Kapitel 33

9. (a) Magnetfältets amplitud ges av:

$$B_m = \frac{E_m}{c} = \frac{2.0\,\text{V/m}}{2.998\times10^{8}\,\text{m/s}} = 6.67\times10^{-9}\,\text{T} \approx 6.7\times10^{-9}\,\text{T}.$$

(b) Eftersom E-fältet oscillerar i z-led och vågen breder ut sig i x-led måstee $B_x = B_z = 0$. Magnetfältet oscillerar alltså i y-led.

(c) Vågens utbredningsriktning (+x) ges av $\vec{E}\times\vec{B}$. Om det elektriska fältet är i +z, måste magnetfältet vara i –y riktningen.

$$E\times B = \begin{vmatrix} e_x & e_y & e_z \\ 0 & 0 & +E_z \\ 0 & -B_y & 0 \end{vmatrix} = -(-B)\cdot E\cdot e_x$$

25. (a) Vi vet att $c = \lambda f$, där λ är våglängden och f är frekvensen,

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{2.998\times10^{8}\ \text{m/s}}{3.0\ \text{m}} = 1.0\times10^{8}\ \text{Hz}.$$

(b) Vinkelfrekvensen blir då:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(1.0\times10^{8}\ \text{Hz}) = 6.3\times10^{8}\ \text{rad/s}.$$

(c) (Vinkel-)vågtalet blir:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{3.0\ \text{m}} = 2.1\ \text{rad/m}.$$

(d) Amplituden på det magnetiska fältet blir

$$B_m = \frac{E_m}{c} = \frac{300\,\text{V/m}}{2.998\times10^{8}\,\text{m/s}} = 1.0\times10^{-6}\,\text{T}.$$

(e) $\vec{B}$ måste vara i positiva z riktningen när $\vec{E}$ är i positiva y riktningen för att $\vec{E}\times\vec{B}$ ska vara i positiva x riktningen (dvs vågens utbredningsriktning).

(f) Vågens intensitet fås från:

$$I=\frac{E_m^2}{2\mu_0 c}=\frac{(300\,\text{V/m})^2}{2(4\pi\times10^{-7}\,\text{H/m})(2.998\times10^8\,\text{m/s})}=119\,\text{W/m}^2\approx1.2\times10^2\,\text{W/m}^2.$$

(g) Vi söker här $\frac{dp}{dt}$. Eftersom arket är perfekt absorberande vet vi att förändringen i förändringen i rörelsemängdsmoment är identiskt med förändringen i energi över ljushastigheten $\Delta p=\frac{\Delta U}{c}$. Förändringen i energi per tidsenhet och area identiskt med intensiteten för vågen varför vi kan skriva:

$$\frac{dp}{dt}=\frac{IA}{c}=\frac{(119\ \text{W/m}^2)(2.0\ \text{m}^2)}{2.998\times10^8\ \text{m/s}}=8.0\times10^{-7}\ \text{N}.$$

(h) Strålningstrycket ges då av

$$p_r=\frac{dp/dt}{A}=\frac{8.0\times10^{-7}\ \text{N}}{2.0\ \text{m}^2}=4.0\times10^{-7}\ \text{Pa}.$$

26. Vi kräver att $F_{\text{grav}} = F_r$ or

$$G\frac{mM_s}{d_{es}^2}=p_r\cdot A=\frac{2IA}{c},$$

A ges då av:

$$A=\frac{cGmM_s}{2Id_{es}^2}=\frac{(6.67\times10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(1500\ \text{kg})(1.99\times10^{30}\ \text{kg})(2.998\times10^8\ \text{m/s})}{2(1.40\times10^3\ \text{W/m}^2)(1.50\times10^{11}\ \text{m})^2}$$
$$=9.5\times10^5\ \text{m}^2=0.95\ \text{km}^2.$$

34. Efter första polarisatorn reduceras ljuset med en faktor ½ eftersom det tidigare var opolariserat. Den andra polarisatorn har en vinkelvridning (θ_1 + θ_2) gentemot första och intensiteten reduceras därför men en faktor $\cos^2$ (θ_1 + θ_2). Vinkelvridningen mellan andra och tredje är igen (θ_2 + θ_3) vilket ger en ytterligare reducering med $\cos^2$ (θ_1 + θ_2). Totalt blir reduceringen därför,

$$\frac{I_f}{I_0}=\frac{1}{2}\cos^2(\theta_1+\theta_2)\cos^2(\theta_2+\theta_3)=\frac{1}{2}\cos^2(50°+50°)\cos^2(50°+50°)$$
$$=4.5\times10^{-4}.$$

Alltså, 0.045% av ljusets initiala intensitet transmitteras.

38. (a) Andelen ljus som passerar glasögonen är

$$\frac{I_f}{I_0} = \frac{E_f^2}{E_0^2} = \frac{E_v^2}{E_v^2 + E_h^2} = \frac{E_v^2}{E_v^2 + (2.3E_v)^2} = 0.16.$$

(b) Andelen ljus som nu passerar glasögonen är,

$$\frac{I_f}{I_0} = \frac{E_h^2}{E_v^2 + E_h^2} = \frac{(2.3E_v)^2}{E_v^2 + (2.3E_v)^2} = 0.84.$$

49. Notera att normalen till ytan är vertikal i diagrammet. Brytningsvinkeln är $\theta_2 = 90°$ och infallsvinkeln ges av tan $\theta_1 = L/D$, där D är höjden på tanken och L är bredden. Vi får då:

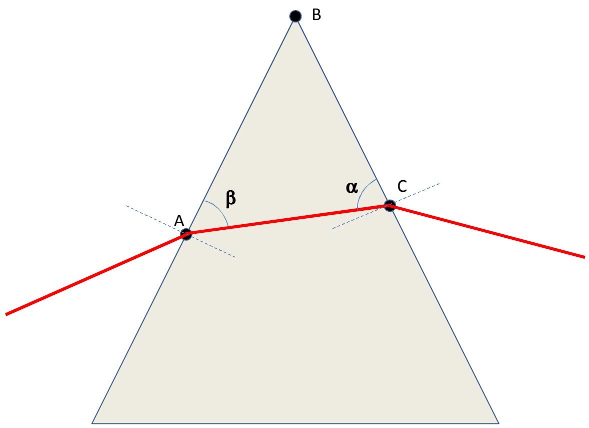
$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{L}{D}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1.10 \text{ m}}{0.850 \text{ m}}\right) = 52.31°.$$

Brytningslagen ger då:

$$n_1 = n_2 \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = (1.00)\left(\frac{\sin 90°}{\sin 52.31°}\right) = 1.26,$$

Där luftens brytningsindex var satt till 1.

66. (a) Låt A vara den punkt på vänstra sidan av prismat som strålen träffar, låt B vara övre hörnet på prismat och låt C vara den punkt som strålen träffar på högra sidan av prismat. Vinkeln mellan AB och strålen i prismat kallar vi β vilket alltså är komplementvinkeln till brytningsvinkeln för den inkommande strålen., Vinkeln mellan BC och den interna strålen kallar vi α vilket alltså blir komplementvinkeln till infallsvinkeln för den andra ytan. Se bilden nedan:



Vid den minsta möjliga infallsvinkeln för att ljuset ska kunna lämna prismat är brytningsvinkeln i punkt C 90°. Infallsvinkeln är alltså den kritiska vinkeln för total intern reflektion. Låt θ_1 vara infallsvinkeln för ljuset mot punkt A, θ_2 brytningsvinkeln i punkt A och θ_3 infallsvinkeln för ljuset i punkt C. Brytningslagen blir för punkt C då $n \sin\theta_3 = 1$ vilket ger

$$\sin\theta_3 = 1/n = 1/1.60 = 0.625 \Rightarrow \theta_3 = 38.68°.$$

Vinkelsumman för triangeln ABC är 180° vilket gör att $\alpha + \beta = 120°$. Vi vet att $\alpha = 90° - \theta_3 = 51.32°$, så $\beta = 120° - 51.32° = 69.68°$. Detta ger, $\theta_2 = 90° - \beta = 21.32°$. Brytningslagen i punkt A ger då

$$\sin\theta_1 = n\sin\theta_2 = 1.60\sin 21.32° = 0.5817.$$

Minsta infallsvinkeln i punkt A blir då $\theta_1 = 35.6°$.

(b) Vi använder brytningslagen i punkt *C*. Eftersom brytningsvinkeln är samma som infallsvinkeln i punkt A får vi att $n\sin\theta_3 = \sin\theta_1$. Vi vet att $\alpha + \beta = 120°$, $\alpha = 90° - \theta_3$, och $\beta = 90° - \theta_2$, som innan. Det betyder att $\theta_2 + \theta_3 = 60°$. Brytningslagen ger då

$$\sin\theta_1 = n\sin\left(60° - \theta_2\right) \Rightarrow \sin\theta_1 = n\sin 60°\cos\theta_2 - n\cos 60°\sin\theta_2$$

där vi använt den trigonometriska identiteten

$$\sin(A - B) = \sin A\cos B - \cos A\sin B$$

Vi använder nu brytningslagen i punkt *A*:

$$\sin\theta_1 = n\sin\theta_2 \Rightarrow \sin\theta_2 = \left(1/n\right)\sin\theta_1$$

Vilket ger: $\cos\theta_2 = \sqrt{1-\sin^2\theta_2} = \sqrt{1-\left(1/n^2\right)\sin^2\theta_1}$. Alltså,

$$\sin\theta_1 = n\sin 60°\sqrt{1-\left(1/n\right)^2\sin^2\theta_1} - \cos 60°\sin\theta_1$$

Vilket kan skrivas:

$$\left(1+\cos 60°\right)\sin\theta_1 = \sin 60°\sqrt{n^2-\sin^2\theta_1}.$$

Vi kvadrerar båda sidor och löser för sin θ_1:

$$\sin\theta_1 = \frac{n\sin 60°}{\sqrt{\left(1+\cos 60°\right)^2+\sin^2 60°}} = \frac{1.60\sin 60°}{\sqrt{\left(1+\cos 60°\right)^2+\sin^2 60°}} = 0.80$$

Vi får tillslut att den vinkeln som ger samma infallsvinkel som utfallsvinkel ur prismat är $\theta_1 = 53.1°$.