



SF1664
Tillämpad envariabelanalys med numeriska metoder
Tentamen
Måndagen den 12 januari 2015

Skrivtid: 08:00-13:00

Tillåtna hjälpmedel: inga

Examinator: Lars Filipsson

Vid denna tentamen examineras momenten TENA/TEN1 och TEN2. Tentamen består av nio uppgifter som vardera ger maximalt fyra poäng. Del A på tentamen utgörs av de första tre uppgifterna. De tre följande uppgifterna utgör del B och de sista tre uppgifterna del C, som främst är till för de högre betygen.

Den som är godkänd på denna tentamen (se betygsgränser nedan) blir godkänd på både moment TENA/TEN1 och moment TEN2. Den som inte uppnår godkänt på denna tentamen kan ändå bli godkänd på momentet TENA/TEN1 genom att få minst 6 poäng totalt på tentamens del A.

Betygsgränser:

Betyg	A	B	C	D	E	Fx
Total poäng	27	24	21	18	16	15
varav från del C	6	3	-	-	-	-

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst två poäng.

Var god vänd!

DEL A

1. Låt $f(x) = xe^{1/x}$.

A. Bestäm definitionsmängden till f .

B. Beräkna de fyra gränsvärdena $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ och $\lim_{x \rightarrow 0^\pm} f(x)$

C. Bestäm alla lokala extrempunkter till f .

D. Skissa med hjälp av ovanstående kurvan $y = f(x)$

2. Beräkna integralen

$$\int_{\pi^2/4}^{\pi^2} \cos \sqrt{x} \, dx$$

genom att göra följande:

A. Skriv om integralen med hjälp av substitutionen $\sqrt{x} = t$ (glöm inte gränserna).

B. Beräkna, med hjälp av partiell integration, integralen du fått fram i uppgift A .

3. En plåtburk som rymmer 1 liter ska tillverkas i form av en cylinder med botten och lock.

Bestäm höjden och bottenytans radie så att materialåtgången blir så liten som möjligt.

DEL B

4. Betrakta differentialekvationen $y''(t) + y(t) = \sin t$.
 - A. Lös differentialekvationen.
 - B. Avgör om det finns någon lösning till differentialekvationen som är begränsad.
 5. Bestäm Taylorpolynomet av grad 2 kring punkten $x = 100$ till funktionen $f(x) = \sqrt{x}$ och använd det för att beräkna ett närmevärde till $\sqrt{104}$. Avgör sedan också om ditt närmevärde har ett fel som till absolutbeloppet är mindre än 10^{-3} .
 6. Approximera $y(0.2)$, där y löser differentialekvationen $y'(x) = \sin(5\pi xy)$ med initialvillkoret $y(0) = 1$, genom att göra två steg med Eulers metod.
-

Var god vänd!

DEL C

7. A. Definiera vad som menas med att en funktion f är kontinuerlig i en punkt a .
B. Definiera vad som menas med att en funktion f är deriverbar i en punkt a .
C. Visa att en funktion f som är deriverbar i en punkt a också måste vara kontinuerlig i a .
D. Ge ett exempel som visar att en funktion som är kontinuerlig i en punkt inte måste vara deriverbar i punkten.
8. Ett hål med radie 1 borrar genom centrum av ett klot med radie 2. Hur stor andel av klotets volym är kvar?
9. Skriv ett MATLAB-program som beräknar en approximation av lösningen α till ekvationen

$$\int_0^1 e^{\alpha x^2} dx = 2.$$
