

Svar till tentamen i Vågor och partiklar, SK1131, 30 maj 2012

1. a.) Ljus har våglängder i storleksordningen $\lambda \approx 500$ nm och kungens öga har en diameter på c:a $D \approx 5$ mm. Ett diffraktionsbegränsat öga kan upplösa vinklar på

$$\theta_{min} = \frac{1.22\lambda}{D} \approx 1.22 \cdot 10^{-4}$$

På ett avstånd $L = 12$ km motsvarar vinkeln ett avstånd $\Delta x \approx L\theta_{min} \approx 1.46$ m. Då måste avståndet mellan två plattors mittpunkter vara minst detta, antagligen mer då kungen ser lite dåligt. Man kan tänka sig att plattorna är 1 m breda och avståndet mellan dem också är 1 m.

b.) Bandgapet måste vara mindre än fotonenergin då våglängden är 1.5 μm . Fotonenergin är

$$E = \frac{hc}{\lambda} \approx 1.33 \cdot 10^{-19} \text{ J} \approx 0.83 \text{ eV}$$

c.) Med 100 Mb/s är det 10^{-8} s mellan varje bit, dvs. 10 ns. Består biten av etta/nolla och paus så ska pulsen vara hälften av 10^{-8} s, så 5 ns.

2. Då båda reflexerna är mot optiskt tätare medium så är det fasskift med π i båda reflexionerna. Fasskillnaden blir då

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} n2d$$

och vi vill ha konstruktiv interferens för $\lambda_1 = 1.3$ μm och destruktiv då $\lambda_2 = 1.5$ μm . Detta ger att

$$\frac{4\pi nd}{\lambda_1} = 2\pi m_1 \text{ och } \frac{4\pi nd}{\lambda_2} = 2\pi(m_2 + 1/2)$$

så tjockleken ska vara

$$d = \frac{m_1\lambda_1}{2n} = \frac{(m_2 + 1/2)\lambda_2}{2n}$$

Vi vet att $\lambda_2/\lambda_1 = 15/13$, så vi har då att $(m_2 + \frac{1}{2})/m_1 = 13/15$. Det kan inte uppfyllas för heltal m_1 och m_2 , men approximativt för t.ex $m_1 = 3$ och $m_2 = 4$.

Tjockleken blir då $3.5\lambda_2/(2n) = 1.90$ μm .

3. a.) Vi har att $p_1 = 50$ mm. Bilden från den insatta linsen ska hamna 150 mm från den andra linsen, d.v.s 100 mm "framför" den insatta linsen, $i_1 = -100$ mm. Med linsformeln får vi då att $f_1 = 100$ mm.

b.) Förstoringen i den insatta linsen är $-i_1/p_1 = 2$ och i den andra linsen $-i_2/p_2 = -75/150 = -1/2$. Total förstoring är -1 och bilden blir lika hög som objektet (fast inverterad), 10 mm.

4. a.) $\lambda = hc/E \approx 124 \text{ pm}$

b.) Vid Comptonspridning så skiftas våglängden med

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \varphi)$$

och detta skift är här $\Delta\lambda = 0.01\lambda$. Då blir vinkeln

$$\varphi = \arccos\left(1 - \frac{mc\Delta\lambda}{h}\right) \approx 60.8^\circ$$

c.) Fotonen tappar energi till elektronen och då blir våglängden *längre*.

d.) $p = h/\lambda \approx 5.33 \cdot 10^{-24} \text{ kg m/s}$ [med λ i a.), 1 % mindre med den spridda våglängden.]

5. Den normerade vågfunktionen i det n:te tillståndet är

$$\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi nx}{L}\right)$$

Sannolikheten att hitta partikeln i en tredjedel av lådan närmast den ena väggen kan då skrivas

$$P = \int_0^{L/3} |\varphi_n(x)|^2 dx = \frac{2}{L} \int_0^{L/3} \sin^2\left(\frac{\pi nx}{L}\right) dx = \dots = \frac{1}{3} - \frac{1}{2\pi n} \sin\left(\frac{2\pi n}{3}\right)$$

a.) $n = 1: P \approx 0.196$

b.) $n = 2: P \approx 0.402$

c.) $n \gg 1: P \approx 1/3$

d.) Enligt klassisk fysik är alla ställen i lådan lika sannolika, så $P = 1/3$.

6. a.) Vi har att

$$N_U(t) = N_U(0)2^{-t/T} \text{ och } N_{Pb}(t) = N_U(0) - N_U(t).$$

Sökt är tiden så att

$$\frac{N_{Pb}(t)}{N_U(t)} = \frac{1 - 2^{-t/T}}{2^{-t/T}} = \frac{1}{2} \rightarrow t = T \frac{\log 3/2}{\log 2} \approx 2.63 \text{ miljarder år}$$

b.) Masstalet har minskat med 32 och atomnumret med 10. Det första betyder 8 st α -sönderfall. Då minskar även atomnumret med 16 och det behövs då 6 st β -sönderfall.