KTH Informations- och kommunikationsteknik

Tentamen med lösningar för IE1204/5 Digital Design Torsdag 15/1 2015 9.00-13.00

Allmän information

Examinator: Ingo Sander.

Ansvarig lärare: Kista, William Sandqvist, tel 08-790 44 87.
KTH Valhallavägen, Fredrik Jonsson, tel 08- 790 41 69.

Tentamensuppgifterna behöver *inte* återlämnas när du lämnar in din skrivning.

Hjälpmedel: ***Inga*** hjälpmedel är tillåtna!
Tentamen består av tre delar med sammanlagt 12 uppgifter, och totalt 30 poäng:

Del A1 (Analys) innehåller åtta korta uppgifter. Rätt besvarad uppgift ger för sex av uppgifterna en poäng och för två av uppgifterna två poäng. Felaktig besvarad ger 0 poäng. Det totala antalet poäng i del A1 är **10 poäng**. För **godkänt på del A1 krävs minst 6p**, *är det färre poäng rättar vi inte vidare*.

Del A2 (Konstruktionsmetodik) innehåller två metodikuppgifter om totalt **10 poäng**.
För att bli **godkänd på tentamen** krävs **minst 11 poäng** från A1+A2, *är det färre poäng rättar vi inte vidare*.

Del B (Designproblem) innehåller två friare designuppgifter om totalt **10 poäng**. Del B rättas bara om det finns minst 11p från tentamens A-del.

OBS! I slutet av tentamenshäftet finns ett inlämningsblad för del A1, som kan avskiljas för att lämnas in tillsammans med lösningarna för del A2 och del B.

För ett godkänt betyg (**E**) krävs **minst 11 poäng på hela tentamen**.

Betyg ges enligt följande:

0 –	11 –	16 –	19 –	22 –	25
F	E	D	C	B	A

Resultatet beräknas meddelas före torsdagen den 5/2 2015.

Del A1: Analysuppgifter

Endast svar krävs på uppgifterna i del A1. Lämna svaren på inlämningsbladet för del A1 som du hittar på sista sidan av tentahäftet.

1. 1p/0p
En funktion f(x, y, z) beskrivs med hjälp av ekvationen:

$$f(x,y,z) = x\,\overline{y} + \overline{y}\,z + y\,z + x\,y$$

Minimera funktionen.

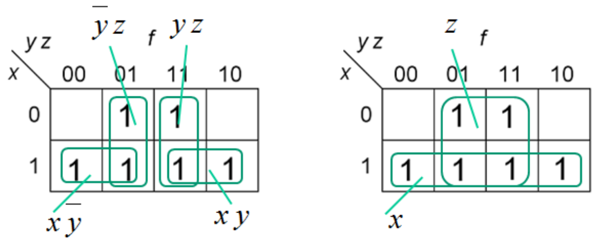
$$f(x,y,z)_{\min} = ?$$

---

1. Lösningsförslag

$$f(x,y,z) = x\,\overline{y} + \overline{y}\,z + y\,z + x\,y$$

$$f(x,y,z)_{\min} = z + x$$

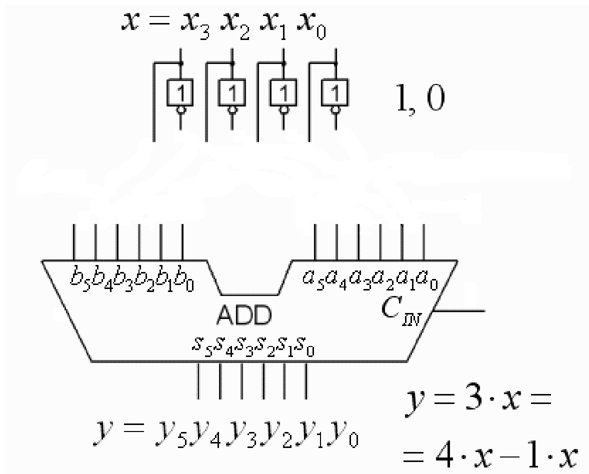


---

2. 2p/1p/0p
Ett fyrabitars unsigned integer x ($x_3x_2x_1x_0$) ska multipliceras med konstanten 3. $y = 3 \cdot x$.
Det ska ske genom att x ansluts till en sex bitars adderare som konfigurerats för att utföra operationen $3 \cdot x = 4 \cdot x + -1 \cdot x$

a) Antag att **fyra**bitarstalet är $x = 12$, vilket **sex**bitarstal är det då som motsvarar $-x$ (tvåkomplement)? Svara binärt.

b) Rita hur adderaren ska konfigureras. Förutom de fyra bitarna i talet x så finns även konstanta bitar med värdet 0 och 1 tillgängliga vid behov. Figuren finns även på svarsblanketten.

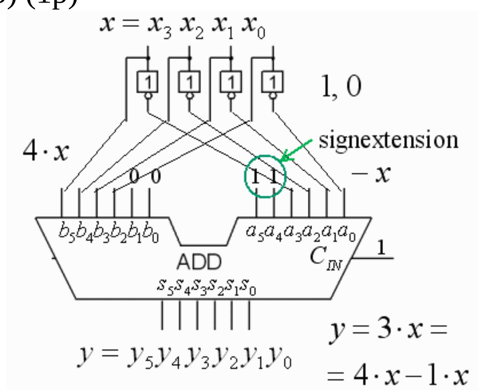


---

2. Lösningsförslag a) (1p)

a) $x = 12_{10} = 1100_2 = 001100_2$
$-x = 110011_2 + 1_2 = 110100_2$

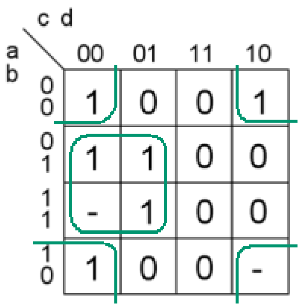
b) (1p)



3. 1p/0p
Givet är ett Karnaughdiagram för en funktion av fyra variabler $y = f(a, b, c, d)$. Ange funktionen som **minimerad** summa av produkter, SoP form. ”-” i diagramet står för ”don’t care”.

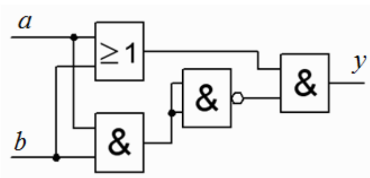
ab \ cd	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	1	0	0
11	-	1	0	0
10	1	0	0	-

1. Lösningsförslag



$$y = f(a,b,c)_{\min} = b\bar{c} + \bar{c}\,\bar{d}$$

4. 1p/0p
Vilken logisk funktion av *a* och *b* har man i figuren?
Förenkla och svara med funktionen på SoP-form.
$y = f(a, b)$

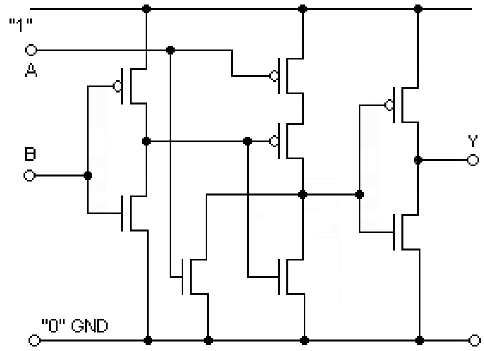


4. Lösningsförslag

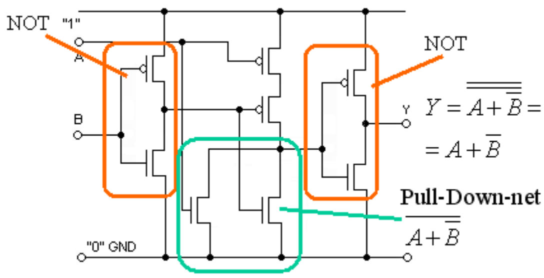
$$y = (a+b)\cdot\overline{a\cdot b} = \{dM\} = (a+b)\cdot(\bar{a}+\bar{b}) =$$
$$= a\cdot\bar{a} + a\cdot\bar{b} + b\cdot\bar{a} + b\cdot\bar{b} = a\cdot\bar{b} + b\cdot\bar{a} =$$
$$(= a \oplus b)$$

5. 1p/0p

Ange den logiska funktion som realiseras av CMOS kretsen i figuren.

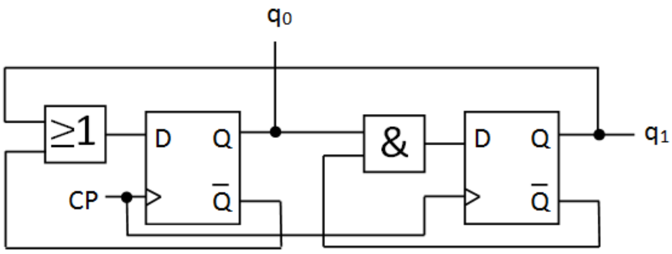


5. Lösningsförslag



$$Y=\overline{\overline{A+\overline{B}}}=$$
$$=A+\overline{B}$$

6. 1p/0p



Ett sekvensnät (en räknare) startar i tillståndet q_1q_0 00. Ange räknesekvensen för de följande fyra klockpulserna.

6. Lösningsförslag

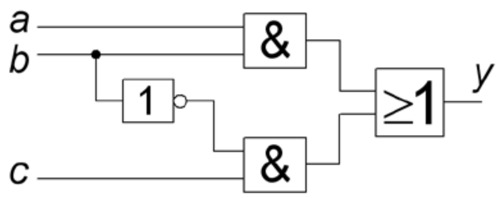
$q_1^+=\overline{q_1}q_0 \quad q_0^+=q_1+\overline{q_0}$

q_1q_0	$q_1^+q_0^+$
00	01
01	10
10	01
01	10

$q_1^+q_0^+=00, 01, 10, 01\ldots$

7. 2p/1p/0p
Kretsen nedan lider av hasard-fenomenet.

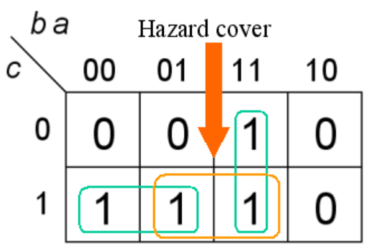
a) Ange den logiska funktion $y = f(a,b,c)$ som realiseras av kretsen.
b) Vilken **produktterm** ska läggas till den logiska funktionen y så att hasard *inte* längre kan förekomma?



7. Lösningsförslag (1p+1p)

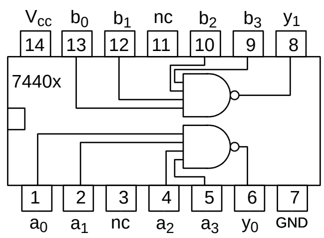
a) $y = ba + \bar{b}c$

b) $ac \quad \Rightarrow \quad y = ba + \bar{b}c + ac$



8. 1p/0p

Entity delen av en VHDL-kod beskriver logikchippet 7440x (vilken motsvarar kretsen 7440, men med andra beteckningar på in- och utgångarna). Tyvärr har en del av logikvektorernas numrering blivit oläslig – rätta till detta. (Rätta de röda frågetecknen. VHDL-raderna finns också på svarsblanketten).




```
ENTITY chip7440x IS
PORT (    a, b   : IN    STD_LOGIC_VECTOR( ? downto 0 ) ;
          y      : OUT   STD_LOGIC_VECTOR( ? downto 0 ) ;
END chip7440x ;
```

8. Lösningsförslag

```
ENTITY chip7440x IS
PORT (    a, b   : IN    STD_LOGIC_VECTOR( 3 downto 0 ) ;
          y      : OUT   STD_LOGIC_VECTOR( 1 downto 0 ) ;
END chip7440x ;
```

Del A2: Konstruktionsmetodik

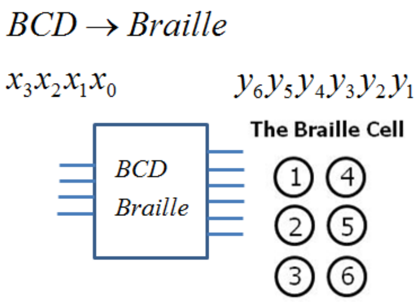
Observera! Del A2 rättas endast om Du är godkänd på del A1

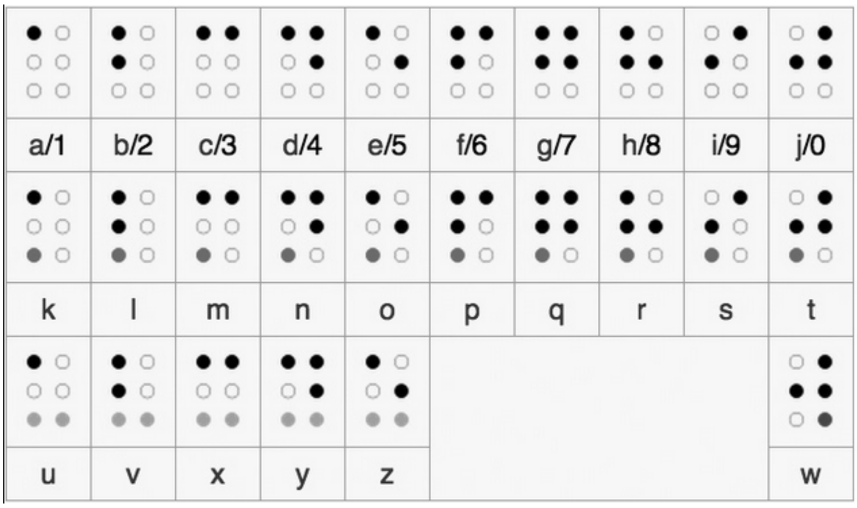
9. 5p

Displayer för blindskrift använder Braille celler med digitalt styrbara punkter (punkterna känns som förhöjda för fingret när dom drivs med logiskt 1).

Du ska konstruera ett kombinatoriskt nät som översätter från bitvektorn x i BCD-kod (siffrorna 0 till 9 binärkodade), till bitvektorn y för Braille alfabetets siffror enligt tabellen nedan.

Observera att vi begränsar oss till bara siffrorna 0 … 9, inga bokstäver eller andra tecken förekommer.





a) (1p) Tag fram sanningstabellen för $y_6y_5y_4y_3y_2y_1 = f(x_3x_2x_1x_0)$.

b) (1p) Ta fram de minimerade uttrycken för y_6 y_5 y_4 y_3 y_2 y_1 (utnyttja don't care).

c) (1p) Realisera funktionen y_1 med valbara grindar. Rita schema.

d) (1p) Realisera funktionen y_2 med enbart två och tre –ingångars NAND-grindar. Rita schema.

e) (1p) Realisera funktionen y_5 med en 4:1 MUX (kan lösas utan att använda grindar). Rita schema.

9. Lösningsförslag

a) (1p)

$y_1 y_4$

$y_2 y_5$

$y_3 = y_6 = 0$

	x_3	x_2	x_1	x_0	y_1	y_2	y_4	y_5
0	0	0	0	0	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0
2	0	0	1	0	1	1	0	0
3	0	0	1	1	1	0	1	0
4	0	1	0	0	1	0	1	1
5	0	1	0	1	1	0	0	1
6	0	1	1	0	1	1	1	0
7	0	1	1	1	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1	1	0	1
9	1	0	0	1	0	1	1	0
–	–	–	–	–	–	–	–	–

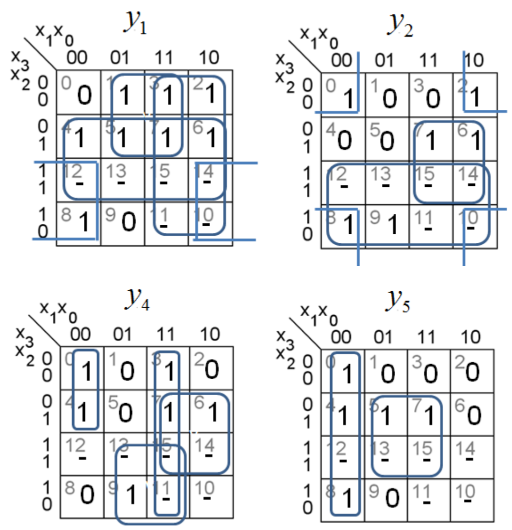
$y_1 = x_1 + x_2 + \overline{x}_3 x_0 + x_3 \overline{x}_0 = x_1 + x_2 + x_3 \oplus x_0$

$y_2 = x_3 + x_2 x_1 + \overline{x}_2 \overline{x}_0$

$y_4 = x_1 x_0 + x_2 x_1 + x_3 x_0 + \overline{x}_2 \overline{x}_1 \overline{x}_0$

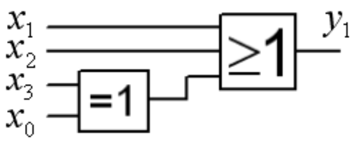
$y_5 = \overline{x}_1 \overline{x}_0 + x_2 x_0$

b) (1p)



c) (1p)

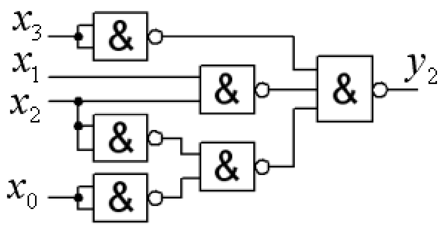
y_1 valfria grindar



$y_1 = x_1 + x_2 + x_3 \oplus x_0$

d) (1p)

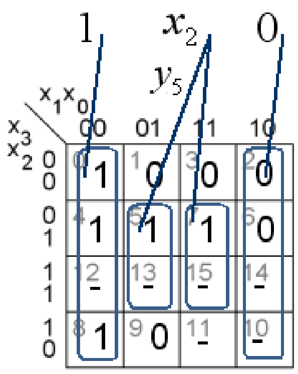
y_2 NAND grindar

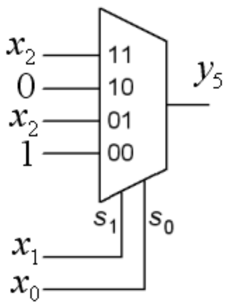


$y_2 = x_3 + x_2 x_1 + \overline{x}_2 \overline{x}_0 = \overline{\overline{x_3 + x_2 x_1 + \overline{x}_2 \overline{x}_0}} =$

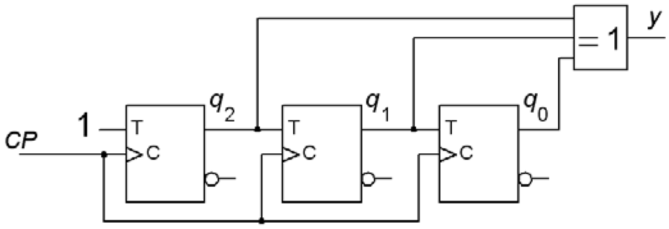
$= \overline{\overline{x}_3 \cdot \overline{x_1 \cdot x_2} \cdot \overline{\overline{x}_2 \cdot \overline{x}_0}}$

e) (1p) y_5 MUX $y_5 = \overline{x}_1 \overline{x}_0 + x_2 x_0$



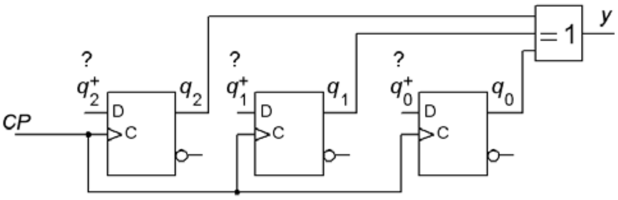


10. 5p Analysera följande synkrona ”skiftregisterräknare” med T-vippor.



a) (2p) Rita räknarens **tillståndsdiagram** (alla 8 tillstånden). Skriv upp räknarens **kodade tillståndstabell**.

b) (2p) Implementera nu räknaren med D-vippor i stället för T-vippor.
Utgå från din tillståndstabell i a).



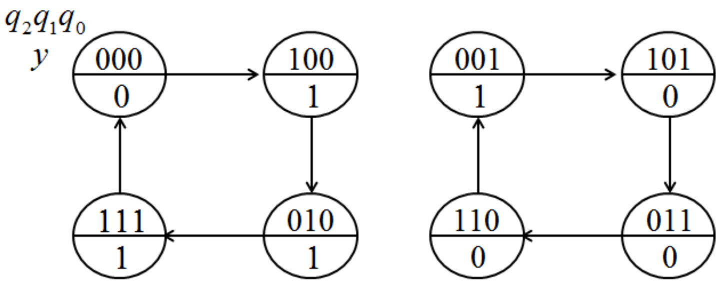
Ta fram de **minimerade** uttrycken för de tre D-vippornas **nästa tillståndsavkodare**.
$q_2^+ \; q_1^+ \; q_0^+$ märkta med ? i figuren.

c) (1p) Rita grindnäten för $q_2^+ \; q_1^+ \; q_0^+$ med valfria grindar.
(Inverterade variabler finns att tillgå från vipporna)

---

10. Lösningsförslag a) (2p)

$q_2q_1q_0$	$q_2^+q_1^+q_0^+$	y
000	100	0
001	101	1
010	111	1
011	110	0
100	010	1
101	011	0
110	001	0
111	000	1



b) (2p)

$q_2^+ = f(q_2, q_1, q_0)$

q_2 \ q_1q_0	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0

$q_2^+ = \overline{q_2}$

$q_1^+ = f(q_2, q_1, q_0)$

q_2 \ q_1q_0	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	1	1	0	0

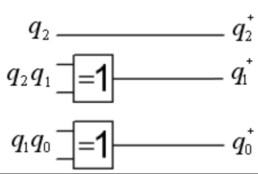
$q_1^+ = \overline{q_2}q_1 + q_2\overline{q_1} =$
$= q_2 \oplus q_1$

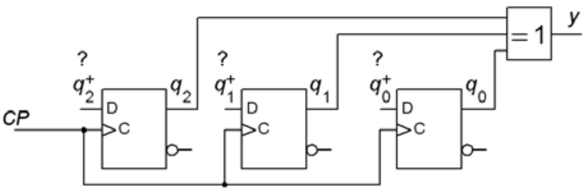
$q_0^+ = f(q_2, q_1, q_0)$

q_2 \ q_1q_0	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	0	1	0	1

$q_0^+ = \overline{q_1}q_0 + q_1\overline{q_0} =$
$= q_1 \oplus q_0$

c) (1p)

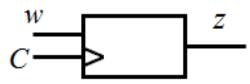




Del B. Designproblem

Observera! Del B rättas endast om Du har mer än 11p på del A1+A2.

11. 6p Sekvensdetektor.



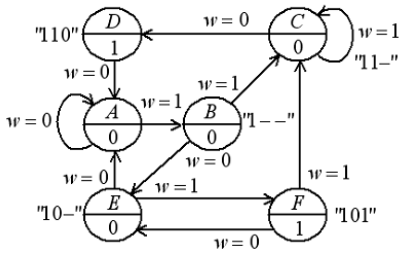
Tag fram en minimal tillståndstabell (visa att den är minimal) för ett synkront sekvensnät av Moore-typ med en ingångssignal (*w*), och en utgångssignal (*z*). Sekvensnätet ska generera utvärdet 1 om det detekterat antingen insekvensen 110 eller 101, också vid överlappande sekvenser (tex. 1101, som är 110 följt av 101, ska ge utsekvensen 00011). Rita nätets tillståndsdiagram.
a) (4p) Ställ upp kretsens **tillståndstabell**, visa att den är **minimal**, och rita **tillståndsdiagram**.

b) (2p) Använd Graykod för att koda tillstånden och ställ upp den **kodade tillståndstabellen**. Tag fram de minimerade **utrycken för nästa tillstånd** och för **utgångsvärdet**. Något grindnät behöver inte ritas.

---

11. Lösningsförslag a) (4p)

present	next $w=0$	next $w=1$	out z
A	A	B	0
B	E	C	0
C	D	C	0
D	A	F	1
E	A	F	0
F	E	C	1



Minimal number of states

$(ABCE)(DF)$

$A_0 \to (\underline{A}BCE)$ $A_1 \to (A\underline{B}CE)$

$B_0 \to (ABC\underline{E})$ $B_1 \to (AB\underline{C}E)$

$C_0 \to (\underline{D}F)$ $C_1 \to (AB\underline{C}E)$

$E_0 \to (\underline{A}BCE)$ $E_1 \to (D\underline{F})$

$(AB)(C)(DF)(E)$

$(AB)(C)(DF)(E)$

$A_0 \to (\underline{A}B)$ $A_1 \to (A\underline{B})$

$B_0 \to (E)$ $B_1 \to (C)$

$(A)(B)(C)(DF)(E)$

$D_0 \to (A)$ $D_1 \to (D\underline{F})$

$F_0 \to (E)$ $F_1 \to (C)$

$(A)(B)(C)(D)(E)(F)$

b) (2p)

	present $q_2\,q_1\,q_0$	next $q_2^+q_1^+q_0^+$ $w=0$	next $q_2^+q_1^+q_0^+$ $w=1$	out
A	000	000	001	0
B	001	110	011	0
C	011	010	011	0
D	010	000	111	1
E	110	000	111	0
F	111	110	011	1

$q_2^+q_1^+q_0^+ = f(q_2, q_1, q_0, w)$

wq_2 \ q_1q_0	00	01	11	10
00	000	110	010	000
01	– – –	– – –	110	000
11	– – –	– – –	011	111
10	001	011	011	111

Kmap form

$q_2^+ = f(q_2, q_1, q_0, w)$

wq_2 \ q_1q_0	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	–	–	1	0
11	–	–	0	1
10	0	0	0	1

$q_2^+ = \overline{q}_1 q_0 + \overline{w} q_2 + q_1 \overline{q}_0$

$q_1^+ = f(q_2, q_1, q_0, w)$

wq_2 \ q_1q_0	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	–	–	1	0
11	–	–	1	1
10	0	1	1	1

$q_1^+ = q_0 + wq_1$

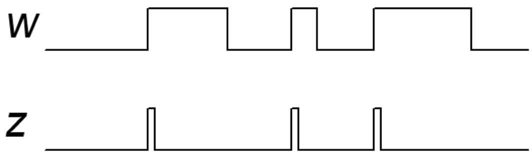
$q_0^+ = f(q_2, q_1, q_0, w)$

wq_2 \ q_1q_0	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	–	–	0	0
11	–	–	1	1
10	1	1	1	1

$q_0^+ = w$

12. 4p Positive edge trigger.

Konstruera ett asynkront sekvensnät som vid ändring ($0 \rightarrow 1$) av insignalen *w* genererar en kort puls på utgången *z*. För övriga insignalhändelser är utgången $z = 0$. Utgångspulsens längd ges av tiden för tillståndsövergången i det asynkrona sekvensnätet. Se tids-diagrammet för ett exempel.

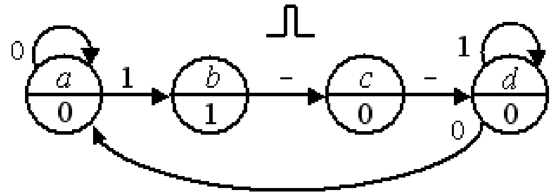


Svaret ska innehålla ett **tillståndsdiagram**, vid behov minimerad, **flödestabell**, och en lämplig **tillståndstilldelning** med en **exitations-tabell** som ger **kapplöpningsfria nät**. Du skall även ta fram de **hasardfria uttrycken** för nästa tillstånd samt ett uttryck för utgångsvärdet, och rita **grindnäten** med valfria grindar.

---

12. 4p Lösningsförslag

De ostabila övergångstillståndet b med utsignalen 1 genererar utgångspulsen. Det följs av ytterligare ett övergångstillstånd med utsignalen 0. Tillstånden kan kodas med Graykod 00 01 11 10 (tillståndsdiagrammet blir hörn i en kub).



Karnaughdiagrammens hoptagningar blir direkt hasardfria.

state	*next* $w=0$	*next* $w=1$	*out* z
a	*a*	*b*	0
b	*c*	*c*	1
c	*d*	*d*	0
d	*a*	*d*	0

q_1q_0	$w=0$	$w=1$	z
00	00	01	0
01	11	11	1
11	10	10	0
10	00	10	0

$z = \overline{q}_1 q_0$

q_1^+: q_1q_0	$w=0$	$w=1$
00	0	0
01	1	1
11	1	1
10	0	1

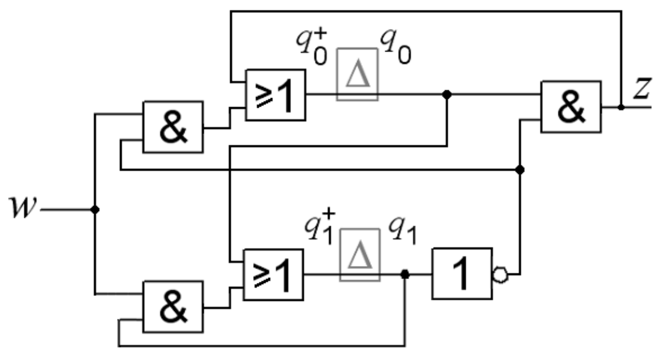
$q_1^+ = q_0 + wq_1$

q_0^+: q_1q_0	$w=0$	$w=1$
00	0	1
01	1	1
11	0	0
10	0	0

$q_0^+ = w\overline{q}_1 + \overline{q}_1 q_0$

$z = \overline{q}_1 q_0$

$q_1^+ = q_0 + wq_1 \quad q_0^+ = w\overline{q}_1 + \overline{q}_1 q_0$



Lycka till!

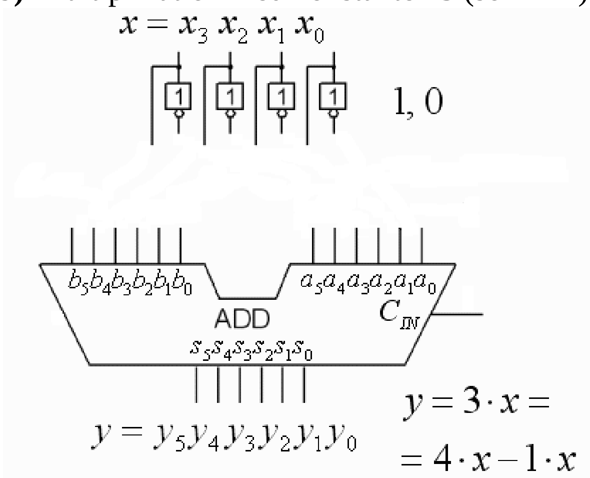
Inlämningsblad för del A `Blad 1`

(tas loss och lämnas in tillsammans med lösningarna för del A2 och del B)

Efternamn: ______________________________ **Förnamn:** __________________________________

Personnummer: ______________________________

Skriv in dina svar för uppgifterna från del A1 (1 till 8)

Fråga	Svar	
1	$f(x,y,z)_{\min} = ?$	
2	**a)** $x = 12$, vilket **sexbitars** tvåkomplement tal motsvarar $-x$? Svara binärt.	**b)** multiplikation med konstanten 3 (som 4-1). 
3	$y = f(a,b,c,d) = \{SoP\}_{\min} = ?$	
4	$y = f(a,b) = ?$	
5	$Y = f(A,B) = ?$	
6	q_1q_0 00,	
7	a) function $y = f(a,b,c)$ b) produkt-term?	

8	`ENTITY chip7440x IS`
	`PORT (   a, b  : IN   STD_LOGIC_VECTOR( ?    downto 0 ) ;`
	`           y  : OUT  STD_LOGIC_VECTOR( ?    downto 0 ) ;`
	`END chip7440x ;`	

Nedanstående del fylls i av examinatorn!

Del A1	Del A2		Del B		Totalt	
Poäng	9	10	11	12	Summa	Betyg