

Lösningförslag till tentamen i Elektricitets-och vågrörelselära för K, Bio 131030.

A1. Rayleighvillkoret ger $\theta_c = \frac{1,22\lambda}{d} = \frac{1,22 \cdot 550 \cdot 10^{-9}}{3 \cdot 10^{-3}} = 2,24 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 1,3 \cdot 10^{-2}^\circ$.

Sätt avståndet lika med x, vilket medför att

$$x \cdot \tan 1,3 \cdot 10^{-2}^\circ = x \cdot 2,27 \cdot 10^{-4} = 1,4 \text{ m}, \text{ och } x \approx 6200 \text{ m.}$$

Svar: Lanternorna med 1,4 cm avstånd kunde upplösas enligt Rayleighvillkoret ända till 6200 meters avstånd teoretiskt sett.

A2. Ljudintensitetsnivån definieras $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ (1), där $I_0 = 1 \cdot 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ och $I = \frac{P}{4\pi r^2}$.

a) Från (1) fås

$$\Delta\beta = 10 \log \frac{I_1}{I_0} - 10 \log \frac{I_2}{I_0} = 10 \log \frac{I_1}{I_2} = 10 \log \frac{\frac{P}{4\pi r_1^2}}{\frac{P}{4\pi r_2^2}} = 10 \log \frac{r_2^2}{r_1^2} = 10 \text{ dB}$$

$$\Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{10} \quad (2)$$

Vi har vidare att $r_2 = r_1 + 20$. (3)

(2) och (3) ger $(\sqrt{10} - 1) \cdot r_1 = 20 \Rightarrow r_1 = \frac{20}{\sqrt{10} - 1} = 9,2 \text{ m}$

(3) ger att $r_2 = r_1 + 20 = 9,2 + 20 = 29,2 \text{ m}$

b) $10 \log \frac{I_2}{I_0} = 60 \text{ dB} \Rightarrow I_2 = 10^6 \cdot 10^{-12} = 1 \cdot 10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.

Svar: $r_1 = 9,2 \text{ m}$, $r_2 = 29,2 \text{ m}$ och $I_2 = 1 \cdot 10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.

A3. Enligt $E = -\text{grad } V = -\frac{dV}{dx}$ blir storleken av E i membranet $\|E\| = \frac{70 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-9}} = 11,7 \text{ MV/m}$.

Svar: Elektriska fältstyrkan är ca 12 MV/m.

A4. $R = \frac{\rho L}{A} = 6,4 \cdot 10^9 \Omega$.

$$\tau = RC = \frac{\rho L}{A} \cdot \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{0,5 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12}}{0,01 \cdot 10^{-6}} = 0,4 \text{ ms}$$

Svar: Tidskonstanten $\tau = 0,4 \text{ ms}$.

A5. Hastighetsfiltret ger $v = \frac{E}{B_1} = 1 \cdot 10^5 \text{ m/s}$. Radien blir $r = \frac{15,1 \cdot 10^{-2}}{2} = 7,55 \cdot 10^{-2} \text{ m}$.

$$B = \frac{mv}{qr} = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ T.}$$

Svar: Den magnetiska fältstyrkan var $5,5 \cdot 10^{-2} \text{ T}$ i masspektrometern.

B1. a) Derivering m. a. p. $Z_{tot}^2 = R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2$, $\frac{dZ_{tot}^2}{d\omega} = 0$ (Det är enklare och ekvivalent med att derivera Z_{tot} .) ger $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ och $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

b) Med värden får man att $f = 504$ Hz.

c) $I_{RMS} = \frac{10/\sqrt{2}}{\sqrt{R^2+X^2}} = 64$ mA, fasvinkel $25,1^\circ$, induktiv krets, $V = Z_{tot} \cdot I \cdot e^{j(+25,1^\circ)}$.

Svar: Se ovan.

B2. Biot-Savarts lag ger : $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\mathbf{l} \times \mathbf{e}_r}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dx \sin \theta}{r^2}$.

a) Symmetri ger:

$$B = 2 \cdot \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin \theta}{r^2} dx = \left\{ dx = y \frac{1}{\sin^2 \theta} d\theta, r^2 = \frac{y^2}{\sin^2 \theta} \Rightarrow \frac{dx}{r^2} = \frac{d\theta}{y} \right\} = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{2}{y} \frac{\mu_0}{4\pi} I \sin \theta d\theta$$

$$= \frac{2}{y} \frac{\mu_0}{4\pi} I \left[-\cos \frac{3\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{2} \right] = \frac{2}{\sqrt{2}} \frac{\mu_0}{4\pi} I = \frac{2}{\sqrt{2}} \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi \cdot 50} \cdot 100 = 2,8 \cdot 10^{-7} \text{ T}.$$

b) Det jordmagnetiska fältet är ca $0,5 \cdot 10^{-4}$ T $\Rightarrow \frac{B}{B_{jord}} = \frac{2,8 \cdot 10^{-7}}{0,5 \cdot 10^{-4}} \approx 0,6\%$, dvs $2,8 \cdot 10^{-7}$ T är en liten magnetisk fältstyrka jämfört med B_{jord} .

Svar: Förhållandet blev $\frac{B}{B_{jord}} \approx 0,6\%$, dvs B är försumbart jämfört med B_{jord} .

B3. a) För öppen flöjt gäller att $f_n = n \frac{v}{2L}$, dvs för $f_1 = 261,6$ Hz \Rightarrow

$$L = \frac{v}{2 \cdot f_1} = \frac{343}{2 \cdot 261,6} = 65,6 \text{ cm}.$$

b) $f = 1 \frac{\text{konst} \cdot \sqrt{293}}{2L_{20}}$ (1) och $f = 1 \frac{\text{konst} \cdot \sqrt{305}}{2L_{32}}$ (2)

(1) komb med (2) ger $L_{32} = \frac{\text{konst} \cdot \sqrt{305}}{\text{konst} \cdot \sqrt{293}} \cdot L_{20} = 66,9 \text{ cm}$

Svar: $L_{20} = 65,6$ cm resp $L_{32} = 66,9$ cm, dvs man måste öka längden 1,3 cm

B4. Diffraction ordning 1 i cirkelrund öppning med faktorn 1,22 ger vinkeln $0,7$ mrad (millirad). Strålradien på 20 m avstånd är $20 \cdot 0,7 \cdot 10^{-3} = 14$ mm.

Den andel av effekten som går in i ögat är $\frac{\text{Area}_{\text{öga}}}{\text{Area}_{\text{tot}}} \cdot P_{\text{tot}} = \left(\frac{2}{14}\right)^2 \cdot 100 \text{ mW} \approx 2 \text{ mW}$.

Svar: Det kan komma in ca 2 mW i ögat från lasern.

B5. Gauss sats och laddning ur integration av laddningstätheten ger att

a) $E = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \left(\frac{r}{3} - \frac{r^2}{4R} \right) = 1,3 \frac{\text{MN}}{\text{C}}$, för $r = 10 \text{ cm}$.

b) $E = \frac{\rho_0 R^3}{12\epsilon_0 r^2} = 6,7 \frac{\text{MN}}{\text{C}}$, för $r = 20 \text{ cm}$.

c) $r = \frac{2}{3}R$ efter derivatan = 0 i a), $E_{max} = \frac{\rho_0 R}{9\epsilon_0} = 1,3 \frac{\text{MN}}{\text{C}}$.

Svar: Se ovan