Svar till tentamen i Vågor och partiklar, SK1130, 16 december 2010

1. Objektsavstånd = p, bildavstånd = $i = x - p$, där $x = 3$ m. Använd linsformeln, $\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{p}$, vilket ger $f = \frac{pi}{p+i} = \frac{p(x-p)}{x}$ ➔ $p^2 - px + fx = 0$, $p = \frac{x}{2} \pm \sqrt{\frac{x^2}{4} - fx}$. Med $f = 300$ mm blir $p \approx 2.66$ m eller $p \approx 0.34$ m (och $i \approx 0.34$ m eller $i \approx 2.66$ m). Bara $p \approx 0.34$ m ger en förstorad bild, eftersom vi för det behöver $|i| > |p|$.

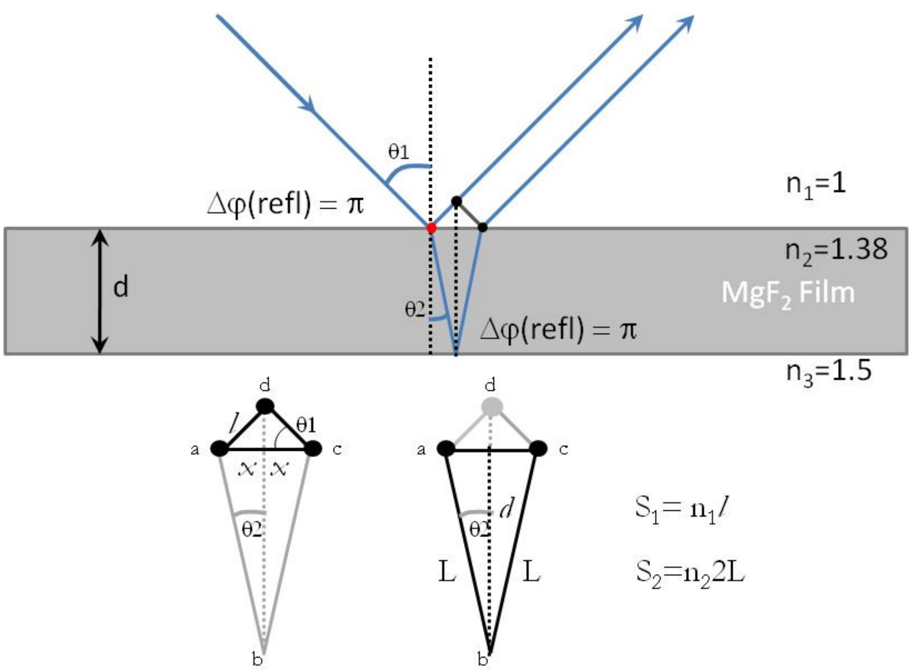
2. Minsta upplösbara vinkel ges av rayleighkriteriet som $\sin\theta_{min} \approx 1.22\lambda/D$, med $D = 2.4$ m.
Om vi väljer $\lambda = 500$ nm för synligt ljus så blir den vinkeln $\theta_{min,500\text{ nm}} \approx 2.54 \cdot 10^{-7}$ rad. Denna vinkel motsvarar ett avstånd x enligt $x = 2h\tan(\theta/2) \approx h\theta \approx 0.14$ m, där $h = 559$ km. Texten är betydligt mindre än detta, så vi kan säkert säga att det inte går. För radiovågorna är våglängden betydligt längre och upplösningen sämre, så det blir ett omöjligt på b) också. För röntgen kan vi t.ex ta $= 1$ nm (eller betydligt kortare), vilket reducerar x med en faktor 500 till 0.28 mm, vilket är på gränsen. Från ett upplösningsperspektiv så skulle det kunna gå.

3. Om vinkeln för den första polarisatorn är θ blir den $90° - \theta$ för den andra. Malus lag på dessa två polarisatorer ger den transmitterade effekten: $P_{ut} = P_{in}\cos^2\theta\cos^2(90° - \theta\ )$
Det kan skrivas om som t.ex $P_{ut} = P_{in}\cos^2(\theta)\sin^2(\theta) = P_{in}\sin^2(2\theta)/4$

a) Maximal transmission fås då $\sin^2(2\theta) = 1$, vilket ger $P_{ut,max} = P_{in}/4 = 2.5$ mW.

b) Vill att $\sin^2(2\theta)/4 = 0.1$. Kan då välja t.ex $\theta = \arcsin\left(\sqrt{0.4}\right)/2 \approx 19.6°$. (Komplementvinkeln 70.4° går lika bra.)

4. a)



b) Inkommande och reflekterande strålar infaller 45° mot vindrutans normal. Strålarna har samma fas i punkt (a) enligt bilden ovan och är parallella (dvs ingen förändring i fasskillnad) efter punkt (d) respektive (c). Skillnaden i optisk väglängd mellan strålarna räknas utifrån sträcka S1 (a-d), som har optisk väglängd $S_1 = n_1 l$, sträcka 2 (a-b + b-c) som har en optisk väglängd $S_2 = n_2 2L$. Båda reflektioner (vid punkt (a) samt (b) får π fasförändring.
För konstruktiv interferens, sök *d* så att S2-S1 = (heltal) x (våglängd λ).

Vi har att $\theta 1 = 45°$, n1=1, n2=1.38, n3=1,5

Ur figuren ovan fås att: $\tan\theta_2 = \frac{x}{d}$, samt, utifrån den liksidiga triangeln (a-d-c) och Pythagoras sats,

$l = x\sqrt{2}$ vilket ger oss: $l = \sqrt{2}\cdot d\tan\theta_2$

Från figuren har vi även att:

$$\cos\theta_2 = \frac{d}{L}.$$

Den optiska väglängdsskillnaden för konstruktiv interferens blir då:

$$S2 - S1 = n_2\cdot 2L - n_1\cdot l = d\left(\frac{2n_2}{\cos\theta_2} - n_1\sqrt{2}\tan\theta_2\right) = m\lambda ,$$

vilket ger:

$$d = \frac{m\lambda}{\left(\frac{2n_2}{\cos\theta_2} - n_1\sqrt{2}\tan\theta_2\right)} ,$$

där θ_2 fås från Snells lag: $n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2$.
Konstruktiv interferens fås för m=1, vilket ger oss d=264 nm

5. Osäkerhetsrelationen $\Delta E\bullet\Delta t > \hbar/2$ ger $\Delta E = h/(4\pi\bullet 1.6\ 10^{-8})$J = 3.3 10^{-27} J = 2,0 10^{-8} eV
Våglängden är given till 589,0 nm vilket är $E = hc/\lambda$ = 2,1 eV. För att få osäkerheten- spridningen i våglängd orsakad av osäkerheten i energi $\Delta E/E = \Delta\lambda/\lambda$
ger $\Delta\lambda = \lambda\ \Delta E/E$ = 589 •2,0 10^{-8} / 2,1 = 0,0056 nm

6. Vi vet att varje fissionsreaktion ger ca 200 MeV per atom. Varje sekund behövs 3000 MJ , dvs 3000 10^6 J. Varje fission ger 200 MeV dvs 200 MeV 1.6 10^{-13} JMeV = 3,2 10^{-11} J. Antal fissionsreaktioner som behövs varje sekund är 3000 10^6/3,2 10^{-11} = 9,4 10^{19}. Varje ^{235} U har en massa av 235 u 1.66 10^{-27} kg = 3,9 10^{-25} Kg så totala massan av ^{235}U är 9,4 10^{19} 3,9 10^{-25} = 3,7 10^{-5} kg. På en dag (86400 s) är då totala konsumtionen av ^{235}U (3,7 10^{-5}) x (86400) = 3,2 kg.

Jämförelsen med hur mycket kol som förbränns visar just skillnaden mellan den starka kärnkraften och den elektromagnetiska kraften – där utbytet i energi blir ca 10600 10^3/ 3 = 3 10^6 ggr större (tre miljoner ggr större).