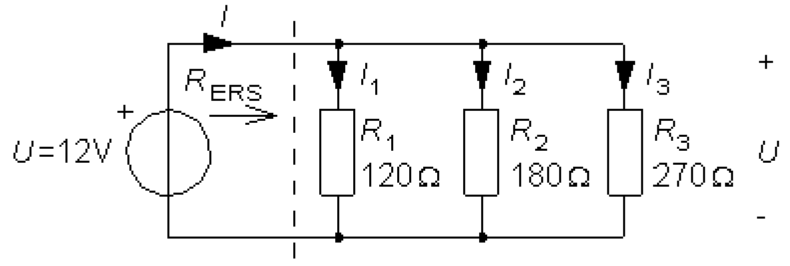
Samma *U* över alla resistorer!

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{12}{120} = 0{,}1 \qquad I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{12}{180} = 0{,}067 \qquad I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{12}{270} = 0{,}044$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 0{,}1 + 0{,}067 + 0{,}044 = 0{,}21 \text{ A}$$

William Sandqvist william@kth.se

Ersättningsresistansen



Från emken *U* ser man bara strömmen *I*, den kunde lika gärna gå till en ensam resistor, en ersättningsresistor R_{ERS}. Ohms lag ger:

$$R_{ERS} = \frac{U}{I} = \frac{U}{I_1 + I_2 + I_3} = \frac{U}{\frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{120} + \frac{1}{180} + \frac{1}{270}} = 56{,}8\,\Omega$$

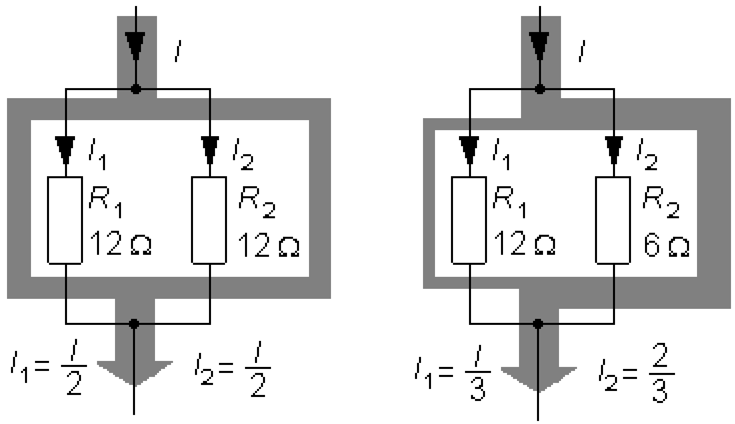
$$I = \frac{U}{R_{ERS}} = \frac{12}{56{,}8} = 0{,}21\,\mathrm{A}$$

$$\frac{1}{R_{ERS}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Den framräknade ersättnings-resistorn R_{ERS} = 56,8 Ω ger samma totalström *I* = 0,21 A som tidigare.

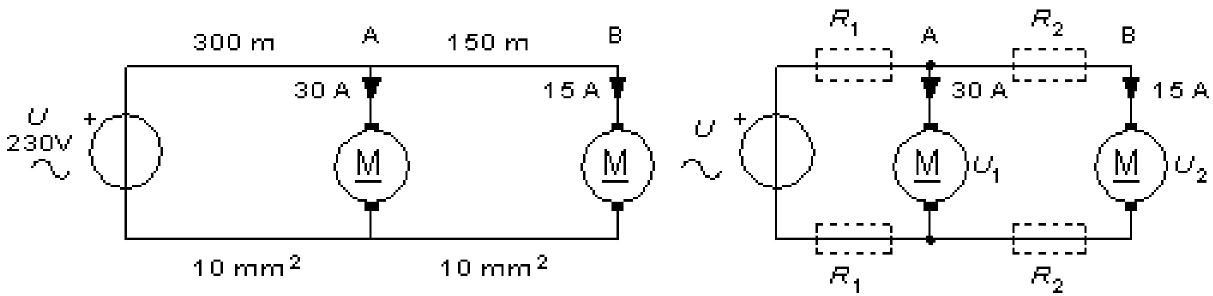
Det är så här man härleder uttrycket för ersättningsresistansen.

Strömgrening



Strömmen grenar sig mellan parallella grenar i *omvänd* proportion mot grenarnas resistans (= minsta motståndets lag).

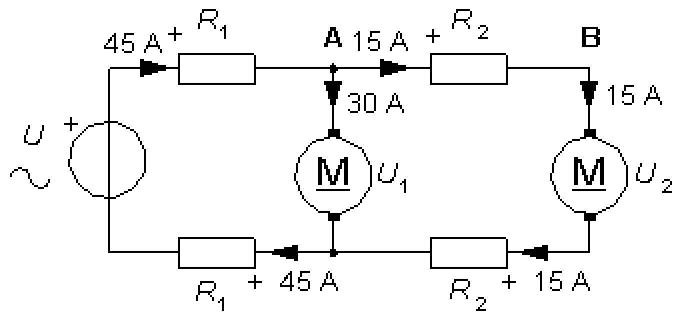
Exempel – *inte* en parallellkrets



Två elektriska avloppspumpar A och B är placerade 150 m från varandra. A, och därefter B, matas med 230V från ett uttag 300 m bort. Pumpen A drar strömmen 30 A och B 15 A. Se figuren.

På papperet ser det ut som om motorerna är parallellkopplade, men då har man inte räknat med den resistans som finns i de *långa* ledningarna.
Till höger i figuren har man kompletterat schemat med resistanssymboler för ledningsresistanserna.

Exempel – *inte* en parallellkrets

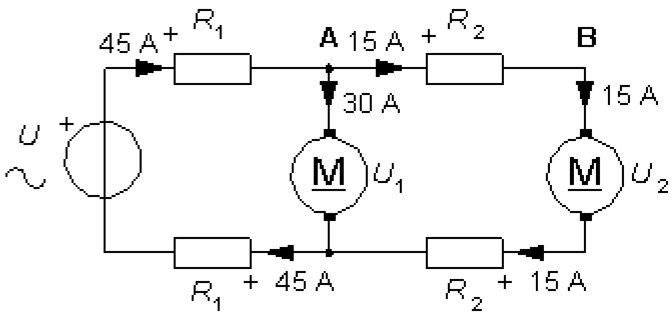


När motorerna arbetar, och därmed drar ström, blir det spänningsfall i ledningarna: $U > U_1 > U_2$

Hur stora blir spänningarna U_1 och U_2 när *båda* pumparna är igång?

Ledningarna är av koppar med resistiviteten 0,018 [Ωmm^2/m]. $R = \rho \cdot l / A$
$R_1 = 0{,}018 \times 300/10 = 0{,}54\ \Omega$
$R_2 = 0{,}018 \times 150/10 = 0{,}27\ \Omega$

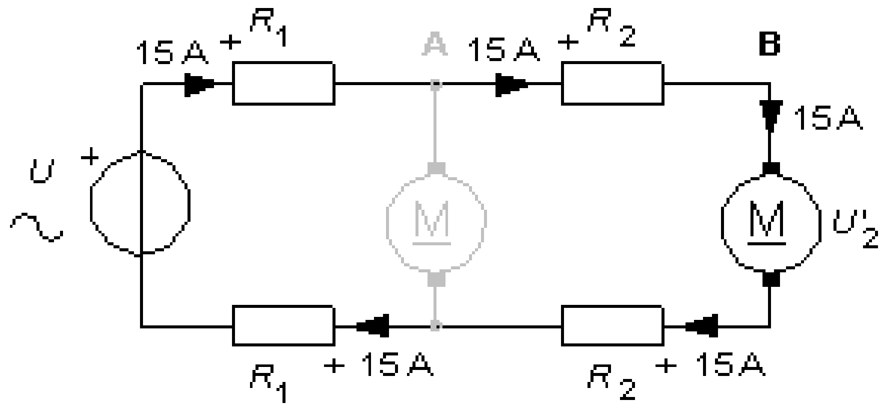
Exempel – *inte* en parallellkrets



$U_1 = U - 2 \times R_1 \times 45 = 230 - 2 \times 0{,}54 \times 45 = 181{,}4$ V

$U_2 = U_1 - 2 \times R_2 \times 15 = 181{,}4 - 2 \times 0{,}27 \times 15 = 173{,}3$ V

Om Pump A är avslagen?

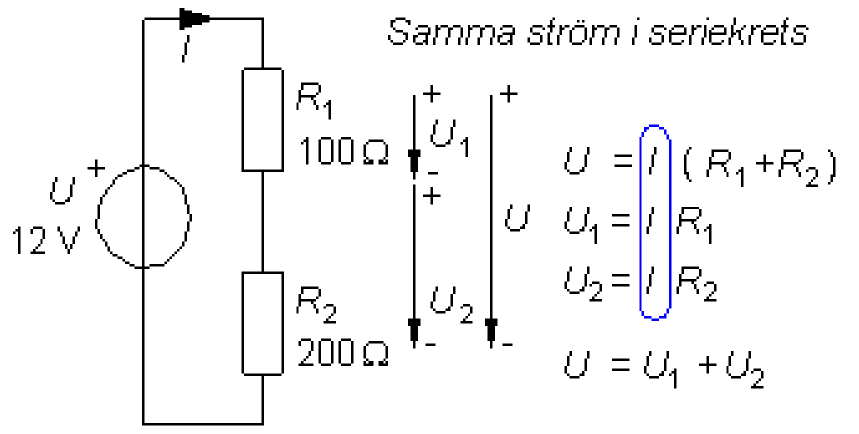


Hur stor blir spänningen vid pump B, U'_2, när pump A är avslagen?

$U'_2 = U - 2\times15\times(R_1 + R_2) = 230 - 2\times15\times(0{,}54 + 0{,}27) = 205{,}7$ V

$U'_2 =$ 205,7 V (${U_2} =$ 173,3 V) – det kommer att märkas!

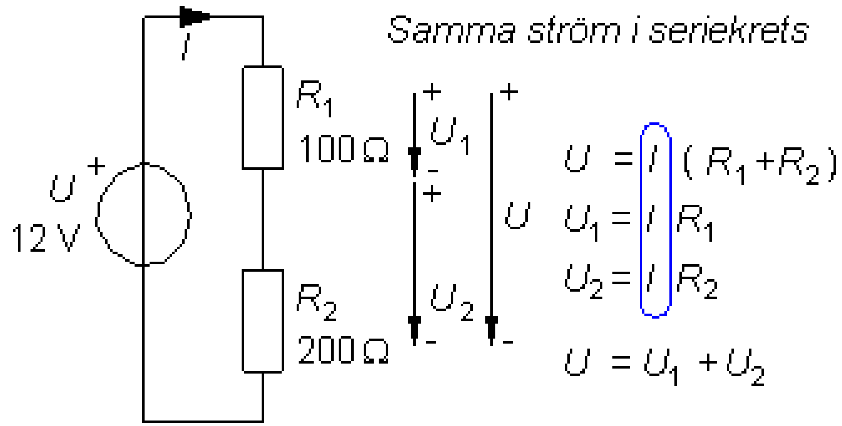
Seriekretsen



Samma ***I*** genom alla resistorer.

Seriekretsen kännetecknas av att det är samma ström som går igenom alla resistorerna. Paradexemplet är julgransbelysningen. Om en glödlampa är trasig så går det naturligtvis ingen ström genom den, och eftersom det är en seriekrets så betyder i detta fall "samma ström" att det inte går någon ström genom någon annan lampa heller!

Seriekretsen



Hur stora blir spänningarna U_1 och U_2?

$R_{ERS} = R_1 + R_2 = 100 + 200 = 300$

$I = U/R_{ERS} = 12/300 = 0{,}04$ A

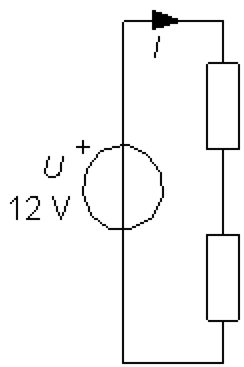
$U_1 = I \times R_1 = 0{,}04 \times 100 = 4$ V

$U_2 = I \times R_2 = 0{,}04 \times 200 = 8$ V

$U = U_1 + U_2 = 4 + 8 = 12$ V

Spänningsdelningsformeln

Eftersom alla resistorer har samma ström vid seriekoppling, blir spännings-fallen proportionella mot deras resistanser. Genom att använda Ohms lag (två gånger) kan man ta fram en formel, **spänningsdelningsformeln**, som kan användas som ett "halvfabrikat" för att snabbt ta reda på spänningsfallet över en resistor som är seriekopplad tillsammans med andra resistorer.



$$U_1 = U \times \frac{R_1}{R_1+R_2} = 12\,\frac{100}{100+200} = 4\text{V}$$

$$U_2 = U \times \frac{R_2}{R_1+R_2} = 12\,\frac{200}{100+200} = 8\text{V}$$

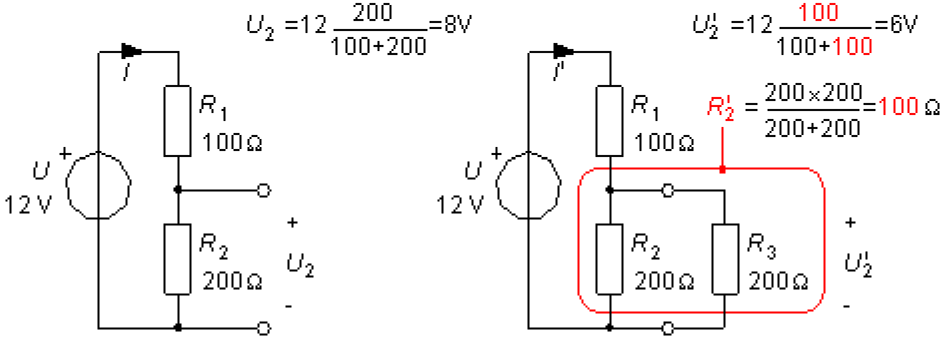
Enligt spänningsdelningsformeln får man en delspänning, tex. U_1 över resistorn R_1, genom att multiplicera den totala spänningen U med en spänningsdelningsfaktor.

Spänningsdelningsfaktorn är resistansen R_1 delad med summan av *alla* resistanser som ingår i seriekopplingen.

William Sandqvist william@kth.se

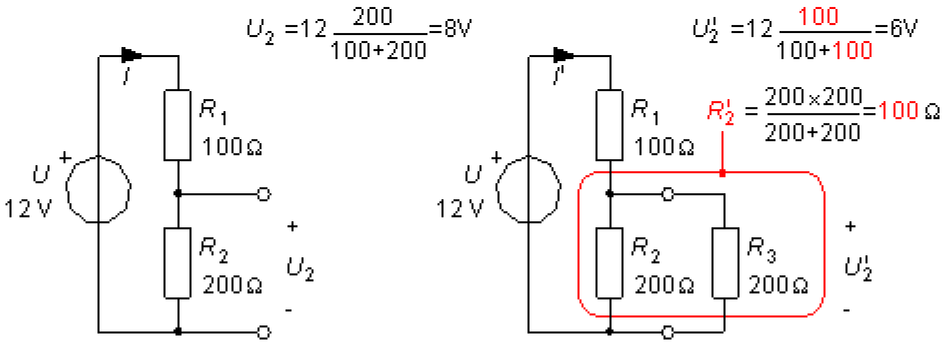
Belastad spänningsdelare

I personbilar har man batterispänningen 12 V.
Antag att man behöver spänningen 8 V till en elektronikutrustning i bilen.
Man kan då *sänka* spänningen med en spänningsdelare.



I figuren ovan till höger får resistorn R_3 = 200 Ω symbolisera elektronik-utrustningen.
För att spänningsdelningsformeln ska kunna användas måste man nu se R_2 och R_3 som parallellkopplade. Det är denna ersättningsresistans R'_2 som är i serie med R_1.
Delspänningen U'_2 för den belastade spänningsdelaren beräknas nu till 6 V, 2 V lägre än för den obelastade spänningsdelaren.

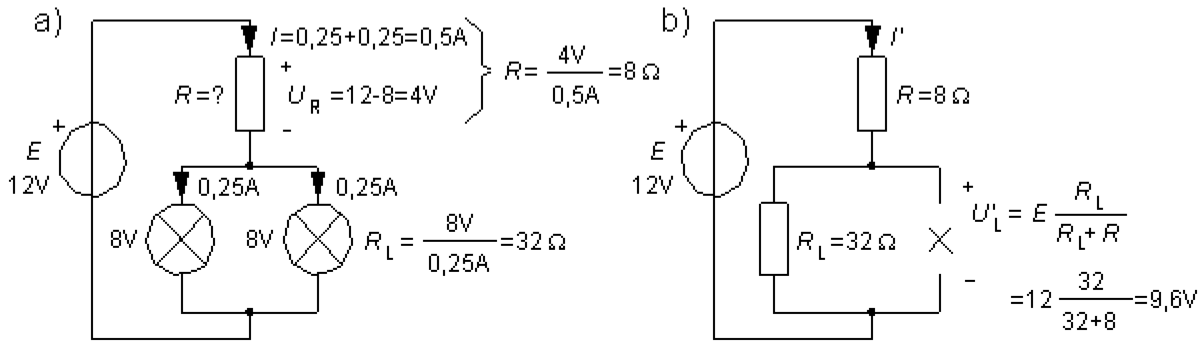
Belastad spänningsdelare



För att en spänningsdelare ska bibehålla delspänningen när den belastas, krävs det att den anslutna lasten har mycket *högre resistans* (i detta exempel tex. R_3 = 2000 Ω) än de resistorer som ingår i spänningsdelaren.

Exempel – spänningsdelare för glödlampor

Två 8 V 0,25 A lampor ska användas i en bil med ett 12 V batteri. Lamporna parallellkopplas och kopplas via en serieresistor till 12 V batteriet.



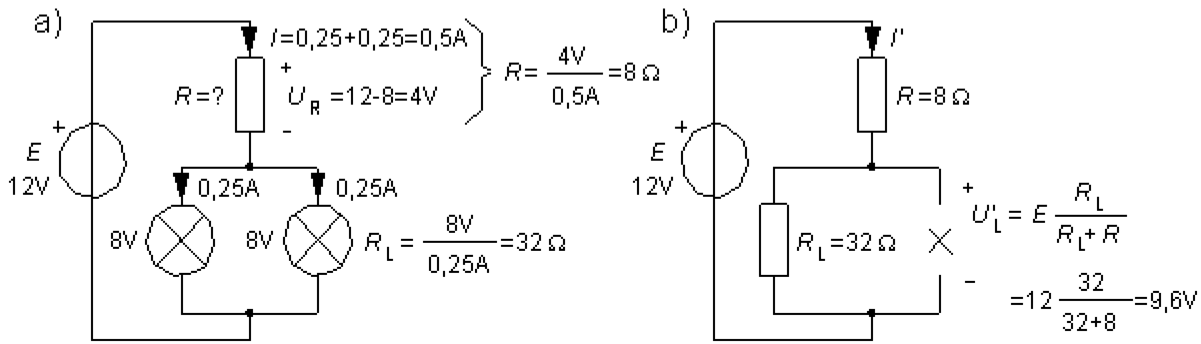
a) Beräkna serieresistorn *R* så att lampspänningen blir den rätta, 8 V.

Strömmen genom serieresistorn blir summan av strömmarna till lamporna.
I = 0,25 + 0,25 = 0,5 A

Spänningsfallet över resistorn ska vara 12 - 8 = 4 V

Ohms lag ger: R = 4/0,5 = 8 Ω

Exempel – spänningsdelare för glödlampor



b) Antag att en av lamporna går sönder - hur stor blir då spänningen över den andra lampan?

Lampornas resistans beräknas ur märkdata: $R_L = 8/0{,}25 = 32\ \Omega$

Serieresistorn och den hela lampan bildar en spänningsdelare. Lampspänningen fås med spänningsdelningsformeln:

$U'_L = E \times R_L / (R + R_L) = 12 \times 32/(32+8) = 9{,}6$ V

Vad tror Du nu händer med den ensamma lampan?

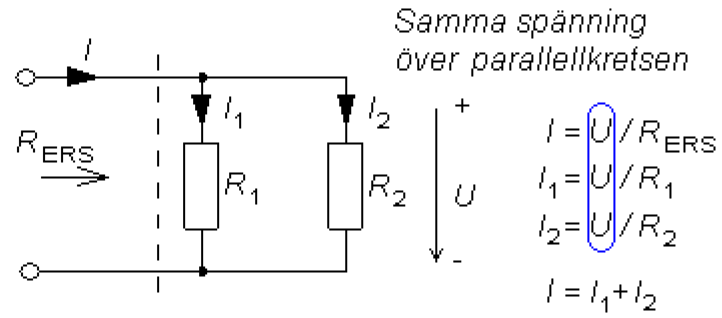
William Sandqvist william@kth.se

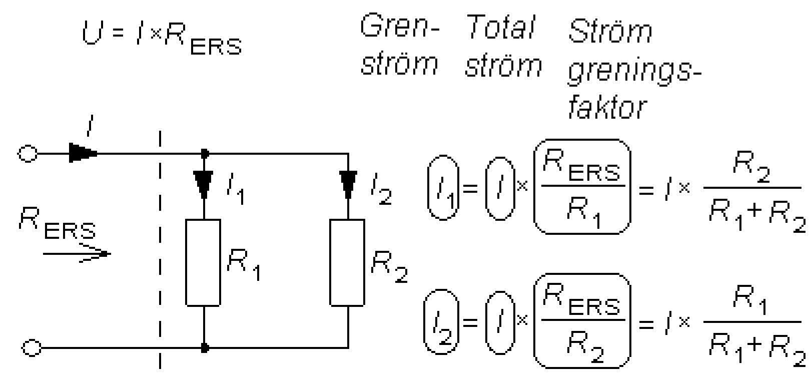
Strömgreningsformeln

På samma sätt som med spännings-delning, kan man ta fram en formel för strömgrening.

I praktiken har man dock mindre nytta av **strömgreningsformeln**.

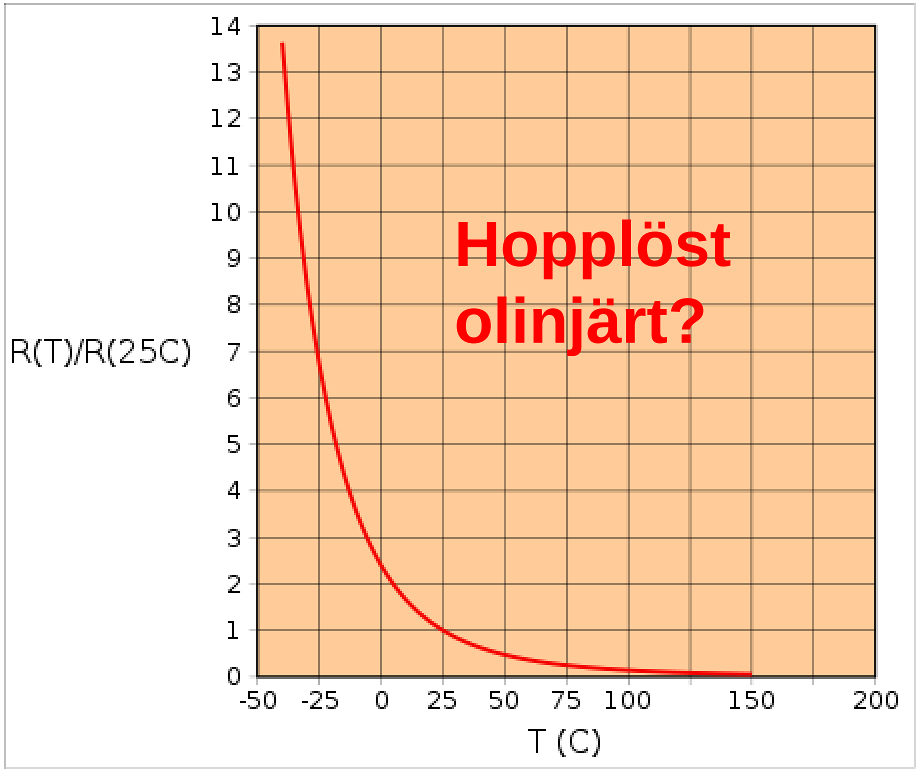
$$I_1 = \frac{\overbrace{\boxed{I \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}}^{U}}{R_1} = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$





En tillämpning av spänningsdelningsformeln

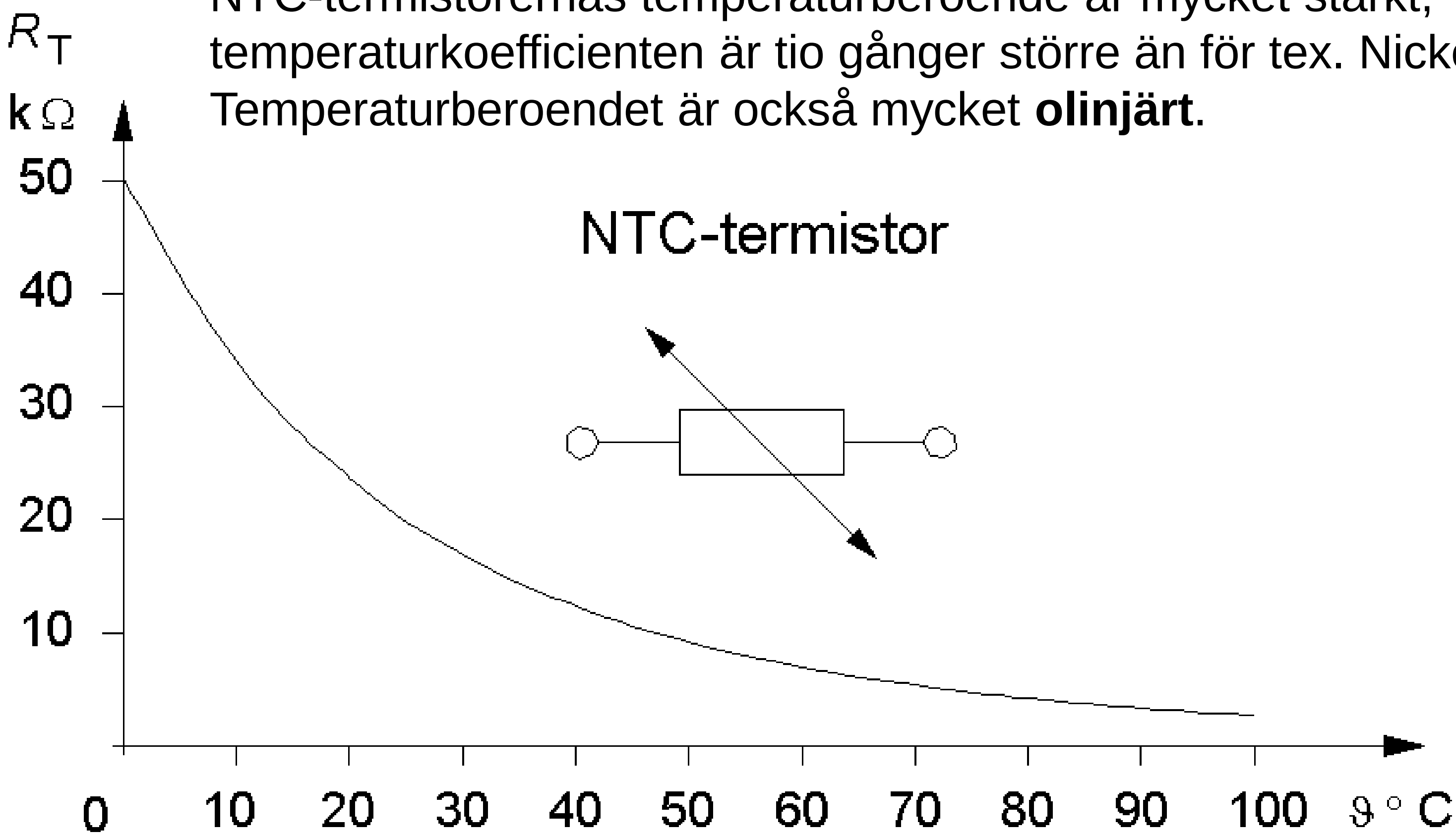
NTC-termistorn



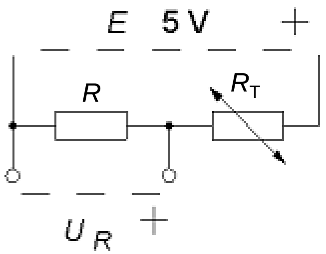
Nu känner Du till spännings-delningsformeln – då är det dags att visa linjäriserings-metoden …

Linjärisering av NTC-termistor

NTC-termistorernas temperaturberoende är mycket starkt, temperaturkoefficienten är tio gånger större än för tex. Nickel. Temperaturberoendet är också mycket **olinjärt**.



Linjärisering



Om ett fast motstånd *R*, kopplas i serie med NTC-termistorn R_T har kombinationen *mindre* olinjäritet än termistorn ensam har. Man kan låta de båda motstånden bilda en spänningsdelare.

Om temperaturen ökar, minskar termistorn sin resistans, och då ökar den del av spänningen som faller över det fasta motståndet U_R som därför ger ett bra mått på temperaturen.

Spänningsdelningsformeln: $$U_R = E\frac{R}{R_T + R}$$

$U_R(R_T)$ är monotont *avtagande* funktion, och $R_T(\vartheta)$ är också monotont *avtagande*. Den sammansatta funktionen $U_R(R_T(\vartheta)$ har därför förutsättning att bli någotsånär linjär, om man ger *R* ett lämpligt värde.

Linjäriseringsexempel

Vi mäter upp resistansen vid tre ”jämnt fördelade” temperaturer, tex 0 °C, 50 °C, och 100 °C. $R_{T0} = 50281\ \Omega$, $R_{T50} = 9176\ \Omega$, och $R_{T100} = 2642\ \Omega$.

Om det råder linjäritet kommer spänningarna från spänningsdelaren U_{R0}, U_{R50}, och U_{R100} även de vara ”jämnt fördelade”. Vi ansätter:

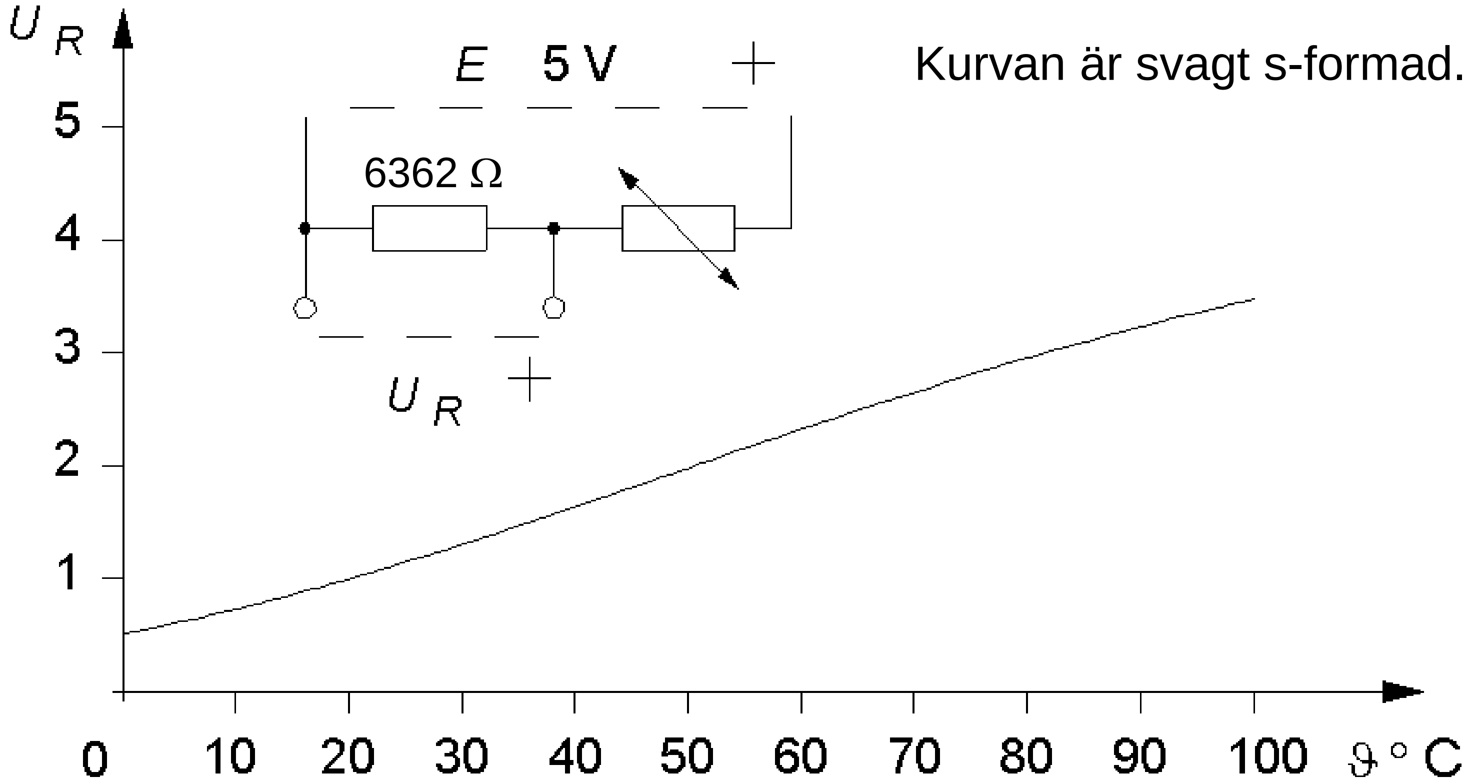
$$\cancel{E}\frac{\cancel{R}}{R_{T50}+R}-\cancel{E}\frac{\cancel{R}}{R_{T0}+R}=\cancel{E}\frac{\cancel{R}}{R_{T100}+R}-\cancel{E}\frac{\cancel{R}}{R_{T50}+R}$$

Om *R* löses ut:

$$R=\frac{R_{T0}R_{T50}+R_{T50}R_{T100}-2R_{T0}R_{T100}}{R_{T0}+R_{T100}-2R_{T50}}$$

Efter insättning av våra siffervärden får vi $R = 6362\ \Omega$.

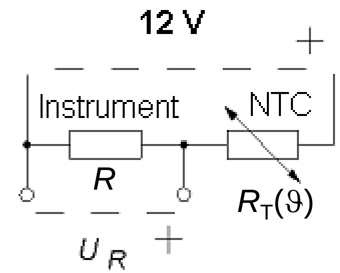
Resultatet – förvånadsvärt linjärt!



Kurvan är svagt s-formad.

Motortemperaturmätaren

R
(= mätarens lindning)



$R_T(\vartheta)$ (NTC)

Så mycket enklare kan det väl ändå inte bli …

(Linjäriseringsmetoden är *ej* tentamenstoff – det är ju däremot spänningsdelningslagen)

William Sandqvist william@kth.se