Svar till tentamen i Vågor och partiklar, SK1131, 20 augusti 2012

1.) a.) $f = c/\lambda = 0.88$ GHz

b.) optisk fiber: $\Delta t_1 = L_1 n/c = 8900 \cdot 10^3\ \mathrm{m} \cdot 1.46/3 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s} \approx 0.043\ \mathrm{s}$

satellit: $L_2 = 2 \cdot 36000$ km (mer korrekt $L_2 = 2 \cdot \sqrt{36000^2 + 4450^2}$ km), $\Delta t_2 = L_2/c \approx 0.24$ s

2.) Fokallängd: $f = R/2 = -8$ m (konvex). "Spegelformeln" ger

$$i = \frac{fp}{p-f} = \frac{(-8\ \mathrm{m})(10\ \mathrm{m})}{(10\ \mathrm{m}) - (-8\ \mathrm{m})} \approx -4.44\ \mathrm{m}, \qquad m = -\frac{i}{p} \approx 0.44$$

Bilden är alltså 4.44 m "bakom" spegeln och virtuell.

3.) a.) $n_{film} \approx \sqrt{n_1 \cdot n_2} = \sqrt{3.95 \cdot 1} \approx 1.99$, alltså bättre med SiO.

b.) fasskillnad: π i fasskift på båda reflexerna, vill ha destruktiv interferens ➔

$$\Delta\varphi = \pi + \frac{2\pi}{\lambda} 2nd - \pi = 2\pi\left(m + \frac{1}{2}\right) \rightarrow d = \frac{\lambda\left(m + \frac{1}{2}\right)}{2n} \rightarrow d_{min} = \frac{\lambda}{4n} = \frac{500\ \mathrm{nm}}{4 \cdot 1.9} = 65.8\ \mathrm{nm}$$

c.) Den maximala våglängden ges av bandgapet: $\lambda = hc/\Delta E \approx 1.13$ µm.

4.) Diffraktionsmaximum sker för våglängder som uppfyller Braggvillkoret:

$$2d \sin\theta = m\lambda \quad \rightarrow \quad m\lambda \approx 388.9\ \mathrm{pm}$$

där m är ett heltal. För $m = 3$ och $m = 4$ erhålls maximum för våglängderna 129.6 pm och 97.2 pm. (För övriga möjliga värden på m erhålls λ som inte ingår i den inkommande strålningen.)

5.) Aktiviteten kan skrivas

$$R(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

Initialt finns lika många kärnor ^{108}Ag och ^{110}Ag.

a.) För samma inititala mängd N_0 är aktiviteten störst med det högsta värdet på λ, alltså kortaste halveringstiden ➔ ^{110}Ag.

b.) Sökt är tiden så att

$$\lambda_{108} N_{0,108} e^{-\lambda_{108} t} > \lambda_{110} N_{0,110} e^{-\lambda_{110} t} \qquad \rightarrow \qquad t > \frac{1}{\lambda_{110} - \lambda_{108}} \ln\frac{\lambda_{110}}{\lambda_{108}} \approx 75.3\ \mathrm{s}$$

6.) Energinivåerna ges av

$$E_{n_x,n_y,n_z} = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} + \frac{n_z^2}{L_z^2}\right) = \frac{h^2}{8mL^2}\left(n_x^2 + n_y^2 + 4n_z^2\right)$$

där alla n_i är positiva heltal. Prövning med låga kvanttal ger att de 7 lägsta energinivåerna ges för kvanttalen (n_x, n_y, n_z) =(1,1,1), [(2,1,1) eller (1,2,1)], (2,2,1), [(3,1,1) eller (1,3,1)], [(3,2,1) eller (2,3,1)], (1,1,2) och [(4,1,1), (1,4,1), (2,1,2) eller (1,2,2)]. Den motsvarande energin är då 6, 9, 12, 14, 17, 18 eller 21 gånger $\frac{h^2}{8mL^2}$. Vi ser att alla energinivåer utom 6, 12 och 18 är degenererade.