



KTH Informations- och
kommunikationsteknik

Tentamen i IE1204/5 Digital Design måndagen den 15/10 2012 9.00-13.00

Tentamensfrågor med lösningsförslag

Allmän information

Examinator: Ingo Sander.

Ansvarig lärare: William Sandqvist, tel 08-790 4487 (Kista IE1204),
Tentamensuppgifterna behöver inte återlämnas när du lämnar in din skrivning.

Hjälpmedel: Inga hjälpmedel är tillåtna!

Tentamen består av tre delar med sammanlagt 12 uppgifter, och totalt 30 poäng:

Del A1 (Analys) innehåller åtta korta uppgifter. Rätt besvarad uppgift ger för sex av uppgifterna en poäng och för två av uppgifterna två poäng. Felaktig besvarad ger 0 poäng. Det totala antalet poäng i del A1 är 10 poäng. För **godkänt på del A1 krävs minst 6p, är det färre poäng rättar vi inte vidare.**

Del A2 (Konstruktionsmetodik) innehåller två metodikuppgifter om totalt 10 poäng.
För **godkänt på del A1+A2 krävs minst 11p, är det färre poäng rättar vi inte vidare.**

Del B (Designproblem) innehåller två friare designuppgifter om totalt **10 poäng**. Del B rättas bara om det finns minst 11p från tentamens A-del.

OBS! I slutet av tentamenshäftet finns ett inlämningsblad för del A1, som kan avskiljas för att lämnas in tillsammans med lösningarna för del A2 och del B.

För ett godkänt betyg (**E**) krävs **minst 11 poäng poäng** från A1+A2.

Betyg ges enligt följande:

0 –	11 –	16 –	19 –	22 –	25
F	E	D	C	B	A

Resultatet beräknas meddelas måndagen den 5/11 2012.

Del A1: Analysuppgifter.

Endast svar krävs på uppgifterna i del A1. Lämna svaren på inlämningsbladet för del A1 som du hittar på sista sidan av tentahäftet.

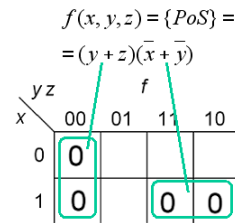
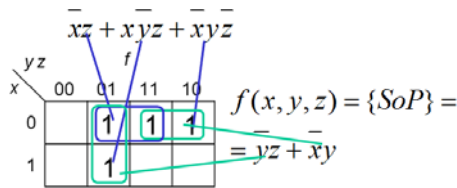
1. 2p/1p/0p

En funktion $f(x, y, z)$ beskrivs med uttrycket $f(x, y, z) = \bar{x}z + x\bar{y}z + \bar{x}y\bar{z}$
Förenkla funktionen.

a) ange den som **minimal** summa-av-produkter! $f(x, y, z) = \{SoP\}_{\min} = ?$

b) ange den som en **minimal** produkt-av-summor! $f(x, y, z) = \{PoS\}_{\min} = ?$

1. Lösningsförslag



2. 1p/0p

En 8-bitarsdator arbetar med tvåkomplement-representation av ”tal med tecken”. Den addera följande binära tvåkomplement tal:

$$10101010_2 + 01010101_2 = ?_2 \quad \pm?_{10} + \pm?_{10} = \pm?_{10}$$

$$10101010_2 + 01010101_2 = ?_2$$

Genomför additionen binärt som datorn gör. Tolkta även talen, och resultatet av additionen, som de decimala tal med tecken som de binära talen motsvarar.

$$\pm?_{10} + \pm?_{10} = \pm?_{10}$$

2. Lösningsförslag

$$10101010_2 = (-128 + 32 + 8 + 2)_{10} = -86_{10} \quad 01010101_2 = (64 + 16 + 4 + 1)_{10} = 85_{10}$$

$$10101010_2 + 01010101_2 = 11111111_2 =$$

$$= (-128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1)_{10} = -1_{10}$$

$$\begin{array}{r} \underline{0} \ \underline{0} \ \underline{0} \ \underline{0} \ \underline{0} \ \underline{0} \ \underline{0} \ \underline{0} \\ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \\ + \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \\ \hline 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \end{array}$$

$$(-86)_{10} + (85)_{10} = (-1)_{10}$$

3. 1p/0p

Givet är ett Karnaughdiagram för en funktion av fyra variabler.

a) Ange funktionen som minimerad summa av produkter, SoP-form.

("-" i diagrammet står för "don't care")

$$f(a,b,c,d) = \{SoP\}_{\min} = ?$$

		c d			
		00	01	11	10
a	0	1	0	0	1
	1	1	1	-	-
b	0	1	0	0	1
	1	-	0	0	-

3. Lösningsförslag

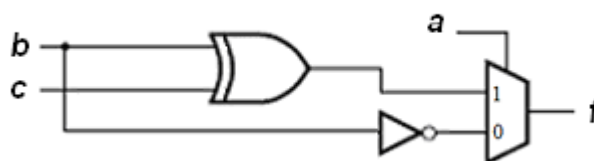
		c d			
		00	01	11	10
a	0	1	0	0	1
	1	1	1	-	-
b	0	1	0	0	1
	1	-	0	0	-

$$f(a,b,c,d) = \bar{d} + \bar{a}b + a\bar{b}c$$

4. 2p/1p/0p

a) Ställ upp uttrycket för $f(c,b,a) = ?$

b) Förenkla $f(c,b,a) = \{SoP_{\min}\} = ?$



4. Lösningsförslag

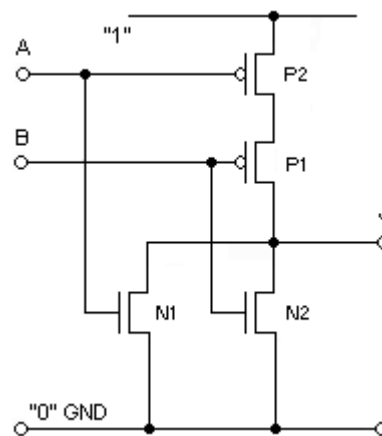
$$f(c,b,a) = a \cdot (b \oplus c) + \bar{a}\bar{b} = \bar{a}\bar{b} + \bar{b}c + a\bar{b}c$$

		b c			
		00	01	11	10
a	0	1	1		
	1		1		1

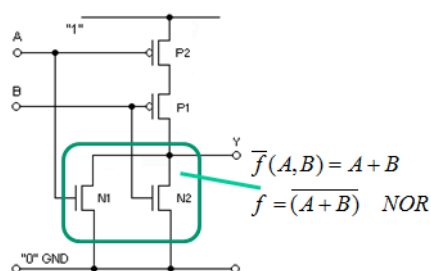
5. 1p/0p

Ange den logiska funktionen som realiseras av CMOS-kretsen i figuren?

$$Y = f(A, B) = ?$$

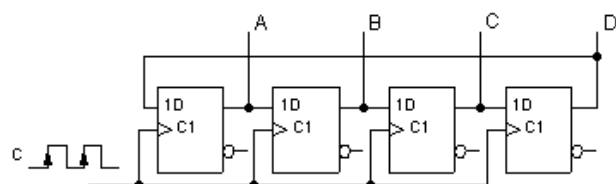


5. Lösningsförslag



6. 1p/0p

Ett synkront sekvensnät, en räknare, startar i tillståndet ABCD 0110. Visa utgångsvärdena ABCD för de följande klockpulserna tills sekvensen upprepar sig.



$$(ABCD) = 0110 \rightarrow ?? \rightarrow ?? \rightarrow ?? \rightarrow ?? \dots$$

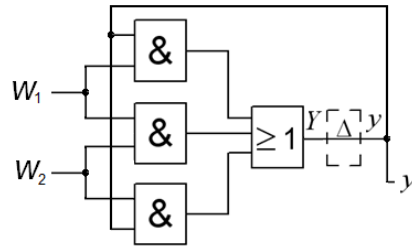
6. Lösningsförslag

$$(ABCD) = 0110 \rightarrow 0011 \rightarrow 1001 \rightarrow 1100 \rightarrow 0110 \dots$$

7. 1p/0p

Figuren visar en slags asynkron låskrets, Muller C-elementet. Tag fram kretsens karakteristiska funktion.

$$Y = f(w_1, w_2, y) = ?$$



7. Lösningsförslag

$$Y = f(w_1, w_2, y) = yw_1 + w_1w_2 + yw_2$$

8. 1p/0p

VHDL-koden beskriver en känd krets. Vilken?
Vilket signalnamn brukar användas för ingången X?

```
entity GISMO is
  port( X      : in  std_logic;
        Clock  : in  std_logic;
        Output : out std_logic);
end GISMO;

architecture Behavioral of GISMO is
  signal temp: std_logic;
begin
  process (Clock)
  begin
    if Clock'event and Clock='1' then
      if X='0' then
        temp <= temp;
      elsif X='1' then
        temp <= not (temp);
      end if;
    end if;
  end process;
  Output <= temp;
end Behavioral;
```

8. Lösningsförslag

VHDL-koden beskriver en positivt flanktriggad T-vippa. Ingången X brukar således kallas för T.

Del A2: Konstruktionsmetodik.

Observera! Del A2 rättas endast om Du är godkänd på del A1 ($\geq 6p$).

9. 5p

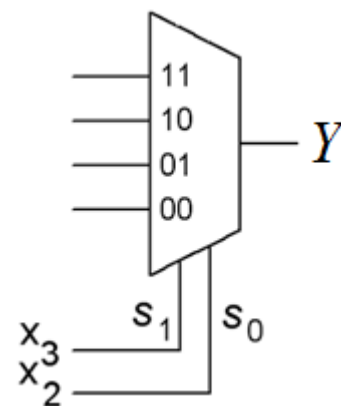
Den Booleska funktionen Y av fyra variabler x_3, x_2, x_1, x_0 definieras av sanningstabellen.

$x_3x_2x_1x_0$	Y	$x_3x_2x_1x_0$	Y		
0	0000	–	8	1000	–
1	0001	–	9	1001	–
2	0010	1	10	1010	1
3	0011	0	11	1011	0
4	0100	0	12	1100	0
5	0101	1	13	1101	1
6	0110	0	14	1110	1
7	0111	1	15	1111	0

a) Använd Karnaughdiagrammet för att konstruera ett minimalt nät för funktionen (utnyttja "–" som don't care). Använd valfria grindar.

b) Realisera funktionen Y med en 4:1 multiplexor och (valfri) grindlogik. Använd x_3 och x_2 som multiplexorns dataväljarsignaler.

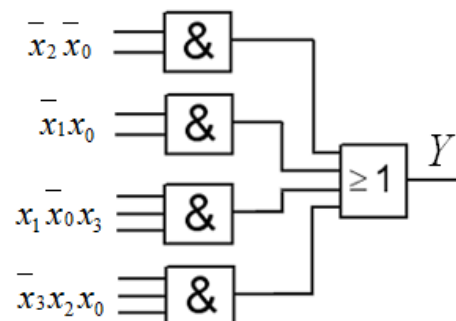
		x_1x_0				Y
		00	01	11	10	
x_3	0	0	1	3	2	
	0	4	5	7	6	
x_2	1	12	13	15	14	
	1	8	9	11	10	

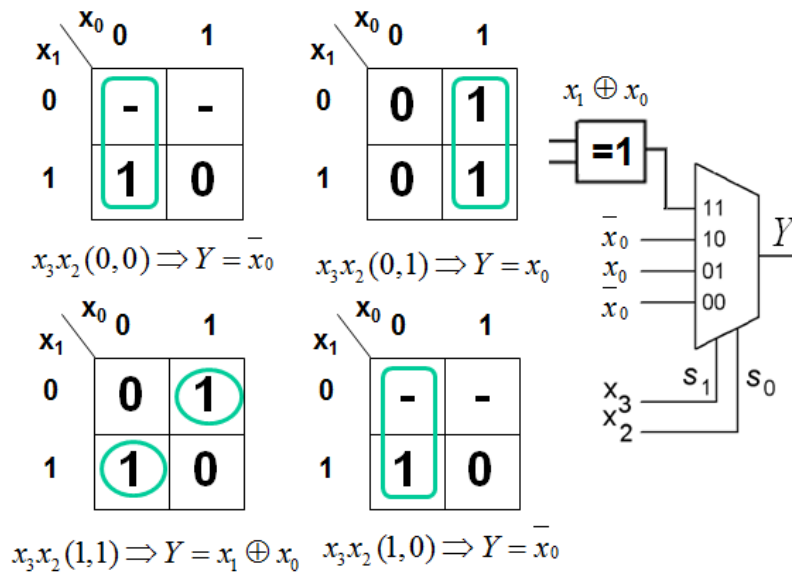


9. Lösningsförslag

		x_1x_0				Y
		00	01	11	10	
x_3	0	0	–	0	1	
	0	4	0	1	0	
x_2	1	12	0	0	1	
	1	8	–	0	1	

$$Y = \bar{x}_2\bar{x}_0 + x_1x_0 + x_1x_0x_3 + x_3x_2x_0$$

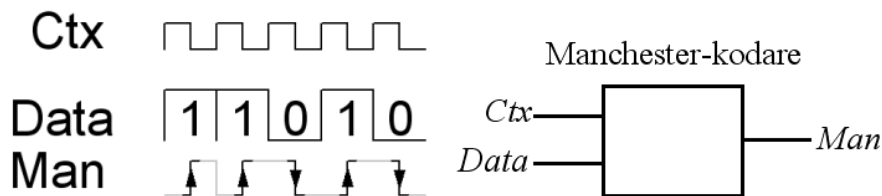




10. 5p

Texten behöver bara läsas översiktligt.

Själva uppgiften består av tre enkla deluppgifter a) b) och c).



Manchestersignalen

Du känner till Internet. Den mesta datakommunikationen över internet använder en metod med så kallad "Manchester-kod". Ettor överförs då som **positiva flanker**, och Nollor som **negativa**. Databitarna 1/0 *Data* kombineras med en klocksignal *Ctx* till "Manchestersignalen" *Man*. Se ett exempel i figuren.

Datasändaren

a) Tag fram **sanningstabellen** och konstruera det enkla kombinatoriska **grindnät**, Manchester-kodaren, som kombinerar *Ctx* med *Data* till signalen *Man*.

Dataöverföringen

Fördelen med Manchestersignalen är att det bara är signalen *Man* som behöver sändas över internet, *Data* kan en mottagande utrustning "utvinna" direkt ur signalen (man säger därför att signalen är självklockande).



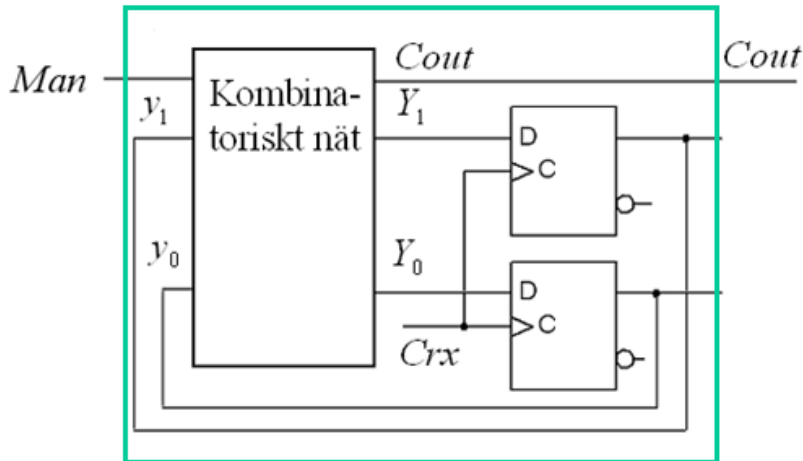
Datamottagaren

På mottagarsidan har man en så kallad **Manchester-avkodare**, i den finns ett sekvensnät som man använder för att ta fram *Data*. Vi ska nu studera detta sekvensnät.

Sekvensnätet har signalen *Man* som insignal, och ger en utsignal *Cout* (som sedan kan användas till att återskapa datasignalen – men detta ingår inte i uppgiften).

Sekvensnätet klockas av en lokal, oberoende klocka, *Crx* som har en c:a fyra gånger högre frekvens än den som användes av datasändaren. $f_{Crx} \approx 4 \cdot f_{Crx}$

Sekvensnätet i Manchester-avkodaren

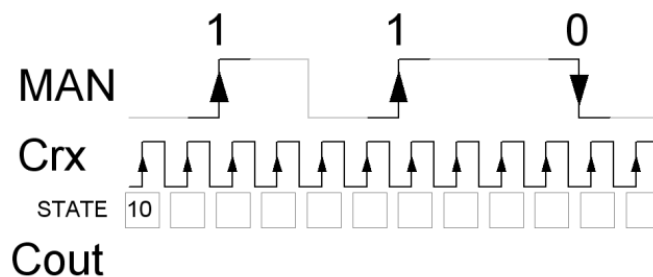


Sekvensnätets kombinatoriska nät har följande sanningstabell:

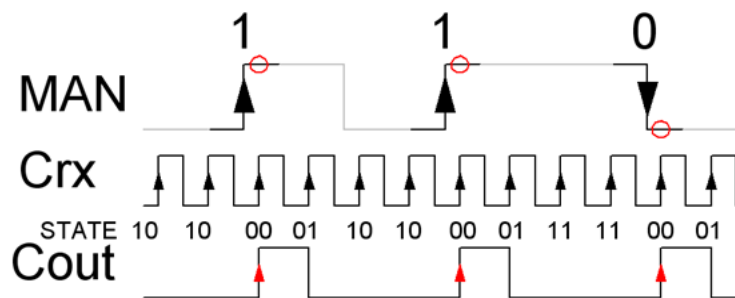
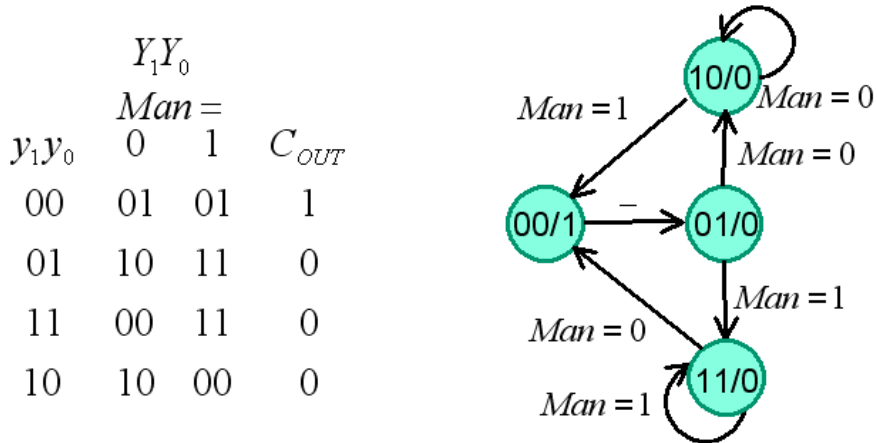
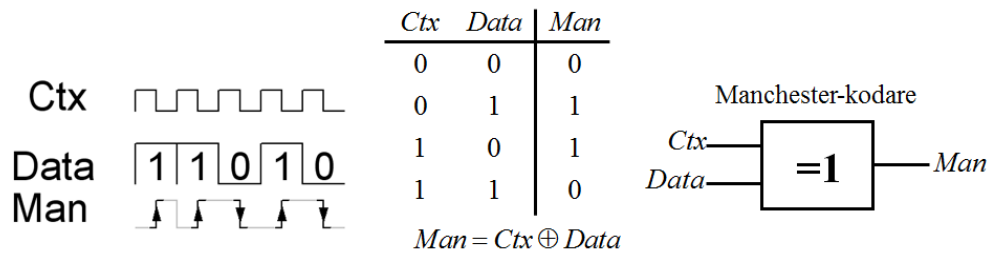
y_1	y_0	<i>Man</i>	Y_1	Y_0	<i>Cout</i>
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0

b) Rita sekvensnätets **tillståndsdigram**.

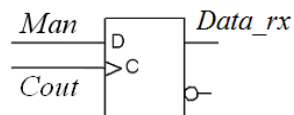
c) Rita **Tidsdiagram**. Följ signalen *Man* i figuren och skriv upp alla tillstånd y_1y_0 sekvensnätet passerar och de tillhörande värdena på *Cout*. Antag att sekvensnätet börjar i tillståndet $y_1y_0 = 10$ och att *Man* då är 0.



10. Lösningsförslag



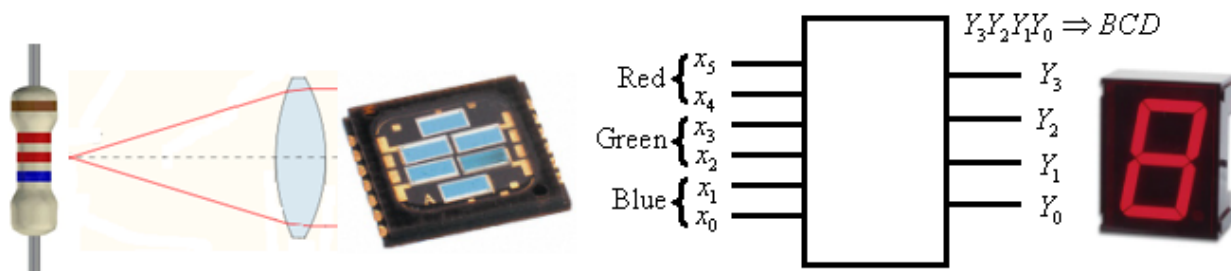
Som syns av de röda ringarna i figuren kan datasignalen nu återskapas ur *Man* och *Cout* tex. med en D-vippa. Detta ingick inte i uppgiften.



Del B: Designproblem.

Observera! Del B rättas endast om Du har mer än 11p på del A1+A2.

11. 5p



En utrustning ska läsa "färgkoden" på resistorer. Sex fotodioder, med optiska filter, är känsliga för Rött, Grönt och Blått av två intensitetsnivåer, starkt/svagt (100% och 50%).

$x_5x_4 = 11 \Rightarrow R = 100\%$, $x_5x_4 = 01 \Rightarrow R = 50\%$, $x_5x_4 = 00 \Rightarrow R = 0\%$, kombinationen $x_5x_4 = 10$ kan inte förekomma. På motsvarande sätt är x_3x_2 känsliga för G och x_1x_0 för B.

Man vill konstruera ett kombinatoriskt nät som direkt ger färgens nummer som 4 bitars binärkod för siffrorna 0...9 (BCD-kod).

a) Ställ upp en sanningstabell.

b) Tag fram minimerade funktionsuttryck för Y_3 och Y_0 .

c) Rita grindnät för funktionen Y_0 . Sträva efter att använda så få grindar, av valfri typ, som möjligt.

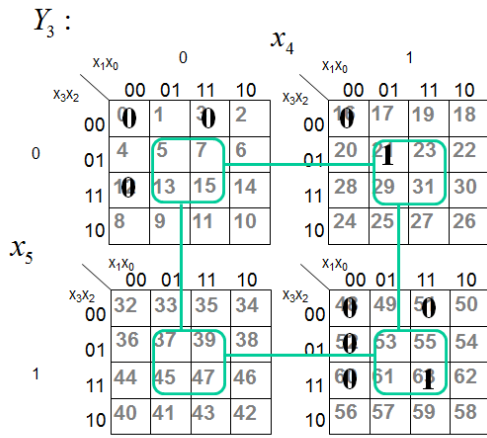
Färgkoden:

(Svart är 0%)

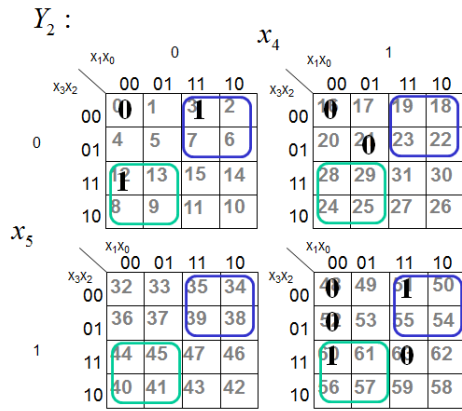
0	0	
1	1	R50%
2	2	R100%
3	3	R100% G50%
4	4	R100% G100%
5	5	G100%
6	6	B100%
7	7	R100% B100%
8	8	R50% G50% B50%
9	9	R100% G100% B100%

11. Lösningsförslag

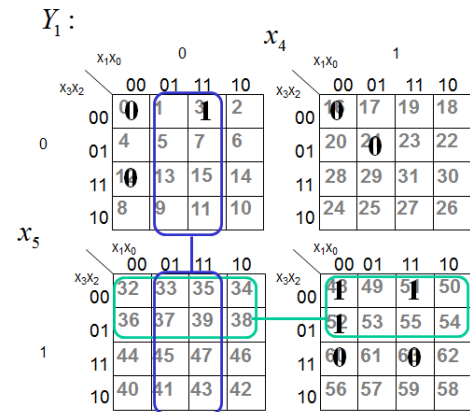
		x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	x_0	Y_3	Y_2	Y_1	Y_0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	16	0	1	0	0	0	1	0	0	1
2	2	48	1	1	0	0	0	2	0	0	1
3	3	52	1	1	0	1	0	3	0	0	1
4	4	60	1	1	1	1	0	4	0	1	0
5	5	12	0	0	1	1	0	5	0	1	0
6	6	3	0	0	0	1	1	6	0	1	1
7	7	51	1	1	0	0	1	7	0	1	1
8	8	21	0	1	0	1	0	8	1	0	0
9	9	63	1	1	1	1	1	9	1	0	1



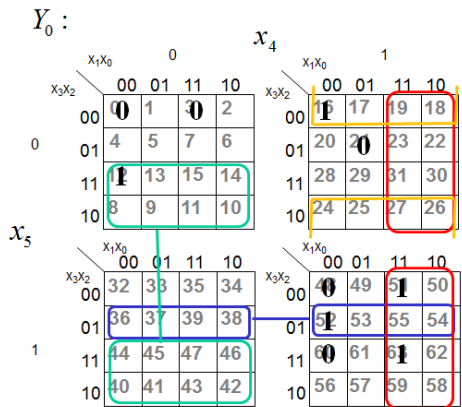
$$Y_3 = x_2 x_0$$



$$Y_2 = \bar{x}_3 x_1 + x_3 x_1 = x_3 \oplus x_1$$



$$Y_1 = \bar{x}_4 x_0 + x_5 \bar{x}_3$$



$$Y_0 = \bar{x}_4 x_3 + x_4 x_1 + \bar{x}_5 x_4 \bar{x}_2 + x_5 \bar{x}_3 x_2$$

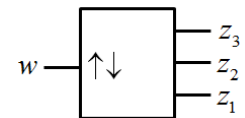
$$Y_3 = x_2 x_0 \quad Y_1 = \bar{x}_4 x_0 + x_5 \bar{x}_3$$

$$Y_2 = x_3 \oplus x_1 \quad Y_0 = \bar{x}_4 x_3 + x_4 x_1 + \bar{x}_5 x_4 \bar{x}_2 + x_5 \bar{x}_3 x_2$$

Andra likvärdiga lösningar finns.

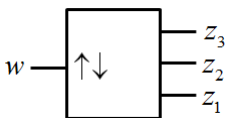
12. 5p

Modulo-6 räknare. Designa ett asynkront sekvensnät som implementerar en räknare som i binärkod räknar antalet gånger som insignalen w ändrar värde, $\dots 0, 1, 2, 3, 4, 5, 0, \dots$ det vill säga antalet "flanker" modulo 6. Använd en Moore-modell.

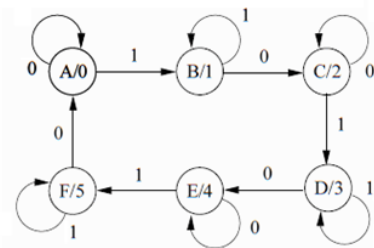


Svaret ska innehålla ett tillståndsdiagram, en flödestabell, och en lämplig tillståndstilldelning som ger ett kapplöpningsfritt nät. Du ska ta fram de hasardfria uttrycken för nästa tillstånd, och utgångsvärdena, men Du behöver inte rita grindnäten.

12. Lösningsförslag



state	next state		out z
	w=0	w=1	
A	A	B	"0"
B	C	B	"1"
C	C	D	"2"
D	E	D	"3"
E	E	F	"4"
F	A	F	"5"



Tillstånden med cirkel runt sig är stabila tillstånd.

Tillståndskodningen väljs så att alla övergångar mellan tillstånd inte behöver mer än förändring av en tillståndsvariabel. Detta eliminerar möjligheten för kapplöpning mellan tillståndsvariablerna.

Utsignalen, räknatillståndet, omkodas till binärkoden $z_3z_2z_1$.

state $y_3y_2y_1$	next state $Y_3Y_2Y_1$		out $z_3z_2z_1$
	$w=0$	$w=1$	
000	000 ₀	001 ₃	000
001	011 ₁	001 ₉	001
011	011 ₃	010 ₁₁	010
010	110 ₂	010 ₁₀	011
110	110 ₆	100 ₁₄	100
100	000 ₄	100 ₁₂	101

wy_3	$Y_3Y_2Y_1$			
	00	01	11	10
0	000	1 011	3 011	2 110
4	000	5 ---	7 ---	6 110
01	000	---	---	---
11	12 100	---	15 ---	14 100
10	8 001	9 001	11 010	10 010

wy_3	Y_3			
	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	-	-	1
11	1	-	-	1
10	0	0	0	0

$Y_3 = wy_3 + \overline{w}y_1y_2 + y_2y_3$

wy_3	Y_2			
	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	-	-	1
11	0	-	-	0
10	0	0	1	1

$Y_2 = \overline{w}y_1 + \overline{w}y_2 + y_3y_2$

wy_3	Y_1			
	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	-	-	0
11	0	-	-	0
10	1	1	0	0

$Y_1 = w\overline{y_2}y_3 + \overline{w}y_1\overline{y_3} + \overline{y_3}y_2y_1$

state $y_3y_2y_1$	out $z_3z_2z_1$
000	000 ₀
001	001 ₁
011	010 ₃
010	011 ₂
110	100 ₆
100	101 ₄

y_3	z_3			
	00	01	11	10
0	000	1 001	3 010	2 011
4	101	5 ---	7 ---	6 100

$z_3 = y_3$

y_3	z_2			
	00	01	11	10
0	0	1	3 0	2 1
4	1	5 -	7 -	6 0

$z_2 = y_2$

y_3	z_1			
	00	01	11	10
0	0	1	3 0	2 1
4	1	5 -	7 -	6 0

$z_1 = y_1 \oplus y_2 \oplus y_3$

$$Y_3 = wy_3 + \overline{w}y_1y_2 + y_2y_3 \quad z_3 = y_3$$

$$Y_2 = \overline{w}y_1 + \overline{w}y_2 + y_3y_2 \quad z_2 = y_2$$

$$Y_1 = w\overline{y_2}y_3 + \overline{w}y_1\overline{y_3} + \overline{y_3}y_2y_1 \quad z_1 = y_1 \oplus y_2 \oplus y_3$$

Hoppas det gick bra!

Inlämningsblad för del A

(tages loss och lämnas in tillsammans med lösningarna för del A2 och del B)

Efternamn: _____ Förnamn: _____

Personnummer: _____

Skriv in dina svar för uppgifterna från del A1 (1 till 8)

Fråga	Svar
1 2/1/0	a) $f(x, y, z) = \{SoP\}_{\min} = ?$ b) $f(x, y, z) = \{PoS\}_{\min} = ?$
2 1/0	$10101010_2 + 01010101_2 = ?_2$ $\pm?_{10} + \pm?_{10} = \pm?_{10}$
3 1/0	$f(a, b, c, d) = \{SoP\}_{\min} = ?$
4 2/1/0	a) $f(c, b, a) = ?$ b) $f(c, b, a) = \{SoP_{\min}\} = ?$
5 1/0	$Y = f(A, B) = ?$
6 1/0	$(ABCD) = 0110 \rightarrow ?? \rightarrow ?? \rightarrow ?? \rightarrow ?? \dots$
7 1/0	$Y = f(w_1, w_2, y) =$
8 1/0	Namn på krets: _____ Namn på ingång X: _____

Nedanstående del fylls i av examinatoren!

Del A1	Del A2		Del B		Totalt	
Poäng	9	10	11	12	Summa	Betyg