



KTH Informations- och kommunikationsteknik

# Tentamen i IE1204/5 Digital Design måndagen den 28/10 2013 9.00-13.00

## *Tentamensfrågor med lösningsförslag*

---

### **Allmän information**

*Examinator:* Ingo Sander.

*Ansvarig lärare:* William Sandqvist, tel 08-790 4487 (Kista IE1204),  
Tentamensuppgifterna behöver inte återlämnas när du lämnar in din skrivning.

*Hjälpmedel:* Inga hjälpmedel är tillåtna!

Tentamen består av tre delar med sammanlagt 12 uppgifter, och totalt 30 poäng:

**Del A1 (Analys)** innehåller åtta korta uppgifter. Rätt besvarad uppgift ger för sex av uppgifterna en poäng och för två av uppgifterna två poäng. Felaktig besvarad ger 0 poäng. Det totala antalet poäng i del A1 är 10 poäng. För **godkänt på del A1 krävs minst 6p, är det färre poäng rättar vi inte vidare.**

**Del A2 (Konstruktionsmetodik)** innehåller två metodikuppgifter om totalt 10 poäng.  
För **godkänt på del A1+A2 krävs minst 11p, är det färre poäng rättar vi inte vidare.**

**Del B (Designproblem)** innehåller två friare designuppgifter om totalt **10 poäng**. Del B rättas bara om det finns minst 11p från tentamens A-del.

**OBS!** I slutet av tentamenshäftet finns ett inlämningsblad för del A1, som kan avskiljas för att lämnas in tillsammans med lösningarna för del A2 och del B.

För ett godkänt betyg (E) krävs **minst 11 poäng** från A1+A2.

**Betyg** ges enligt följande:

0 –	11 –	16 –	19 –	22 –	25
F	E	D	C	B	A

Resultatet beräknas meddelas innan onsdagen den 18/11 2013.

---



## Del A1: Analysuppgifter.

Endast svar krävs på uppgifterna i del A1. Lämna svaren på inlämningsbladet för del A1 som du hittar på sista sidan av tentahäftet.

1. 2p/1p/0p

En funktion  $f(x, y, z)$  beskrivs på **normalform** som en produkt av **maxtermer** (produkt-av-summor)

$$f(x, y, z) = \{PoS\}_{\text{normal}} = (\bar{x} + y + z)(\bar{x} + y + \bar{z})(\bar{x} + \bar{y} + \bar{z})(\bar{x} + \bar{y} + z)$$

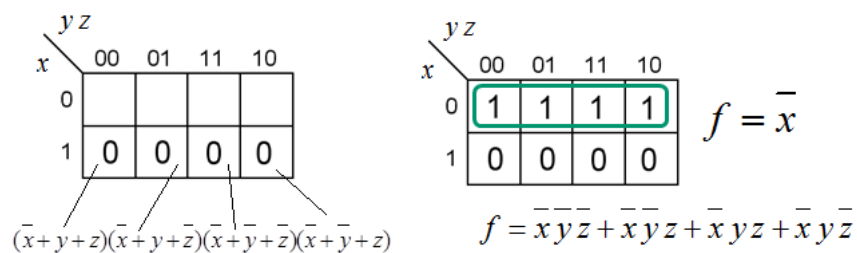
a) ange den på **normalform** som en summa av **mintermer** (summa-av-produkter)!

$$f(x, y, z) = \{SoP\}_{\text{normal}} = ?$$

b) ange den som **minimal** summa-av-produkter!

$$f(x, y, z) = \{SoP\}_{\text{min}} = ?$$

### 1. Lösningsförslag

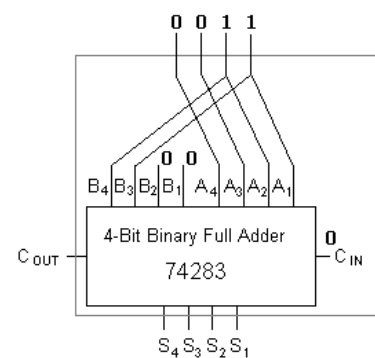


2. 2p/1p/0p

4-bitstalet  $0011_2$  ansluts till en 4-bits heladderare kopplad som i figuren (adderaren är av den typ 74283 som Du använt vid lab).

a) Vad blir summan  $S_4S_3S_2S_1$  och vad blir utgående carry-bit  $C_{OUT}$ ?

b) Vilket decimalt tal, med tecken, motsvarar  $S_4S_3S_2S_1$  om man använder 4-bit tvåkomplementrepresentation?



### 2. Lösningsförslag

a)  $3+4 \cdot 3=15 \Rightarrow 1111_2$  det blir ingen carry  $C_{OUT} = 0$ .

b)  $1111_2$  motsvara talet  $-1$ .

### 3. 1p/0p

Givet är ett Karnaughdiagram för en funktion av fyra variabler.

Ange funktionen som minimerad summa-av-produkter, SoP-form. ("-" i diagrammet står för "don't care")

$$f(a,b,c,d) = \{SoP\}_{\min} = ?$$

		c d			
		00	01	11	10
a	0	1	0	-	0
	0	1	0	0	1
b	1	1	0	0	1
	1	-	-	0	0

### 3. Lösningsförslag

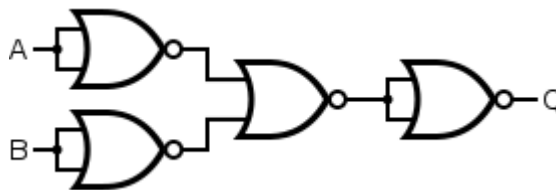
		c d			
		00	01	11	10
a	0	1	0	-	0
	0	1	0	0	1
b	1	1	0	0	1
	1	-	-	0	0

$$f = \overline{c}\overline{d} + b\overline{d}$$

### 4. 1p/0p

NOR är komplett logik, alla andra grindtyper kan konstrueras med bara NOR-grindar.

a) Ställ upp ett förenklat uttryck för  $Q = f(A, B) = ?$  så att det framgår vilken funktion det gäller.



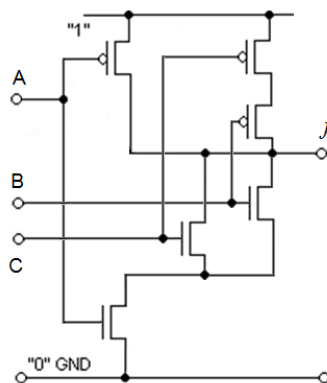
### 4. Lösningsförslag

$$Q = \overline{\overline{A+B}} = \overline{A \cdot B} \quad \text{NAND} \quad (\text{eller } Q = \overline{\overline{\overline{A+B}}} = \overline{A+B} = \overline{A} + \overline{B} \text{ bubbelor})$$

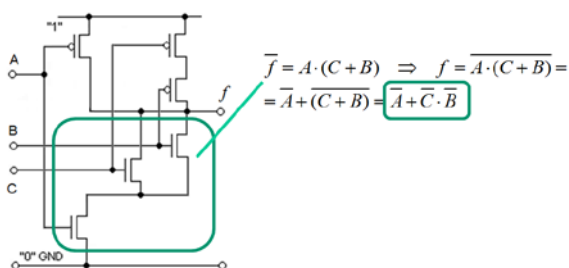
5. 1p/0p

Ange den logiska funktionen som realiseras av CMOS-kretsen i figuren?

$$Y = f(A, B, C) = ?$$



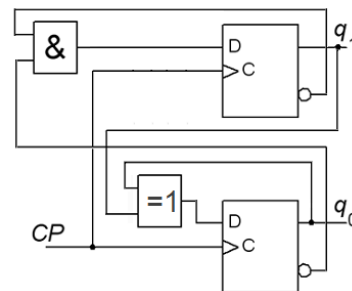
5. Lösningsförslag



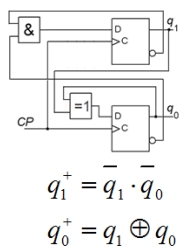
6. 1p/0p

Ett synkront sekvensnät startar i tillståndet  $q_1q_0 = 00$ . Visa utgångsvärdena  $q_1q_0$  för de följande tre klockpulserna.

$$(q_1q_0) = 00 \rightarrow ?? \rightarrow ?? \rightarrow ??$$



6. Lösningsförslag

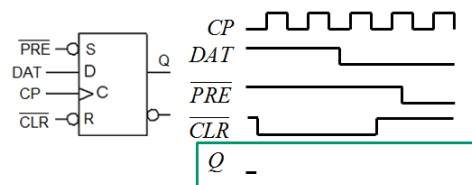


Nästa tillstånd			
$q_1q_0$	$q_1^+ = \bar{q}_1 \cdot \bar{q}_0$	$q_0^+ = q_1 \oplus q_0$	$q_1^+ q_0^+$
00	$1 = 1 \cdot 1$	$0 = 0 \oplus 0$	10
10	$0 = 0 \cdot 1$	$1 = 1 \oplus 0$	01
01	$0 = 1 \cdot 0$	$1 = 0 \oplus 1$	01

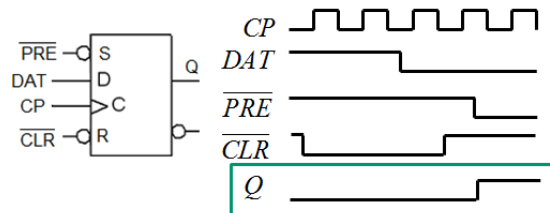
$$(q_1q_0) = 00 \rightarrow 10 \rightarrow 01 \rightarrow 01 \dots$$

## 7. 1p/0p

Fyll i  $Q$  i tidsdiagrammet.  $D$  är en synkron ingång,  $S$  och  $R$  är asynkrona ingångar. Figuren finns också på svarsblanketten.



## 7. Lösningsförslag



## 8. 1p/0p

VHDL-koden beskriver en känd krets. Vilken? Välj mellan:

- En EXOR-grind.
- En EXNOR-grind.
- En JK-vippa.
- En D-vippa.
- En T-vippa.
- En SR-låskrets

```
entity circuit is
Port ( X      : in  std_logic;
      CLOCK  : in  std_logic;
      Y      : out std_logic
    );
end circuit;

architecture Behavioral of circuit is
begin
  process(CLOCK,X)
  begin
    if (CLOCK = '1' and CLOCK'event) then
      if (X = '1')then
        Y <= NOT Y;
      else
        Y <= Y;
      end if;
    end if;
  end process;
end Behavioral;
```

## 8. Lösningsförslag

- En T-vippa.

## Del A2: Konstruktionsmetodik.

Observera! Del A2 rättas endast om Du är godkänd på del A1 ( $\geq 6p$ ).

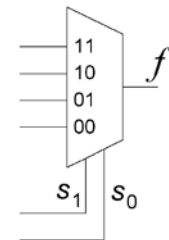
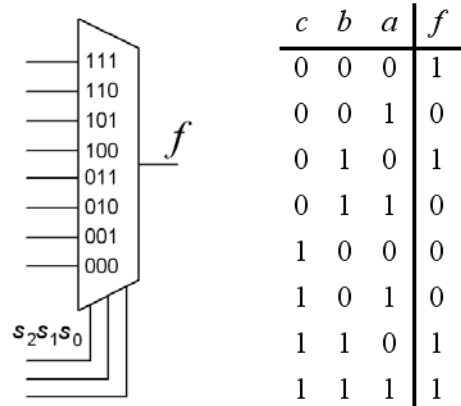
9. 4p

En Boolesk funktionen  $f$  av tre variabler  $c b a$  har sanningstabellen till höger.

a) (1p) Visa hur funktionen kan realiseras med en 8:1 MUX (enligt figuren).

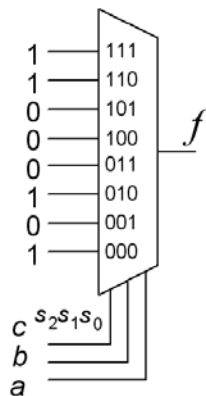
b) (1p) Realisera funktionen minimerad och med användande av bara NAND-grindar. Inga inverterade signaler finns tillgängliga, invertering måste realiseras med NAND-grindar.

c) (2p) Realisera funktionen med en 4:1 MUX. Sök en lösning som *inte* kräver invertering av någon av signalerna.



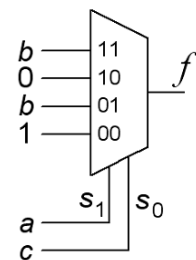
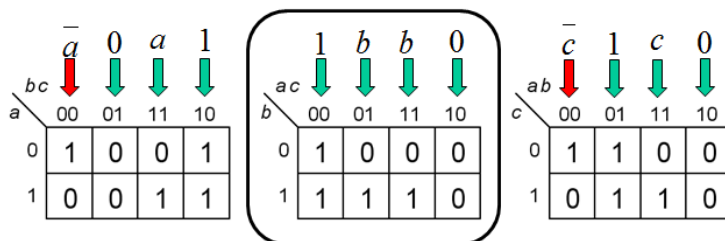
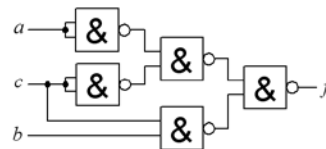
### 9. Lösningsförslag

$c$	$b$	$a$	$f$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



$a \backslash bc$	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	0	0	1	0

$$f = \overline{\overline{a}c} + bc = \overline{\overline{a}c} + bc = \overline{\overline{a}c \cdot bc}$$



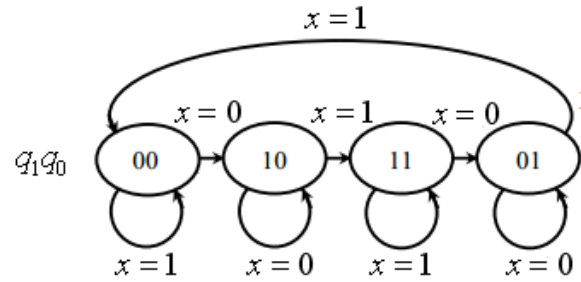
10. 6p

Figuren visar ett tillståndsdigram för en synkron räknare med en styringång  $x$ .

a) (2p) Ställ upp räknarens kodade tillståndstabell

$$q_1^+ q_0^+ = f(q_1, q_0, x).$$

b) (2p) Tag fram funktionerna för nästa tillstånd för  $q_1^+ = ?$   $q_0^+ = ?$



c) (1p) Realisera räknaren med D-vippor och valfria grindar. Rita ett schema över kretsen.

d) (1p) Ett annat synkront sekvensnät har tillståndstabellen enligt figuren till höger. Minimera antalet tillstånd och rita **tillståndsdigrammet** över det tillståndsminimerade sekvensnätet.

z	S	S <sup>+</sup>	
		w=0	w=1
0	A	A	B
1	B	C	D
1	C	A	E
1	D	C	B
1	E	E	A

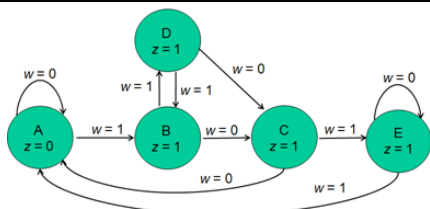
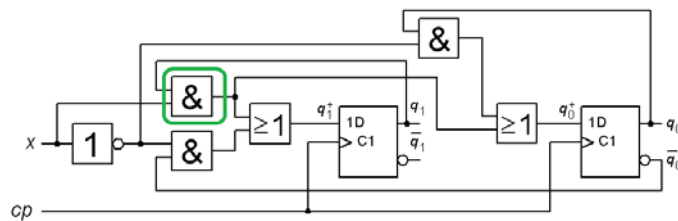
10. Lösningsförslag

$q_1, q_0$	x=0	x=1
00	10	00
01	01	00
11	01	11
10	10	11

$q_1, q_0$	x=0	x=1
00	1	0
01	0	0
11	0	1
10	1	1

$q_1, q_0$	x=0	x=1
00	0	0
01	1	0
11	1	1
10	0	1

$$q_1^+ = \bar{x}q_0 + xq_1 \quad q_0^+ = \bar{x}q_0 + xq_1$$

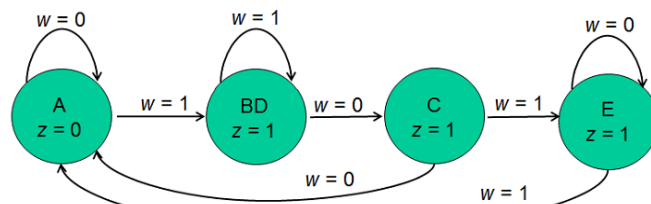


$$P_1 = ABCDE$$

$$P_2 = (A)(BCDE)$$

$$P_3 = (A)(BD)(C)(E)$$

z	S	S <sup>+</sup>	
		w=0	w=1
0	A	A	BD
1	BD	C	BD
1	C	A	E
1	E	E	A





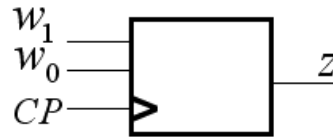
## Del B: Designproblem.

Observera! Del B rättas endast om Du har mer än 11p på del A1+A2.

11. 5p

En synkron Moore-automat har två insignaler  $w_1w_0$  och en utsignal  $z$ . För ingångssekvensen  $w_1w_0$  10, 11 ska utsignalen  $z=0$ . För ingångssekvensen  $w_1w_0$  01, 11 ska utsignalen  $z=1$ .  $w_1w_0$  01, 10 ska utsignalen byta värde. För övriga ingångssekvenser behålles utsignalens värde.

Tag fram automatens **tillståndstabell**, minimera den så långt det går. Rita automatens **tillstånddiagram**.

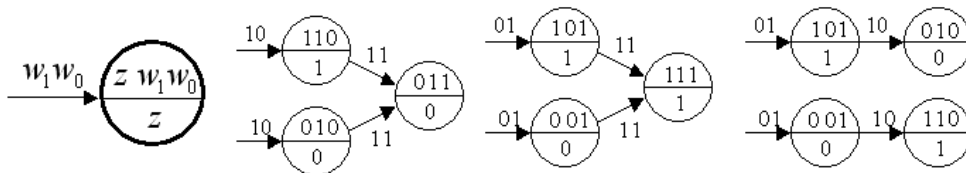


### 11. Lösningsförslag

Insignalen  $w_1w_0$  kan ha fyra olika värden 00 01 10 och 11. Börja med att antaga att man kan behöva komma till två olika tillstånd från varje insignalvärde, ett med utgångsvärdet  $z=0$  och ett med  $z=1$  (eftersom  $z$  ska kunna behållas eller togglas). Det maximala antalet tillstånd som kan behövas är då 8 tillstånd. TIPS! Vid uppställningen av tillståndstabellen är det bekvämt att numrera tillstånden efter ordningen " $z w_1w_0$ ".

$w_1w_0 : 10,11 \rightarrow z=0$      $w_1w_0 : 01,11 \rightarrow z=1$

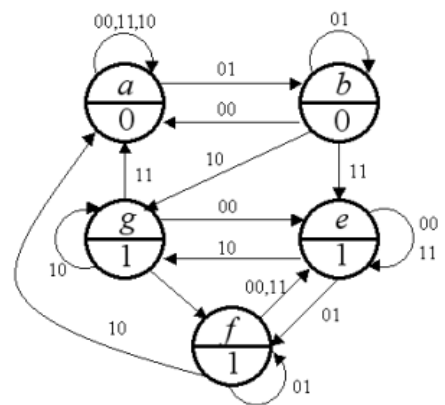
$w_1w_0 : 01,10 \rightarrow z = \text{"toggle"}$ , för övrigt gäller  $z = \text{"hold"}$



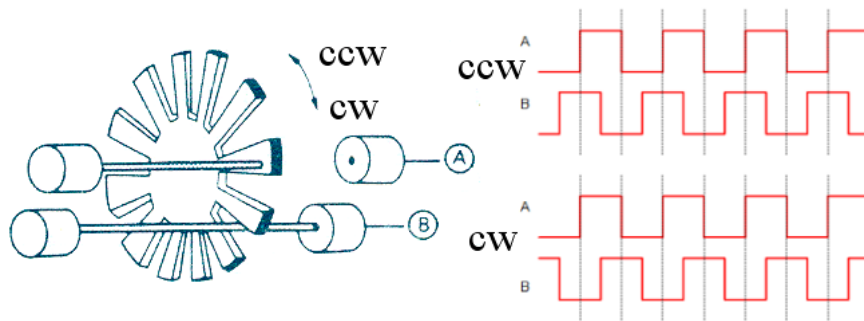
		$state^+(w_1w_0)$					
		$w_1w_0$					
$z w_1w_0$		00	01	11	10	$z$	
0 00	a	a	b	d	c	0	
0 01	b	a	b	h	g	0	
0 10	c	a	b	d	c	0	
0 11	d	a	b	d	c	0	
1 00	e	e	f	h	g	1	
1 01	f	e	f	h	c	1	
1 10	g	e	f	d	g	1	
1 11	h	e	f	h	g	1	

		$state^+(w_1w_0)$					
		$w_1w_0$					
		00	01	11	10	$z$	
a	a	b	a	a	0		
b	a	b	e	g	0		
e	e	f	e	g	1		
f	e	f	e	a	1		
g	e	f	a	g	1		



12. 5p



ccw		cw	
A:	0 0 1 1 0 0 1 1 0 ...	A:	0 1 1 0 0 1 1 0 0 ...
B:	0 1 1 0 0 1 1 0 0 ...	B:	0 0 1 1 0 0 1 1 0 ...
U:	0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...	U:	0 0 <b>1</b> 0 0 0 <b>1</b> 0 0 ...

En optisk **pulsgivare** (tex i datormusen) består av två fotoceller **A** och **B** och en skiva som släpper fram ljus till dessa efter hur den vrids.

Konstruera ett asynkront sekvensnät med två ingångar **A** och **B** och en utgång **U**, som ger  $U=1$  om, och endast om, de **tre senaste** insignalvärdena varit **exakt AB: 00 10 11**.

(Den sekvensen blir det när skivan roterar ostört medurs, **cw**, enligt figuren ovan. Figuren visar också moturs rotation **ccw** och då uppträder aldrig den sekvensen).

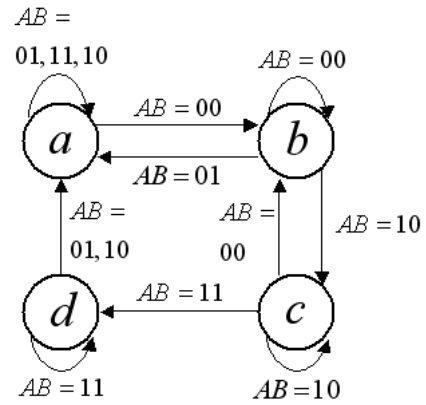
Svaret ska innehålla ett **tillståndsdigram**, en **flödestabell**, och en lämplig **tillståndstilldelning** med en **excitationstabell** som ger ett kapplöpningsfritt nät. Du ska ta fram de hasardfria **uttrycken för nästa tillstånd**, och ett **uttryck för utgångsvärdet**, men Du behöver *inte* rita grindnäten.

## 12. Lösningsförslag

AB: ... **00 10 11** 01 00 ... Så här kan man resonera sig fram till tillståndstabellen:

I ett första tillstånd  $a$  väntar man på 00 som är starten på den sekvens vi ska indikera. För 01 eller 11 eller 10 stannar man därför i  $a$ . När 00 kommit går man till  $b$ . Om det därefter blir 01 så är riktningen fel, då går man tillbaks till  $a$ , om det är 10 är det fortsatt rätt så då går man till  $c$ . I  $c$  är 00 fel riktning då räcker det med att backa till  $b$  eftersom man inte behöver vänta på 00. 11 är rätt och då går man till  $d$ . I  $d$  ska  $U=1$  eftersom rätt sekvens nu uppnåtts.

	AB				U
	00	01	11	10	
a	b	a	a	a	0
b	b	a	-	c	0
c	b	-	d	c	0
d	-	a	d	a	1



Tillståndsdigrammet följer kanterna på en kvadrat, så någon typ av gray-kod kan användas som tillståndskod, tex.  $a = 00, b = 01, c = 11, d = 10$ .

Excitationstabell enligt figuren till höger. För omöjliga insignaler har ”-” don’t care använts.

$q_1 q_0$	$q_1^+ q_0^+ (q_1 q_0 AB)$				U
$AB$	00	01	11	10	
00	01	00	00	00	0
01	01	00	-	11	0
11	01	-	10	11	0
10	-	00	10	00	1

$q_1 q_0$	$q_1^+$			
$AB$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	-	1
11	0	-	1	1
10	-	0	1	0

$q_1 q_0$	$q_0^+$			
$AB$	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	0	-	1
11	1	-	0	1
10	-	0	0	0

$$q_1^+ = Aq_0 + ABq_1$$

$$q_0^+ = \bar{A}\bar{B} + q_0\bar{B}$$

$$U = q_1 \bar{q}_0$$

Sammanhängande områden i Karnaughdiagrammet ger kapplöpningsfrihet

*Hoppas det gick bra!*