

Minsta-kvadratmetoden och konditionstal

1. **Uppgift.** Beräkna normen, $\|A\|_\infty$, av följande matriser

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ -2 & 9 & -3 \\ 1 & -12 & 0 \end{bmatrix}$$

2. **Uppgift.** Beräkna konditionstalet för följande matriser

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

3. **Uppgift.** Följande data har uppmätts

t	-40	-20	20	40
y	1	2	6	8

och ska anpassas med hjälp av minsta-kvadratmetoden till modellen $y = a + bt$.

- Ställ upp normalekvationen för det givna problemet samt bestäm a och b .
- Högerledet till normalekvationen har ett relativt fel på ca $1 \cdot 10^{-4}$. Ge en övre uppskattning av det relativa felet i lösningen till normalekvationen.

För definition av max-norm av en matris samt definition på konditionstal, se anteckningar från Föreläsning 7.

Komplexitet

4. **Uppgift.** Antag att en dator behöver 0.002 sekunder för att göra en bakåtsubstitution av ett 4000×4000 övertriangulärt system. Uppskatta hur lång tid det tar att lösa ett generellt system med 9000 ekvationer och 9000 obekanta.

5. **Uppgift.** Om det tar 0.1 sekunder att lösa ett glest, bandat ekvationssystem med 10 000 ekvationer och 10 000 obekanta på din dator. Hur lång tid tar det då att lösa ett system med 1000 ekvationer och 1000 obekanta på samma dator?

Se tabellen på s 163 i Anton & Busby för kostnaden i flops. För glesa bandade system gäller ett linjärt samband mellan tidsåtgång och gausseliminering.