Kapitel 39

4. Med massan satt till protonmassan $m = m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg, får vi

$$E_1 = \left(\frac{h^2}{8mL^2}\right) n^2 = \left(\frac{\left(6.63\times10^{-34}\ \text{J.s}\right)^2}{8(1.67\times10^{-27}\ \text{kg})\left(100\times10^{12}\ \text{m}\right)^2}\right)(1)^2 = 3.29\times10^{-21}\ \text{J} = 0.0206\,\text{eV}.$$

9. Låt kvantnumret för paren i frågan vara n and $n + 1$. Vi noterar att

$$E_{n+1} - E_n = \frac{(n+1)^2 h^2}{8mL^2} - \frac{n^2 h^2}{8mL^2} = \frac{(2n+1)h^2}{8mL^2}$$

Vilket också kan skrivas som, $E_{n+1} - E_n = (2n + 1)E_1$. Vi vill att skillnaden ska vara lika med energin i $n=5$ vilket ger:

$$E_{n+1} - E_n = E_5 = 5^2 E_1 = 25E_1 = (2n+1)E_1,$$

Och vi får $2n + 1 = 25$, eller $n = 12$. Alltså:

(a) Det högre kvantnumret är $n+1 = 12+1 = 13$.

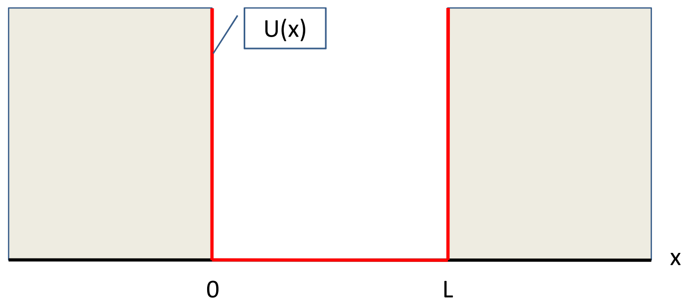
(b) Det lägre är $n = 12$.

(c) Låt nu:

$$E_{n+1} - E_n = E_6 = 6^2 E_1 = 36E_1 = (2n+1)E_1,$$

Vilket ger $2n + 1 = 36$, eller $n = 17.5$. Eftersom detta inte är ett heltal är det omöjligt att hitta ett par som uppfyller kravet.

14.



För att hitta slh att elektronen är i ett specifikt intervall integrerar vi slh's densiteten eller vågfunktionen i kvadrat över intervallet: $\int_{l1}^{l2} \Psi_n^2(x)dx$. I det här fallet vill vi alltså lösa:

$$\int_0^{\frac{1}{4}L} \frac{2}{L}\sin^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right)dx$$

För att förenkla uträkningen gör vi variabelbytet $y = \frac{n\pi}{L}x$ vilket också ger $dx = \frac{L}{n\pi}dy$ och vi får:

$$\left(\frac{2}{L}\right)\left(\frac{L}{n\pi}\right)\int_0^{\frac{1}{4}n\pi} \sin^2(y)\,dy$$

(a) I vårt fall söker vi grundtillståndet dvs n=1 och Slh för att hitta partikeln i intervallet $0 \le x \le L/4$ blir då

$$\left(\frac{2}{L}\right)\left(\frac{L}{\pi}\right)\int_0^{\pi/4} \sin^2 y\,dy = \frac{2}{\pi}\left(\frac{y}{2} - \frac{\sin 2y}{4}\right)\Bigg|_0^{\pi/4} = 0.091.$$

(b) Precis som vi kan förvänta oss av symmetrin får vi för andra sidan:

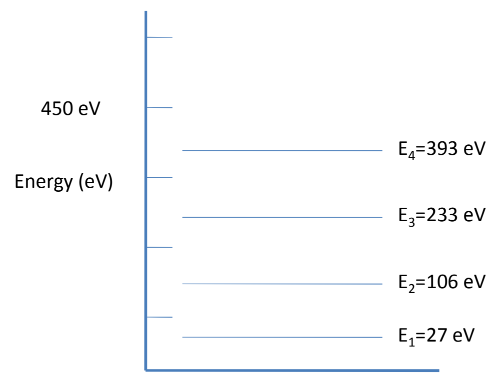
$$\left(\frac{2}{L}\right)\left(\frac{L}{\pi}\right)\int_{\pi/4}^{\pi} \sin^2 y\,dy = \frac{2}{\pi}\left(\frac{y}{2} - \frac{\sin 2y}{4}\right)\Bigg|_{\pi/4}^{\pi} = 0.091.$$

(c) För mittregionen $L/4 \le x \le 3L/4$ får vi:

$$\left(\frac{2}{L}\right)\left(\frac{L}{\pi}\right)\int_{\pi/4}^{3\pi/4} \sin^2 y\,dy = \frac{2}{\pi}\left(\frac{y}{2} - \frac{\sin 2y}{4}\right)\Bigg|_{\pi/4}^{3\pi/4} = 0.82$$

Vilket är det vi skulle fått om vi dragit bort (a) och (b) från 1; dvs, 1 – 2(0.091) = 0.82.

18.



Vi ser i figuren att summan av den kinetiska energin och den potentiella energin är 233 eV för n = 3. Eftersom potentialen inuti brunnen är noll kommer hela energin vara kinetisk och E_k = 233 eV. (Det är bara sl att hitta partikeln i brunnen.)

27.

Energinivåerna för en 3-dimensionell låda ges av $E_{nx,ny,nz} = \frac{h^2}{8mL^2}\left(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2\right)$. Vi kan som vanlig beräkna frekvensen på emitterat ljus genom relationen $f = \Delta E/h$, men först måste vi bestämma energierna och energiskillnaden mellan de olika nivåerna.

För grundtillståndet får vi (n_x,n_y,n_z)=(1,1,1) vilket ger $E_{1,1,1} = \frac{h^2}{8mL^2}(3)$.
Första degenererade exciterade tillståndet får vi från (1,1,2),(1,2,1),(2,1,1) vilket ger $E_{1,1,2} = E_{1,2,1} = E_{2,1,1} = \frac{h^2}{8mL^2}(6)$.

Det andra exciterade tillståndet får vi från $E_{1,2,2} = E_{2,1,2} = E_{2,2,1} = \frac{h^2}{8mL^2}(9)$

Tredje blir $E_{1,1,3} = E_{1,3,1} = E_{3,1,1} = \frac{h^2}{8mL^2}(11)$.

Och slutligen det femte blir $E_{2,2,2} = \frac{h^2}{8mL^2}(12)$.

Ljus kommer alltså emitteras när en elektron går från 5 till (4-1), från 4 till (3-1), från 3 till (2-1) och från 2 till 1. Om vi bara tittar på faktorn efter $\frac{h^2}{8mL^2}$ ser vi i diagrammet nedan att vi får följande frekvenser:

Från/till	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**
5		1	3	6	9
4			2	5	8
3				3	6
2					3
1					

(a) Vi ser ovan av vi får 7 unika frekvenser.

(b) Den lägsta frekvensen är, i enheter av $h/8mL^2$, 1.00.

(c) Den näst lägsta frekvensen är, i enheter av $h/8mL^2$, 2.00.

(d) Den tredje lägsta frekvensen är, i enheter av $h/8mL^2$, 3.00.

(e) Den högsta frekvensen är, i enheter av $h/8mL^2$, 9.00.

(f) Den näst högsta frekvensen är, i enheter av $h/8mL^2$, 8.00.

(g) Den tredje högsta frekvensen är, i enheter av $h/8mL^2$, 6.00.

35. (a) Energinivåerna för en väteatom ges av:

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2} = -\frac{13.6eV}{n^2}$$

Eftersom energin är bevarad vid en övergång vet vi att fotonenergin blir $E = E_i - E_f$, där E_i är begynnelseenergin för väteatomen och E_f slutenergin. När elektronen går från 3e nivån till 1a nivån får vi därför energiändringen:

$$E = E_3 - E_1 = \frac{-13.6\,\text{eV}}{(3)^2} - \frac{-13.6\,\text{eV}}{(1)^2} = 12.1\,\text{eV} .$$

(b) Fotonens rörelsemängd kan vi skriva som $p = \frac{h}{\lambda} = \left\{E = \frac{hc}{\lambda}\right\} = \frac{E}{c}$ och vi får då:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{(12.1\,\text{eV})(1.60\times10^{-19}\,\text{J/eV})}{3.00\times10^{8}\,\text{m/s}} = 6.45\times10^{-27}\,\text{kg}\cdot\text{m/s} .$$

(c) Om vi skriver $hc = 1240$ eV · nm, blir vågländen

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240\,\text{eV}\cdot\text{nm}}{12.1\,\text{eV}} = 102\,\text{nm}\ .$$

42. Energin från den emitterade fotonen motsvarar

$$\Delta E = E_{\text{photon}} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240\,\text{eV}\cdot\text{nm}}{121.6\,\text{nm}} = 10.2\,\text{eV}\ .$$

Om vi antar att atomen emitterat ner till grundtillståndet $n_{\text{low}} = 1$, söker vi n_{high}.

$$E_{\text{high}} = E_{\text{low}} + \Delta E \quad \Rightarrow \quad -\frac{13.6\text{eV}}{n^2} = -\frac{13.6\text{eV}}{1^2} + 10.2eV = -\frac{13.6eV}{2^2}$$

Vilket alltså motsvarar $n = 2$ (Vilket vi även kan se i Sample Problem 39-6).

(a) Det högre kvantnumret är $n = 2$.

(b) Det lägre kvantnumret är $n = 1$.

(c) Från Fig. 39-18, ser vi att övergången tillhör Lyman serien.

45. Den mekaniska energin för systemet ges av E = K + U där K är kinetiska energin och U är den potentiella energin. Den potentiella energin får vi från att kärnan har en positiv laddning och repellerar elektronen och vi får $U = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$ om vi antar att kärnan och elektronen har samma motriktade laddningar. Med Bohr radien r = $a = 5.292 \times 10^{-11}$ m får vi den potentiella energin till:

$$U = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{\left(8.99\times10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2\right)\left(1.602\times10^{-19}\ \text{C}\right)^2}{5.292\times10^{-11}\ \text{m}} = -4.36\times10^{-18}\ \text{J} = -27.2\,\text{eV}\ .$$

Den kinetiska energin får vi då med enkel algebra till:
$K = E - U = (-13.6\ \text{eV}) - (-27.2\ \text{eV}) = 13.6\ \text{eV}$.