KTH Tillämpad Fysik

# Tentamen i

# Teknisk Fotografi, SK2380,

# 2014-06-04, 9-13, FB53

Uppgifterna är lika mycket värda poängmässigt. För godkänt krävs 50 % av max. poängtalet.

Hjälpmedel: Formelblad "Radiometriska och fotometriska storheter." (bifogad med tentamen)
Miniräknare

**Observera**: Skriv namn på ALLA papper som lämnas in.
Skriv ALDRIG mer än EN lösning per papper.
Rita gärna figurer som förklarar vad införda beteckningar står för.

# OBS!

## Såvida inte annat sägs, motivera alla svar och förklara alla införda beteckningar!

- Talen är inte ordnade i svårighetsgrad.
- Det kan hända att data ges som du inte behöver använda för problemets lösande. Du får alltså välja ut de data du behöver. Ibland behöver du också göra uppskattningar. (Välkommen till livet som ingenjör!)
- You may answer in English if you like.

**Uppgift 1**

Kändisfotografen Sleezy Fame vistas regelbundet i restaurangmiljöer med dämpad belysning. Han har därvid funnit att när han använder ett objektiv med brännvidd $f$ = 28 mm, inställt på bländartal $F$ = 4 så får han lagom exponerade bilder vid exponeringstiden $t$ = 1/30 sekund om han har ställt in ISO-talet (känslighetstalet) på 1600.

Nu vill han skaffa ett nytt objektiv med längre brännvidd, ungefär $f$ = 120 mm, så att han kan smygfotografera folk på lite längre avstånd. ISO-talet går att öka till maximalt 3200, sedan blir bilderna för brusiga. För att undvika skakningsoskärpa (bilderna tas utan stativ) så vill han inte använda längre exponeringstid än ungefär $t = \frac{1}{f}$ , där brännvidden $f$ uttrycks i mm och tiden $t$ i sekunder. Frågan är vilken ljusstyrka (= lägsta bländartal) det nya 120 mm-objektivet behöver ha. (ISO-talet är ett linjärt mått på sensorns känslighet.)

**Uppgift 2**

Amatörastronomen Eustacia Himmelbett vill gärna fotografera stjärnhimlen med sin nya digitalkamera. Hon planerar att rikta den så att objektivets optiska axel pekar rakt mot polstjärnan. Jordens rotation gör då att bilden av stjärnhimlen roterar runt objektivets optiska axel (ett varv/dygn[1]). Men exponeringstiden ska vara så kort att ingen stjärna i bilden ska ha rört sig märkbart (de ska fortfarande se punktformiga ut). Kameran har en 16 mm x 24 mm CMOS-sensor med 16 megapixlar. Objektivet har brännvidd 18 mm och ljusstyrka 3.5.

Hur lång exponeringstid kan Eustacia maximalt använda, om vi som gräns sätter att bilden av en stjärna max. får röra sig en sträcka motsvarande ca. 2 pixelbredder under exponeringen?

**Uppgift 3**

Eustacia (välkänd från föregående uppgift) sitter och läser en fotobok där det står:

”Om man fotograferar ett motiv med stor utsträckning i djupled, ska man använda en liten bländaröppning om man vill att allt ska avbildas skarpt (dvs man vill ha stort skärpedjup)”.

Eustacia blir bekymrad eftersom hon håller på med att fotografera stjärnhimlen. Universum har ju en enorm utsträckning i djupled, och då skulle man ju enligt boken behöva använda en liten bländaröppning för att få alla stjärnorna skarpa. Men en liten bländaröppning gör ju att det blir väldigt lite ljus på sensorn och då blir bildkvalitén dålig (mycket brus).

Förklara för Eustacia vad som gäller (vad var det som fotoboken glömde att tala om?)

*Ledning: Ett sätt att motivera ditt svar är att undersöka hur stor den geometriska bilden (oskärpefläcken) av en punktkälla blir på sensorn. Du kan anta någon typisk ljusstyrka på objektivet och att avståndsinställningen är ∞. Jämför oskärpefläckens storlek med en typisk pixelstorlek (t.ex. 5 $\mu$m) vid något ”stort” (men inte oändligt) fotograferingsavstånd.*

[1] Egentligen stjärndygn = 23h 56m 4.1s, men skillnaden är försumbar.

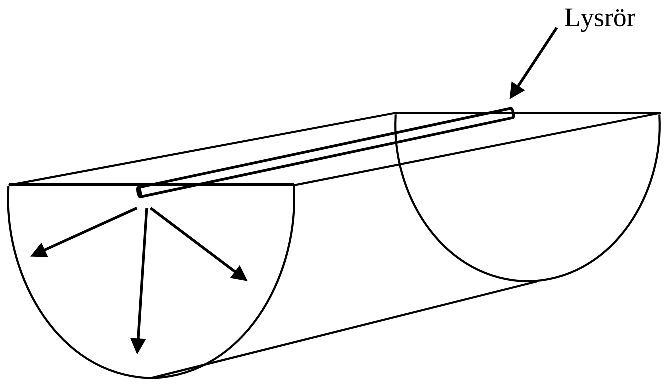
**Uppgift 4**

Sleezy Fame (känd från uppgift 1) har tröttnat på att smygfotografera kändisar (en arg kändis kastade nyligen en pizza på honom). Istället vill han börja fotografera sensationella bilder från djurvärlden. Första uppgiften blir att fotografera en (stor) sydamerikansk fågelspindel ur samma perspektiv som bytesdjuret upplever den. Han placerar därför kameralinsen på 5 cm avstånd från spindelns huvud. Brännvidden som används är 28 mm, och skärpan ställs in så att bilden blir skarp på sensorn (en 24 mm x 36 mm CMOS, med 36 megapixlar). Sedan printas bilden ut i storlek 20 cm x 30 cm för att hängas upp på en utställning. Sleezy måste emellertid skriva en bildtext som ska tala om för besökaren på vilket avstånd man ska stå för att uppleva perspektivet korrekt, dvs som det ser ut för ett bytesdjur som står 5 cm från spindelns käftar.

Hjälp Sleezy beräkna korrekt avstånd.
(Du får betrakta objektivet som en tunn lins, men tänk på att det rör sig om närbildsfoto.)

**Uppgift 5**

Denna uppgift går ut på att uppskatta storleksordningen på belysningen man får på ett bord 1.0 meter rakt under ett lysrör. Lysröret är 1.2 meter långt, och ger ett ljusflöde av 3400 lumen. Lampans utformning gör att i stort sett allt ljus strålar ut likformigt i en halvcylinder riktad nedåt, se figur.



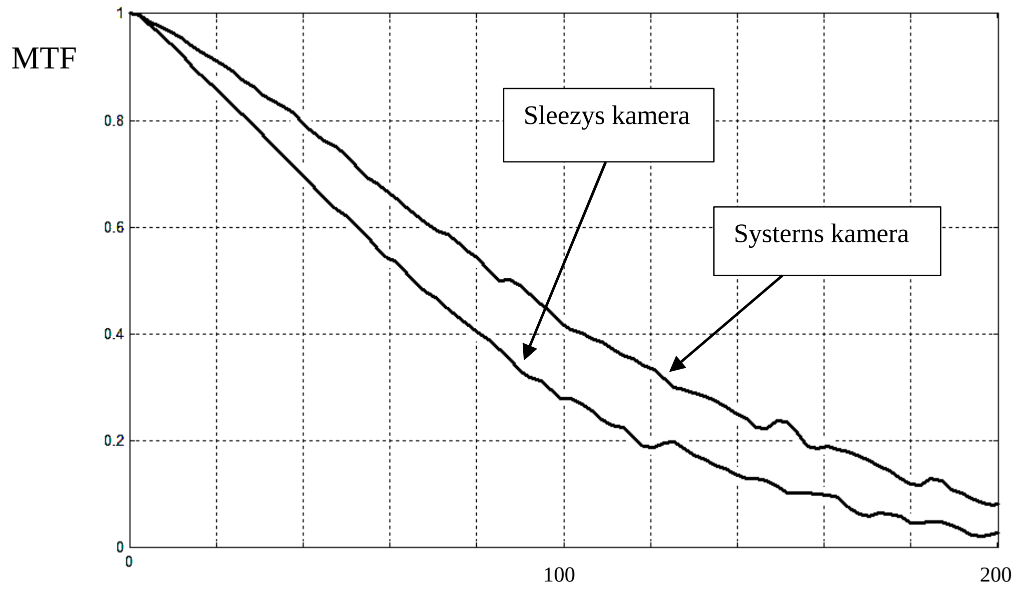

Du får 3 svarsalternativ att välja på: 10 lux, 100 lux och 1000 lux.

Vilket av dessa svarsalternativ anger ungefär belysningen på bordet?
(Ordentlig motivering krävs.)

**Uppgift 6**

Sleezys nördiga lillasyster har lånat hans kamera från uppgift 4, och har mätt upp dess totala MTF (optik plus sensor). Dessutom har hon mätt upp samma sak för sin egen gamla kompaktkamera (objektiv $f$ = 5 mm, sensor 4.55 mm x 6.17 mm med 12 megapixlar). Se figuren på nästa sida.

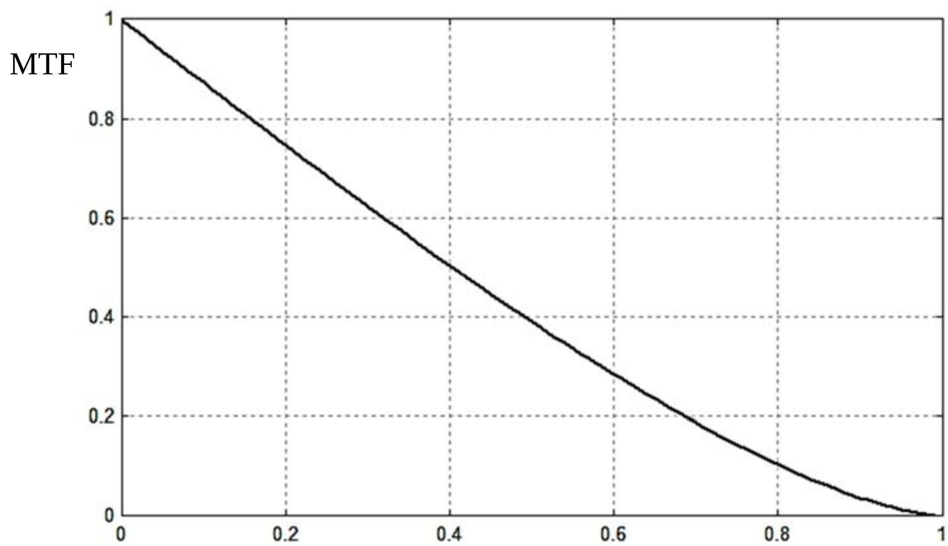
”Ha, ha”, retas systern, ”min gamla kompaktkamera har klart bättre MTF och ger därför skarpare bilder än din dyra fina kamera”. Hjälp Sleezy att ge ett lämpligt svar till systern. Vilken kamera kommer att ge bäst skärpa i bilderna?




Ortsfrekvens (perioder/mm) i sensorplanet

## Uppgift 7

Ett mikroskop ska utrustas med en monokrom CCD-sensor, dvs en sensor utan några färgfilter på pixlarna (och som därför ger bara svartvita bilder). Sensorn, som har storleken 25 mm x 25 mm och ett centrum-till-centrum avstånd mellan pixlarna på 6.25 µm, placeras i mikroskopobjektivets bildplan. Mikroskopet kommer att användas med 3 olika objektiv, som är märkta 10/0.30, 40/0.70 och 100/1.4. Första siffran (t.ex. 100) anger förstoringen, *M*, och andra siffran (t.ex. 1.4) anger numeriska aperturen, *NA*. Mikroskopobjektiv är ofta nästan diffraktionsbegränsade, vilket innebär att deras MTF ser ut ungefär som kurvan nedan.




Ortsfrekvens i objektivets bildplan, 1 på skalan motsvarar $\frac{2NA}{\lambda M}$

Bilder kommer att registreras med samtliga objektiv, och vid våglängder på antingen 530 nm eller 620 nm. Man vill inte utrusta sensorn med anti-aliasing-filter eftersom man vill ha bästa möjliga skärpa.

Finns det risk att man får moiré-effekter i bilderna, och i så fall för vilka objektiv och våglängder?

**Uppgift 8**

Vid ett tillfälle vill man använda mikroskoputrustningen i uppgift 7 för att ta färgbilder, dvs man vill separat registrera röda (R), gröna (G) och blå (B) våglängdsbanden. Detta kan man göra genom att ta tre bilder och använda olika färgfilter i strålgången. Eftersom endast Y (gult), M (magenta) och C (cyan) filter finns tillgängliga så tar man tre bilder med användande av dessa filter. (Det går bara att använda ett filter i taget.) Berätta hur man ska kombinera pixelvärdena i Y-, M- och C-bilderna för att få fram R-, G- och B-bilder.

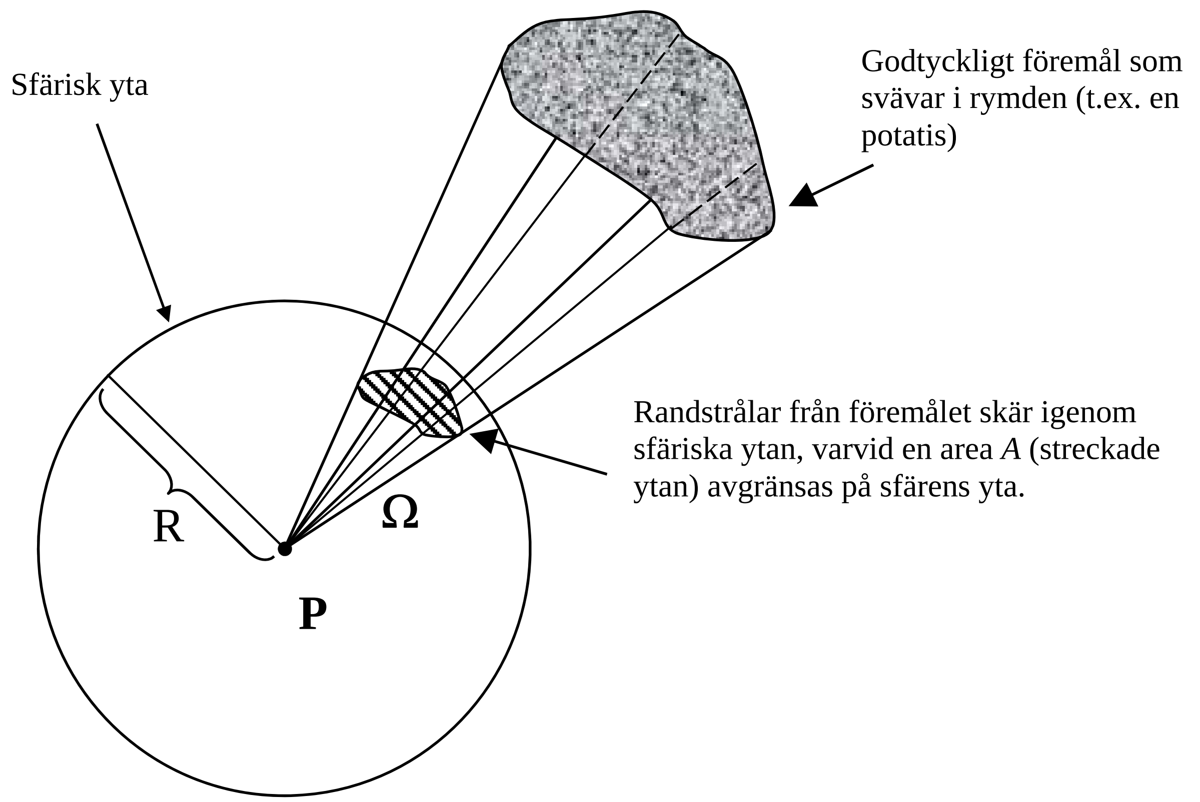
(Vi antar att pixelvärdena beror linjärt på exponeringen.)

***Lycka till!***

*Kjell Carlsson*

# Formelblad: Radiometriska och fotometriska storheter

Begreppet rymdvinkel




Den rymdvinkel, Ω, under vilken vi från punkten P ser föremålet definieras genom formeln $\Omega = \dfrac{A}{R^2}$. Största möjliga rymdvinkel är 4π. Enhet: steradian (sr).

## Radiometri

Utstrålning:

Radians, $R = \dfrac{d^2P}{dAd\Omega\cos\vartheta}$ $\left[\dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2 sr}}\right]$.

För svartkroppsstrålare är $R = 1.80\times10^{-8}\times T^4$, där $T$ = temperaturen i Kelvin.

Instrålning:

Irradians, $I = \dfrac{dP}{dA}$ $\left[\dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}}\right]$

**Forts. på nästa sida!**

## **Fotometri**

Handlar om hur starkt ögat uppfattar strålningen (t.ex. så uppfattar vi synligt ljus, men inte ultraviolett, röntgen och infrarött). Därför omvandlas strålningseffekten med hjälp av ögats spektrala känslighetskurva. Istället för strålningseffekt, får vi då en storhet som kallas **ljusflöde**, $\Phi$, och som har sorten **lumen** (förkortas lm).

Utstrålning:

Luminans, $L = \dfrac{d^2\Phi}{dA d\Omega \cos\vartheta} \quad \left[\dfrac{\mathrm{lm}}{\mathrm{m^2 sr}}\right]$.

För en svartkroppsstrålare beror $L$ bara på temperaturen. För en perfekt matt reflekterande yta beror $L$ på reflektionsförmågan och hur kraftigt den belyses.

Instrålning:

Belysning, $E = \dfrac{d\Phi}{dA} \quad \left[\dfrac{\mathrm{lm}}{\mathrm{m^2}} = \mathrm{lux}\right]$

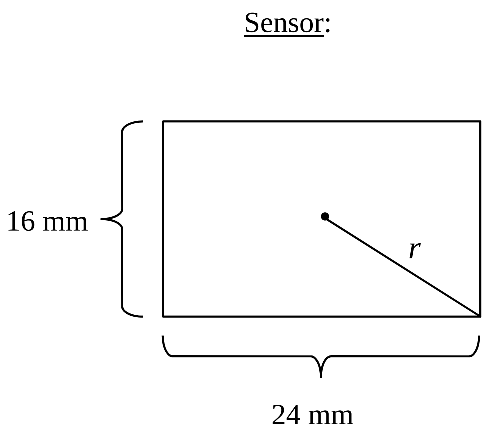
# Lösningar till tentamen i Teknisk fotografi, SK2380, 2014-06-04

*(Observera att lösningarna och resonemangen inte alltid behöver vara som de nedanstående. Vissa tal kan gå ut på att göra intelligenta gissningar och slutledningar. Alla lösningar som uppfyller dessa krav belönas med hög poäng. Jag har ibland också lagt till lite extra kommentarer som inte behövs för full poäng på tentalösningarna.)*

**Uppgift 1**

Med 120 mm brännvidd kan vi inte använda längre exponeringstid än 1/120 sekund, vilket är bara en fjärdedel så lång tid som förut. Vid samma bländartal som tidigare ($F = 4$) blir då exponeringen bara en fjärdedel av önskat värde. Genom att öka ISO-talet till 3200 krävs bara hälften så hög exponering som tidigare, men det fattas fortfarande en faktor två i exponering. Vi måste därför öka på belysningen på sensorn genom att ändra bländartalet. Tidigare användes $F = 4$, vilket då måste minskas till 2.8 för att fördubbla belysningen (belysningen är omvänt proportionell mot bländartalet i kvadrat). Ljusstyrkan måste alltså vara 2.8 på det nya 120 mm objektivet.

**Uppgift 2**




Sensorn har en total area av $16 \times 10^{-3} \times 24 \times 10^{-3}$ m$^2$. Antalet pixlar är 16 miljoner, vilket innebär att varje pixel motsvarar en area av $\frac{16\times10^{-3}\times24\times10^{-3}}{16\times10^{6}}$ m$^2$. kantlängden på en pixel svarar då mot $\sqrt{\frac{16\times10^{-3}\times24\times10^{-3}}{16\times10^{6}}} = 4.90 \times 10^{-6}$ m = 4.90 μm.

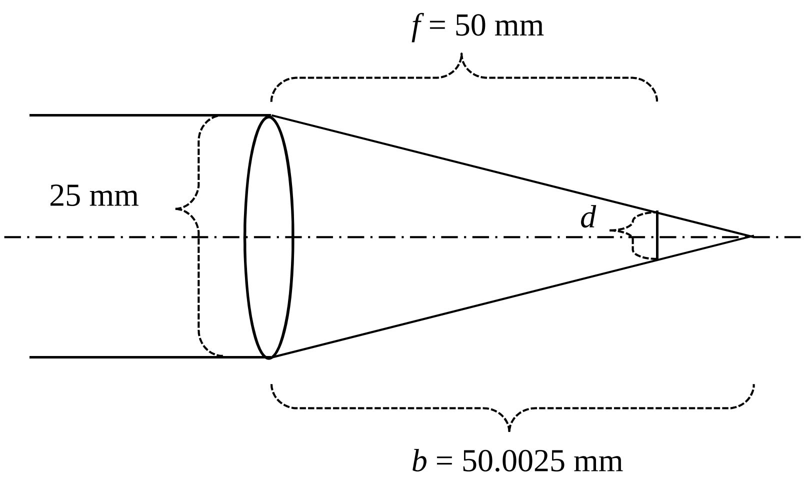
Optiska bilden kommer att rotera runt sensorns centrum med en hastighet av ett varv per dygn[2]. Störst förflyttning under exponeringstiden erhålls för en stjärna som ligger ute i ett bildhörn, dvs på avståndet $r$ = 14.4 mm från bildcentrum. Förflyttningen, $s_{max}$, får där maximalt vara två pixelbredder, dvs ca. 10 μm. Vi har sambandet $s_{max} = \frac{2\pi\times14.4\times10^{-3}}{24\times60\times60} \times t_{max}$, där $t_{max}$ är maximal exponeringstid. Med insatt $s_{max}$ = 10 μm, får vi $t_{max}$ = 9.5 s. Dvs vi kan tillåta en exponeringstid av ca. 10 sekunder.

[2] Egentligen ett varv per stjärndygn = 23h 56m 4.1s, men skillnaden mot 24h är försumbar.

**Uppgift 3**

När man fotograferar stjärnor är motivavståndet, $a$, enormt mycket större än brännvidden. Ur linsformeln, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ , får vi då att bildavståndet, $b$, är extremt nära brännvidden $f$. Allting vi fotograferar på enormt stort avstånd, oberoende av hur enormt det är (10 ljusår eller miljarder ljusår), kommer i praktiken att avbildas perfekt skarpt i ett och samma bildplan.

Ett litet numeriskt exempel, med inte fullt astronomiska avstånd, kan belysa detta. Antag att vi har ett objektiv med hög ljusstyrka, säg 2, och brännvidd 50 mm, som avbildar ett punktformigt motiv på säg 1000 meters avstånd. Undersök hur stor oskärpefläcken blir. Linsformeln ger i detta fall att bildavståndet blir $b$ = 50.0025 mm. Ur figuren nedan (inte skalenlig) får vi att $d=\frac{25\times0.0025}{50.0025}=0.0012$ mm = 1.2 µm, alltså under en pixel i storlek. Vid mycket större avstånd än 1 km blir naturligtvis oskärpefläcken i motsvarande grad mindre, dvs helt försumbar.



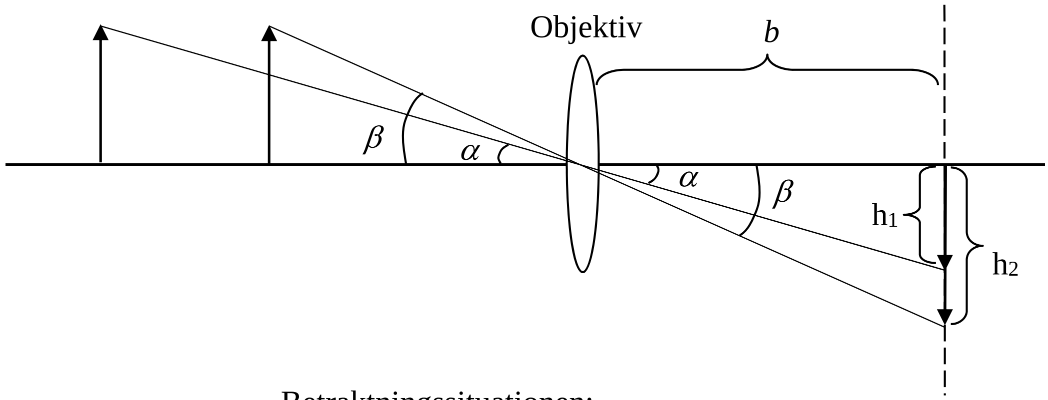

Det som fotoboken glömde att tala om var alltså att man kan fotografera motiv med stor utsträckning i djupled, och få allting skarpt även vid stora bländaröppningar, om alla motivets delar ligger långt borta.

**Uppgift 4**

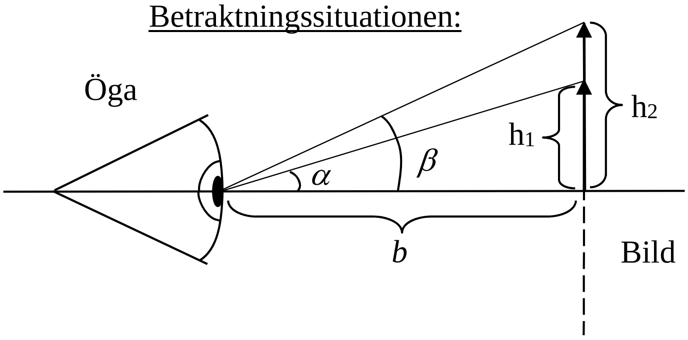
Linsformeln, jfr. uppgift 3, ger ett bildavstånd $b=\frac{af}{a-f}=\frac{50\times28}{50-28}=63.6$ mm.

Villkoret för ett korrekt perspektiv är att man vid betraktandet av bilden ska se alla motivets delar under precis samma synvinklar som när man stod på fotograferingsplatsen och tittade direkt på motivet. Med figurer hämtade ur kompendiet (men $f$ utbytt mot $b$) får vi då situationen på nästa sida. Figuren gäller för det fall att slutbilden har samma storlek som sensorn, och i så fall ska bilden betraktas på avståndet $b$ = 63.6 mm. Men nu har bilden storleken 20 cm x 30 cm, medan sensorn är 24 mm x 36 mm. Bilden har alltså en linjärförstoring av $\frac{200}{24}=8.3$. Då måste också betraktningsavståndet öka med samma faktor för att bibehålla synvinklarna. Detta ger ett betraktningsavstånd av $63.6\times8.33=530$ mm, alltså ca. en halvmeter, för att erhålla korrekt perspektiv.

Fotograferingssituationen:




Betraktningssituationen:




**Uppgift 5**

Belysning är infallande ljusflöde per ytenhet. Ljusflödet $\phi = 3400$ lm fördelas ungefär likformigt på en area som är en halvcylinder mer radie 1.0 meter och längd 1.2 m. Detta ger oss belysningen $E = \frac{\phi}{A} = \frac{3400}{\pi \times 1.2} \approx 900$ lux.
Belysningen blir alltså i storleksordningen 1000 lux.

**Uppgift 6**

Eftersom de två kamerorna har helt olika storlek på sensorn, kan man inte jämföra MTF-värden vid samma ortsfrekvens. Sleezys kamera har en sensor som är $\frac{24}{4.55} = 5.3$ gånger högre och $\frac{36}{6.17} = 5.8$ gånger bredare än systerns (det är inte riktigt samma höjd/bredd förhållande på sensorerna). Om lika mycket av motivet ska komma med i bägge kamerorna, blir alltså optiska bilden på sensorn ca. 5.5 gånger mindre i systerns kamera. Detta innebär att alla linjemönster i motivet kommer att avbildas med ca. 5.5 gånger högre ortsfrekvens i systerns kamera. Om man därför läser av ett MTF-värde för systerns kamera vid 200 $mm^{-1}$ så ska det jämföras med Sleezys värde vid ca. 35 $mm^{-1}$. Då får man för systern ett MTF-värde på ca. 0.08 och för Sleezy drygt 0.7. Motsvarande avläsningar vid ytterligare några lägre frekvenser visar att Sleezys kamera vinner stort; den har konsekvent mycket högre MTF-värden.

**Uppgift 7**

Med en pixelstorlek av 6.25 µm har vi en samplingsfrekvens av $\frac{1}{6.25 \times 10^{-6}} = 1.60 \times 10^5$ $m^{-1}$. Enligt samplingkriteriet klarar vi då av att korrekt registrera en bildfrekvens som är hälften så hög, dvs 8.0 ×

$10^4$ m$^{-1}$ = Nyquistfrekvensen. Låt oss nu undersöka hur höga ortsfrekvenser, $\nu_{max}$ , som kan förekomma i mikroskopbilden för olika objektiv och våglängder.

10/0.30:

$\nu_{max}(530\ nm) = \frac{2\times 0.30}{530\times 10^{-9}\times 10} = 1.13\times 10^5$ m$^{-1}$. Nyquistfrekvensen är då $\frac{8.0\times 10^4}{1.13\times 10^5} = 0.71$ av $\nu_{max}(530\ nm)$. Enligt kurvan ligger MTF-värdet då på ca. 0.20. Vi kan alltså få moiré-effekter med maximal modulationsgrad (kontrast) av ca. 0.20, vilket är klart synligt.
Motsvarande beräkningar för 620 nm ger $\nu_{max} = 9.68\times 10^4$ m$^{-1}$, vilket medför att Nyquistfrekvensen är 0.83 av $\nu_{max}$. Avläsning av kurvan ger då MTF på ca. 0.08. Teoretiskt kan vi alltså få mioré-effekter också här, men kontrasten blir mycket låg, så det bör knappast vara störande.

40/0.70:

Beräkningar enl. ovanstående ger $\nu_{max}(530\ nm) = 6.60\times 10^4$ m$^{-1}$, och $\nu_{max}(620\ nm) = 5.65\times 10^4$ m$^{-1}$. Bägge dessa värden är lägre än Nyquistfrekvensen, vilket innebär att inga moiré-effekter kan uppstå.

100/1.4:

Motsvarande beräkningar som ovan ger $\nu_{max}(530\ nm) = 5.28\times 10^4$ m$^{-1}$, och $\nu_{max}(620\ nm) = 4.52\times 10^4$. Klart under Nyquistgränsen, och alltså ingen risk för moiré.

Slutsatsen blir alltså att risk för moiré finns endast med 10/0.30 objektivet, särskilt vid den kortare våglängden. Men moiré-mönstren kommer inte att ha hög kontrast.

**Uppgift 8**

Y-filter transmitterar rött (R) och grönt (G) ljus, men inte blått (B). M-filter transmitterar R och B. C-filter transmitterar G och B.

Detta kan uttryckas som Y = R + G, M = R + B och C = G + B.
Y-, M- och C-bilderna registrerar alltså blandningar av två våglängdsband. Om vi adderar Y- och M-bilderna får vi Y + M = 2R + G + B. Om vi från detta subtraherar C så får vi 2R. Detta ger att

$$\frac{Y+M-C}{2} = R$$

På motsvarande sätt får vi att

$$\frac{Y+C-M}{2} = G$$

och

$$\frac{M+C-Y}{2} = B$$

Genom att utföra dessa beräkningar på pixlarna i bilderna kan vi alltså få fram de önskade RGB-komponenterna.

(Detta förutsätter att vi har linjär respons i sensorn, vilket oftast är fallet i vetenskaplig utrustning typ mikroskopkameror. Det gäller dock inte för t.ex. jpeg-bilder från vanliga digitalkameror.)