Lösningar till tenta SK1131 vågor och partiklar 2010-08-23

1.

a) Förstoringen är tydligen $|m| = \frac{3\text{ m}}{24\text{ mm}} = 125$. Likformiga trianglar ger att det även är förhållandet mellan bildavstånd och objektsavstånd: $p = \frac{i}{|m|} = \frac{4\text{ m}}{125} = 32\text{ mm}$. Fokallängden måste väljas enligt linsformeln: $\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}$, vilket ger $f = \frac{pi}{p+i} \approx 31{,}7\text{ mm}$.

b) En reell bild som skapas med hjälp av endast en positiv lins är alltid inverterad. För att få bilden rättvänd ska alltså objektet monteras upp och ner.

2.

Med grön menas här våglängder mellan 520 nm och 570 nm. Här räknar jag med 550 nm. Avståndet mellan de två gröna punkterna är Δx. Vinkeln mellan dem, sett från linsen , ges då av $\tan\theta = \frac{\Delta x}{p}$. Den minsta vinkel som kan upplösas ges av Rayleighkriteriet, d.v.s $\sin\theta_{min} = 1{,}22\frac{\lambda}{D}$. Då vinklarna är små är $\tan\theta \approx \sin\theta \approx \theta$. Avståndet Δx väljs så att $\theta = \theta_{min}$. Då har vi $\frac{\Delta x_{min}}{p} \approx 1{,}22\frac{\lambda}{D}$, $\Delta x_{min} \approx 1{,}22p\frac{\lambda}{D}$. Med $p = 32\text{ mm}$, $D = 5\text{ cm}$ och $\lambda = 550\text{ nm}$ så blir $\Delta x_{min} \approx 430\text{ nm}$. Det är det minsta avstånd som går att upplösa enligt Rayleighkriteriet.

3.

Det man kan mäta är förändring i optisk vägskillnad mellan referensfibern och mätfibern när något händer med mätfibern.

a) Den geometriska vägskillnaden ändras med $\Delta L = 0{,}1\text{ mm}$. Den optiska vägskillnaden ändras då med $n\Delta L = 0{,}15\text{ mm}$. Detta motsvarar $\frac{n\Delta L}{\lambda} \approx 237$ våglängder. För varje våglängds skillnad passerar en ljus (mörk) interferensfrans, så 237 ljusa fransar passerar.

b) Den optiska vägskillnaden ändras med $L\frac{dn}{dT}\Delta T = (10\text{ cm})(2 \cdot 10^{-6}/°\text{C})(10\text{ °C}) = 2\text{ µm}$, vilket motsvarar 3,2 våglängder. 3 ljusa fransar åker då förbi.

4.

a) Energi är effekt gånger tid, $E = Pt = 0{,}15\text{ mJ}$.

b) Intensitet är effekt per ytenhet, $I = \frac{P}{A} = \frac{P}{\pi r^2} \approx 3{,}82 \cdot 10^3\text{ W/cm}^2$.

c) Om vi tar 2 ND2-filter är intensiteten dämpad med en faktor 10000 till $3{,}82 \cdot 10^{-1}\text{ W/cm}^2$. Resten kan dämpas med en polarisator enligt Malus lag, $\text{I}_{\text{ut}} = \text{I}_{\text{in}}\cos^2\theta$. I_{ut} ska då vara högsta tillåtna intensitet, d.v.s $1{,}0 \cdot 10^{-2}\text{ W/cm}^2$. θ ska då väljas så att $\cos^2\theta = 1/0{,}382$ vilket ger $\theta \approx 80{,}7\text{ °}$.

5.

Sökt är kvoten $\frac{N_{238}(t)}{N_{235}(t)+N_{238}(t)}$ då t = -4,5 miljarder år.

Givet är att idag, t = 0, är $\frac{N_{238}(0)}{N_{235}(0)+N_{238}(0)} = 0{,}992$ och $\frac{N_{235}(0)}{N_{235}(0)+N_{238}(0)} = 0{,}008$.

Använd sönderfallsformeln: $N_{23X}(t) = N_{23X}(0)2^{-t/T_{23X}}$ med t = -4,5 miljarder år.

$$\frac{N_{238}(t)}{N_{235}(t)+N_{238}(t)} = \frac{N_{238}(0)2^{-t/T_{238}}}{N_{235}(0)2^{-t/T_{235}} + N_{238}(0)2^{-t/T_{238}}} = \frac{0{,}992N_{tot}(0)2^1}{0{,}008N_{tot}(0)2^{4{,}5/0{,}7} + 0{,}992N_{tot}(0)2^1}$$

$$\frac{N_{238}(t)}{N_{235}(t)+N_{238}(t)} = \frac{0{,}992 \cdot 2^1}{0{,}008 \cdot 2^{4{,}5/0{,}7} + 0{,}992 \cdot 2^1} \approx 0{,}742$$

Andelen U^{238} för 4,5 miljarder år sedan var alltså c:a 74%.

6.

Energinivåerna ges av $E_n = \frac{h^2}{8mL^2}n^2$. I grundtillståndet är n = 1, i första exciterade är n = 2. Vi har då

$E_2 - E_1 = \frac{h^2}{8mL^2}(2^2 - 1^2) = \frac{3h^2}{8mL^2}$

Denna energi är $E_{foton} = \frac{hc}{\lambda}$. Således är $\frac{3h^2}{8mL^2} = \frac{hc}{\lambda}$ och $L = \sqrt{\frac{3h\lambda}{8mc}} \approx 695$ pm.