Övning 10 - Kapitel 43

R:3,14,21,26,33,35,42

3. Vilken "hastighet" måste fissionen ske för att generera en effekt på 1 W?

Om R är fissionshastigheten blir effekten $P = RQ$, där Q är den frigjorda energin per delning.

$$R = P/Q = (1.0\text{ W})/(200 \times 10^6\text{ eV})(1.60 \times 10^{-19}\text{ J/eV}) = 3.1 \times 10^{10}\text{ fissions/s.}$$

14. a) Hur många ton TNT motsvarar atombomben i frågan? b) varför har man 92.5 kg extra när det inte används?

(a) I genomsnitt frigörs 180 MeV per fission plutonium per kilo blir det då:

$$\left(\frac{1}{239\text{ g/mol}}\right)(6.02\times10^{23}\text{/mol})(180\text{ MeV}) = 4.54\times10^{26}\text{ MeV/kg}$$

$$\frac{(2.50\text{ kg})(4.54\times10^{26}\text{ MeV/kg})}{2.6\times10^{28}\text{ MeV}/10^6\text{ ton}} = 4.4\times10^4\text{ ton} = 44\text{ kton.}$$

(b) Man kan anta att bomben var hyfsat ineffektiv i men att resten 92,5 kg var där för att se till att reaktionen verkligen skedde. Finns det mindre än en viss kritisk massa kommer det inte bli någon explosion pga kedjereaktionen. Dock är denna så kallade ”superkritiska massan” mindre än 92,5 kg och behöver inte endast vara Plutonium.

21. Visa att effekten vid t är $P(t) = P_0 k^{t/t_{\text{gen}}}$.

Efter varje tidsintervall t_{gen} blir antalet nukleider i kedjereaktionen multiplicerat med förstärkningsfaktorn k. Antalet tidsintervall som passerat är vid t lika med t/t_{gen}.

Alltså blir antalet nukleider som är med i kedjereaktionen vid tiden t, $N(t) = N_0 k^{t/t_{\text{gen}}}$. Då effekten $P \propto N$ blir: $P(t) = P_0 k^{t/t_{\text{gen}}}$.

26. Hur länge sedan var förhållandet mellan ^{235}U/^{238}U lika med 0.15? (idag är förhållandet 0.0072)

Om vi kallar antalet ^{235}U vid tiden t för $N_5(t) = N_5(0)e^{-\lambda_5 t}$ och ^{238}U vid tiden t för $N_8(t)$ som i ”Sample Problem 43-3” skrivs förhållandet mellan dem som:

$$\frac{N_5(t)}{N_8(t)} = \frac{N_5(0)}{N_8(0)} e^{-(\lambda_5 - \lambda_8)t},$$

lös ut t:

$$t = \frac{1}{\lambda_8 - \lambda_5} \ln\left[\left(\frac{N_5(t)}{N_8(t)}\right)\left(\frac{N_8(0)}{N_5(0)}\right)\right] = \frac{1}{(1.55 - 9.85)10^{-10}\ \text{y}^{-1}} \ln[(0.0072)(0.15)^{-1}]$$

$$= 3.6 \times 10^9\ \text{y}.$$

33. Vad blir Columbbarriären då två ^{7}Li kärnor skjuts mot varandra med den kinetiska energin *K*.

Beräkningen är lik den i “Sample Problem 43-4” med skillnaden att vi använder *R* som är passande för Litium-7 kärnan. *R* blir radien för en proton gånger tredje roten ur antalet nukleoner

$$R = r = r_0 A^{1/3} = (1.2\ \text{fm})\sqrt[3]{7} = 2.3\ \text{fm}$$

sätt den potentiella energin lika med 2gr den kinetiska energin

$$U = 2K = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 2R}$$

och $q = Ze = 3e$, sen ges K av:

$$K = \frac{Z^2 e^2}{16\pi\varepsilon_0 r} = \frac{3^2 (1.6 \times 10^{-19}\ \text{C})^2}{16\pi(8.85 \times 10^{-12}\ \text{F/m})(2.3 \times 10^{15}\ \text{m})} = 2.25 \times 10^{-13}\ \text{J} = 1.41\ \text{MeV}.$$

35. a) Hur snabbt överför solen dess massa till en annan form av energi? b) Vilken andel av sin originalmassa har den förlorat på 4.5*10^9 år?

(a) Låt *M* vara solens massa vid tid *t* och *E* vara den strålade energin under fram till *t*. Då blir effekten

$$P = dE/dt = (dM/dt)c^2,$$

Där $E = Mc^2$ använts. Idag är alltså:

$$\frac{dM}{dt} = \frac{P}{c^2} = \frac{3.9 \times 10^{26}\ \text{W}}{\left(2.998 \times 10^8\ \text{m/s}\right)^2} = 4.3 \times 10^9\ \text{kg/s}\ .$$

(b) Antaget att flödet varit konstant blir den totala massomvandlingen:

$$\Delta M = (dM/dt)\ \Delta t = (4.33 \times 10^9\ \text{kg/s})\ (4.5 \times 10^9\ \text{y})\ (3.156 \times 10^7\ \text{s/y}) = 6.15 \times 10^{26}\ \text{kg}.$$

Andelen är då:

$$\frac{\Delta M}{M+\Delta M}=\frac{6.15\times10^{26}\,\text{kg}}{2.0\times10^{30}\,\text{kg}+6.15\times10^{26}\,\text{kg}}=3.1\times10^{-4}\,.$$

42. Beräkna och jämför a) energin som frigörs vid fusion av 1 kg väte i solen, med b) energin som frigörs vid fission av 1 kg ^{235}U i ett kärnkraftverk.

(a) Den frigjorda energin per fusion är beräknad i §43-7: Q=26.7 MeV=4.28 × 10^{-12} J och 4 protoner konsumeras vid varje fusion. Hur många fusioner som kan äga rum med 1 kg väte blir då en fjärdedel av antalet atomer.

$$N=\frac{6.02\times10^{23}/\text{mol}}{(0.001\text{k g/mol})}*1\text{kg}=1.5\times10^{26}\,\text{st}$$

Multiplicerat med Q ger den totala frigjorda energin 4.0 × 10^{27} MeV

(b) Antalet atomer i 1 kg ^{235}U:

$$N_{235}=\frac{6.02\times10^{23}/\text{mol}}{(0.235\text{k g/mol})}*1\text{kg}=2.56\times10^{24}\,\text{st}$$

Om alla kärnor delar sig blir den frigjorda energin

$$N_{235}Q_{\text{fission}}=\left(2.56\times10^{24}\right)\left(200\,\text{MeV}\right)=5.1\times10^{26}\,\text{MeV}$$

Det blir alltså en storleksordning mer energi frigjort av 1 kg väte än uran.