

Föreläsning 7

Kromatisk aberration

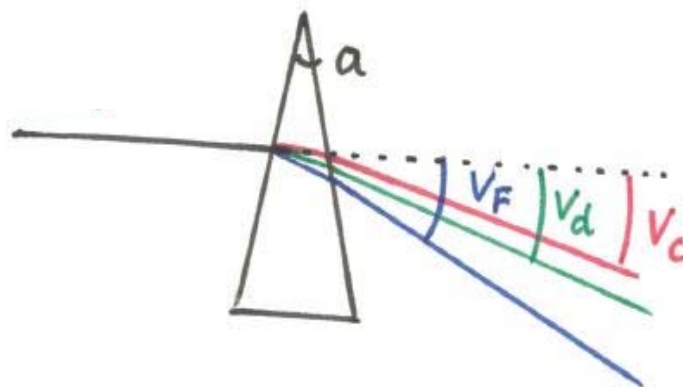
Eftersom brytningsindex n ändras med våglängden (färgen) kommer olika färger hos ljuset att brytas olika genom prismor och linser.

Dispersion: n ändras med våglängden λ . För att ange vid vilken våglängd ett visst värde på brytningsindex gäller brukar man skriva n_F , n_d , n_C , n_e etc., där (F, d, C och e) anger våglängden som en viss spektrallinje. (Se tabell 14.1 och 14.2 i *Optics*).

Kromatisk aberration i tunt prisma

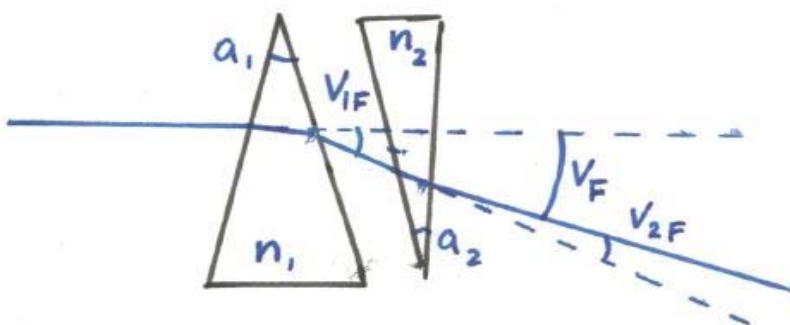
Avböjningsvinkeln i ett tunt prisma ges av

$$v = (n - 1)a$$



Dispersionen ger upphov till transversell kromatisk aberration när man använder prisma för avbildning (ex tittar genom det.) Men, detta går att kompensera med en extra komponent gjord av ett annat glas.

Akromatiskt prisma



$$v = v_1 - v_2 = (n_1 - 1)a_1 - (n_2 - 1)a_2$$

$$v_F = v_{1F} - v_{2F} = (n_{1F} - 1)a_1 - (n_{2F} - 1)a_2$$

$$v_d = v_{1d} - v_{2d} = (n_{1d} - 1)a_1 - (n_{2d} - 1)a_2$$

$$v_C = v_{1C} - v_{2C} = (n_{1C} - 1)a_1 - (n_{2C} - 1)a_2$$

Ingen kromatisk aberration om $v_F = v_c$, dvs samma vinkel för blått och rött ljus

$$\Rightarrow (n_{1F} - n_{1c})a_1 = (n_{2F} - n_{2c})a_2$$

\Rightarrow Vi behöver olika material med olika dispersion!

Table 14.2 Representative glass types and polymers

Material	International Glass Code	Mean index (587.6) (n_d)	V Value Dispersion (V_d)	Index at 486.1 (n_F)	Index at 546.1 (n_e)	Index at 656.3 (n_c)	Tx (25 mm 546 nm) (%)	Rx (one surface) (%)	Density (g cm^{-3})
<i>Glass</i>									
BK7	517642.251	1.51680	64.17	1.52238	1.51872	1.51432	0.996	4.1	2.51
K5	522595.259	1.52249	59.48	1.52860	1.52458	1.51982	0.998	4.3	2.59
ZKN7	508612.249	1.50847	61.19	1.51423	1.51045	1.50592	0.995	4.1	2.49
BAK4	569560.304	1.56883	55.98	1.57590	1.57125	1.56575	0.993	4.9	3.05
SK16	620603.358	1.62041	60.32	1.62756	1.62286	1.61727	0.992	5.6	3.58
LAK8	713538.374	1.71300	53.83	1.72222	1.71616	1.70897	0.996	6.9	3.75
LF5	581409.322	1.58144	40.85	1.59146	1.58482	1.57723	0.996	5.1	3.22
F2	620364.361	1.62004	36.37	1.63208	1.62408	1.61503	0.983	5.6	3.47
LAF2	744449.429	1.74397	44.85	1.75568	1.74791	1.73903	0.985	7.3	4.30
SF4	755276.479	1.75520	27.58	1.77468	1.76167	1.74730	0.996	7.5	4.79
SFL57	847236.355	1.84666	23.62	1.87227	1.85510	1.83643	0.955	8.8	3.55
<i>Polymer</i>									
CR39		1.4981*	59.54*	1.5040	1.5001	1.4956	0.86*	4.0	1.32
PMMA		1.49176	57.45	1.49776	1.49379	1.48920	0.95*	4.2	1.19
Polycarbonate		1.58547	29.89	1.59945	1.59008	1.57986	0.90*	5.1	1.20
Polystyrene		1.59078	30.90	1.60408	1.59501	1.58495	0.94*	5.2	1.06
MR-7		1.65999*	31.56*	1.6748*	1.6648*	1.6539*		6.2	1.35

Tx, internal transmission over 25 mm; Rx, reflection at 596 nm, one surface

While most of these figures are those provided by suppliers some (marked) have been measured on a single sample or estimated. Any design work for manufacture should confirm these values with the supplier before use

Tabell 14.2 i *Optics*.

Exempel: Välj prisma 1: BK7 $a_1 = 25^\circ$ (hårt kronglas)

Välj prisma 2: F2 $a_2 = ?$ (tungt flintglas)

$$(n_{1F} - n_{1c}) = 1,52238 - 1,51432 = 0,00806 \text{ (mindre dispersion)}$$

$$n_{1d} = 1,51680$$

$$(n_{2F} - n_{2c}) = 1,63208 - 1,61503 = 0,01705 \text{ (mer dispersion)}$$

$$n_{2d} = 1,62004$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{n_{1F} - n_{1c}}{n_{2F} - n_{2c}} a_1 \approx 11,8^\circ$$

Testa! $v_F = v_c = 5,5895$ Ingen skillnad mellan blått och rött

$v_d = 5,5923$ Liten skillnad till grönt (0,05%), men mycket mindre än förut (1,5%)

Kromatisk aberration i linser

Styrkan hos en lins beror på brytningsindex och kommer alltså att variera med våglängden!

Styrkan för tunn lins i luft ges av:

$$F = (n - 1)(R_1 - R_2)$$

Alltså bryts blått ljus mer (högre styrka) än rött.

Skillnaden i styrka mellan blått och rött ges av:

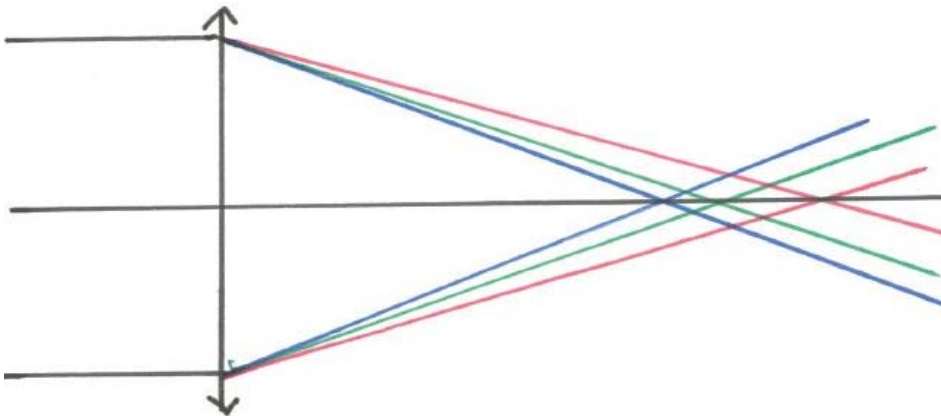
$$\begin{aligned}\Delta F &= F_F - F_c = (n_F - 1)(R_1 - R_2) - (n_c - 1)(R_1 - R_2) \\ &= (n_F - n_c)(R_1 - R_2) = \frac{(n_F - n_c)}{(n_d - 1)}(n_d - 1)(R_1 - R_2) \Rightarrow\end{aligned}$$

$$\Delta F = F_F - F_c = \frac{F_d}{V_d} = \frac{F}{V}$$

där $V = V_d = \frac{(n_d - 1)}{(n_F - n_c)}$ (Abbetal)

Detta ger upphov till två typer av kromatisk aberration: longitudinell kromatisk aberration och transversell kromatisk aberration.

Longitudinell kromatisk aberration (TA~y)

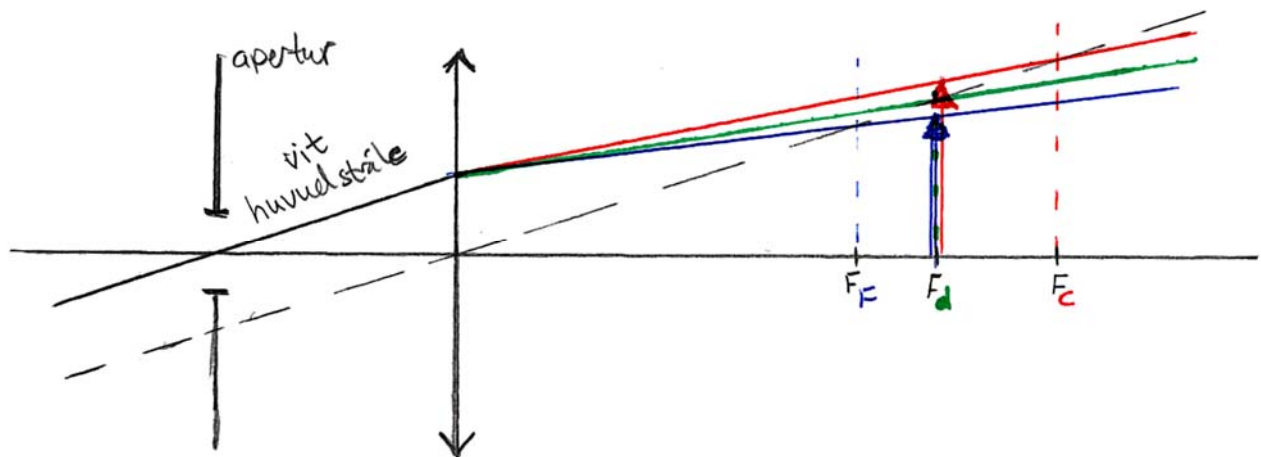


Longitudinell kromatisk aberration \Leftrightarrow olika bildavstånd för olika färger.

Det ger suddig bild för ett vitt objekt.

Suddigheten proportionell mot aperturens storlek (TA~y).

Transversell kromatisk aberration (TA~h')



Transversell kromatisk aberration \Leftrightarrow olika förstoring för olika färger.

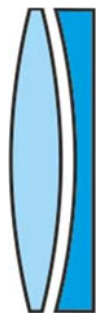
Det ger färgade kanter på ett vitt objekt.

Bildstorlekskillnaden proportionell mot bildstorleken (TA~h')

Tunn lins med aperturen intill linsen har ingen transversell kromatisk aberration.

Akromatisk dubblettlins (Akromat)

Idé: två tunna linser av olika material tätt intill varandra där dispersionen i den ena tar ut den andra (som för akromatiska prismat ovan).



1. Se till att de tillsammans får rätt fokallängd:

$$F = F_1 + F_2$$

2. Skillnaden i styrka mellan blått och rött för de två linserna tillsammans skall bli noll:

$$\Delta F = F_F - F_C = \Delta F_1 + \Delta F_2 = \frac{F_1}{V_1} + \frac{F_2}{V_2} = 0$$

För att detta skall fungera måste de två materialen ha olika Abbetal, helst så olika som möjligt.

Lös ekvationssystemet! Ekvation 2 ger $F_1 = -\frac{V_1}{V_2}F_2$, och insatt i 1 ger det $F = F_2 \left(1 - \frac{V_1}{V_2}\right)$. Gör på samma sätt för F_1 , så blir lösningen:

$$\begin{cases} F_1 = \frac{V_1}{V_1 - V_2} F \\ F_2 = \frac{V_2}{V_2 - V_1} F \end{cases} \quad (14.2)$$

Ex) Vill ha akromatisk lins med $F=+3$ D.

Lins 1: BK7 $n_{d1}=1,51680$ $V_{d1}= 64,17$ (kronglas)

Lins 2: F2 $n_{d2}=1,62004$ $V_{d2}= 36,37$ (flintglas)

Vi söker F_1 och F_2 .

$$F_1 = \frac{64,17}{64,17-36,37} \cdot 3 \text{ D} \approx +6,92 \text{ D}$$

$$F_2 = \frac{36,37}{36,37 - 64,17} \cdot 3 \text{ D} \approx -3,92 \text{ D}$$

En akromat tillverkas oftast så att sfärisk aberration och koma minimeras. Det sker genom att välja krökningsradierna rätt. Då har man ”bara” sned astigmatism, bildfältskrökning och distortion kvar.

(Man måste dock vända akromaten åt rätt håll för att detta ska gälla. De flesta akromater är gjorda så att den mest buktiga ytan skall vändas mot avlägset objekt eller bild.)

Ofta cementerar man linserna, dvs. limmar ihop dem. Då har man bara 3 ytor att välja krökningsradier på.

