Lösningsförslag tentamen Elvåg för K, Bio och Medtek 01019

A1. Rayleighvilkoret ger $\theta_c = \dfrac{1{,}22\lambda}{d} = \dfrac{x}{360000} \Rightarrow x = \dfrac{1{,}22 \cdot 1{,}1 \cdot 10^{-6} \cdot 3{,}6 \cdot 10^{5}}{0{,}78} \approx 0{,}619\,\text{m}$

Svar: Spionsatellitens detektor kan upplösa avstånd ner till 0,62 m, t ex en fullvuxen människas längd!

A2. a) Intensiteten ges av

$$I = \frac{P}{A} = \left\{ P = \frac{\text{Energin}\, W}{\text{pulstiden}\, t}, A = \text{arean}\, \pi r^2 \right\} = \frac{W/t}{\pi r^2} = \frac{1{,}38/4 \cdot 10^{-12}}{\pi \cdot \left(2 \cdot 10^{-3}\right)^2} = 2{,}74 \cdot 10^{16}\ \text{W/m}^2$$

Den elektriska fältstyrkan beräknas ur

$$I = S_{ave} = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} \Rightarrow E_0 = \sqrt{2\mu_0 c \cdot I} = 4{,}5 \cdot 10^9\ \text{N/C}$$

Svar: a) $I = 2{,}74 \cdot 10^{16}\ \text{W/m}^2$ b) Amplituden på E blir $E_0 = 4{,}5 \cdot 10^9\ \text{N/C}$.

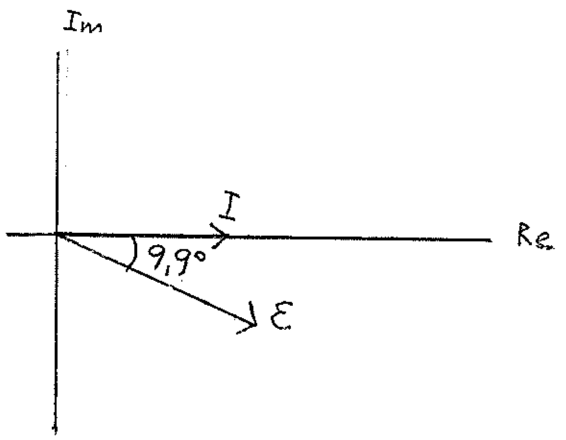
A3. Strömpulsen blir

a) $I = \dfrac{0{,}010}{\sqrt{443^2 + 77^2}} = 22 \cdot 10^{-6}\ \text{A} = 22\ \mu\text{A}$

Fasvinkeln för impedansen är $\varphi_Z = \arctan\left(\dfrac{-77}{443}\right) = -9.86°$

Dvs $\mathcal{E} = ZI = (443 - j77)I = 450 \cdot e^{j(-9{,}9°)} I$

b) $\mathcal{E}$ och I i ett komplext diagram



A4. Följande kretsekvationer kan ställas upp:

Övre lilla loopen: $2-100I_2-200I_1=0$ (1)

Undre lilla loopen: $3-100I_2-400I_3=0$ (2)

Vänstra noden: $+I_2-I_3-I_1=0$ (3)

(1), (2) och (3) ger $+I_2-I_3-I_1=0$

$I_1=0{,}005\text{ A, riktad till höger genom }200\,\Omega, P_{200}=R\cdot I_1^2=0{,}005\text{ W}$
$I_2=0{,}010\text{ A, riktad till vänster genom }100\,\Omega, P_{100}=R\cdot I_2^2=0{,}010\text{ W}$
$I_3=0{,}005\text{ A, riktad till höger genom }400\,\Omega, P_{400}=R\cdot I_3^2=0{,}010\text{ W}$

Svar: $I_1=0{,}005\text{ A, riktad till höger genom }200\,\Omega, P_{200}=0{,}005\text{ W}$

$I_2=0{,}010\text{ A, riktad till vänster genom }100\,\Omega, P_{100}=0{,}010\text{ W}$

$I_3=0{,}005\text{ A, riktad till höger genom }400\,\Omega, P_{400}=0{,}010\text{ W}$

A5. Mittledaren inverkar inte, kryssprodukten i Biot-Savarts lag blir noll.

Man kan addera inverkan från nederledaren med 2 A och oändlig tråd (Bidrag 1) och inverkan från övre ledaren med 1A och oändlig tråd (Bidrag 2) och ta hälften av summan (båda verkar på en 1/2 oändlighet).

Man får i P. $I_{tot}=\frac{1}{2}(\text{Bidrag }1+\text{Bidrag }2)=\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}+\frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}\right)=\frac{\mu_0}{4\pi r}(I_1+I_2)=3\cdot 10^{-7}\text{ T}$

Svar: B blir 0,3 μT.

B1. Dopplersväving ger vid reflexion

$$\Delta f = 2\frac{v}{c}f \Rightarrow v = \frac{c}{2f}\Delta f = \frac{\lambda}{2}\Delta f = \frac{619{,}3\cdot 10^{-9}}{2}5{,}8\cdot 10^{3} = 1{,}8\cdot 10^{-3}\ \text{m/s} = 1{,}8\ \text{mm/s}$$

Visas t ex genom rörelse **till** steg 1 rörlig mottagare, steg 2 rörlig källa

$$f_{ny}(refl) = f\left(\frac{c+v}{c}\right)\cdot\left(\frac{c}{c-v}\right) = f\left(1+\frac{v}{c}\right)\left(\frac{1}{1-\frac{v}{c}}\right) \approx f\left(1+\frac{v}{c}\right)^2 \approx f\left(1+2\frac{v}{c}\right)$$

där kvadraten $\left(\frac{v}{c}\right)^2$ försummats när $v \ll c \Rightarrow \Delta f = 2f\frac{v}{c}$.

B2. a) $\lambda = \frac{\text{vacuumvåglängden}}{n_{skikt}} = 386\cdot 10^{-9}\,\text{m}$

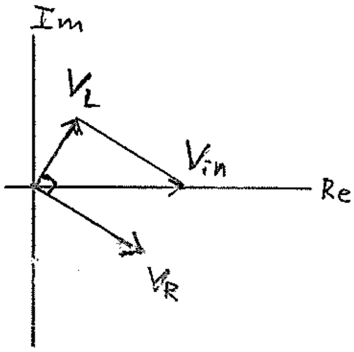
Min vid inre ytan ger $2t + \frac{\lambda}{2} = \left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$, vilket ger $t = \frac{1}{2}\lambda = 193$ nm för $m = 1$.

b) $\lambda/2$ ändring för respektive interfererande stråle = ger ingen $\lambda/2$-ändring i skillnaden. Dvs den totala vägskillnaden blir $2t \Rightarrow 2t = \left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$ för min bakåt i första ytan. Dvs för $m = 0$

$t = \frac{1}{4}\lambda$, där $\lambda = \frac{\text{vacuumvåglängden}}{n_{skikt}} = 386\cdot 10^{-9}\,\text{m}$, dvs $t = \frac{1}{4}\cdot 386\cdot 10^{-9} = 96\,\text{nm}$

B3. a) $V_R = \frac{R}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}V_{in} = 16{,}9\,\text{V}$

Diagram



b) $V_L = \frac{j\omega L}{R+j\omega L}V_{in}$ (1) och $V_R = \frac{R}{R+j\omega L}V_{in}$ (2)

Man ser direkt av (1) och (2) att $V_L + V_R = V_{in}$.

Storlekarna blir $V_L = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}V_{in} = 10{,}6\,\text{V}$ $\quad V_R = \frac{R}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}V_{in} = 16{,}9\,\text{V}$

c) $\lim\limits_{\omega\to 0}\frac{R}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}V_{in} = V_{in}$ ger att det är ett lågpassfilter.

B4. Derivering och derivatan = 0 ger att $P_{\max} = \frac{V^2}{4R_i} = 0{,}6$ W vid **ANPASSNING**.

B5. Gauss sats ger :

Inuti sfären : $\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{\text{innesluten}}}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow E\cdot 4\pi\cdot r^2 = \frac{Q}{K\cdot\varepsilon_0} = \frac{\frac{4\pi}{3}\cdot r^3\cdot\rho}{K\cdot\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{r\cdot\rho}{3\cdot K\cdot\cdot\varepsilon_0}$

Utanför sfären : $\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{\text{innesluten}}}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow E\cdot 4\pi\cdot r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\frac{4\pi}{3}\cdot a^3\cdot\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{a^3\cdot\rho}{3\cdot r^2\cdot\varepsilon_0}$

a) För $r = 5$ cm: $E = \frac{r\cdot\rho}{3\cdot K\cdot\cdot\varepsilon_0} = \frac{5\cdot 10^{-2}\cdot 2\cdot 10^{-4}}{3\cdot 3{,}18\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}} = 0{,}12$ MN/C

För $r = 30$ cm: $E = \frac{a^3\cdot\rho}{3\cdot r^2\cdot\cdot\varepsilon_0} = \frac{(20\cdot 10^{-2})^3\cdot 2\cdot 10^{-4}}{3\cdot(30\cdot 10^{-2})^2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}} = 0{,}67$ MN/C

E är radiellt utåtriktad i båda fallen.

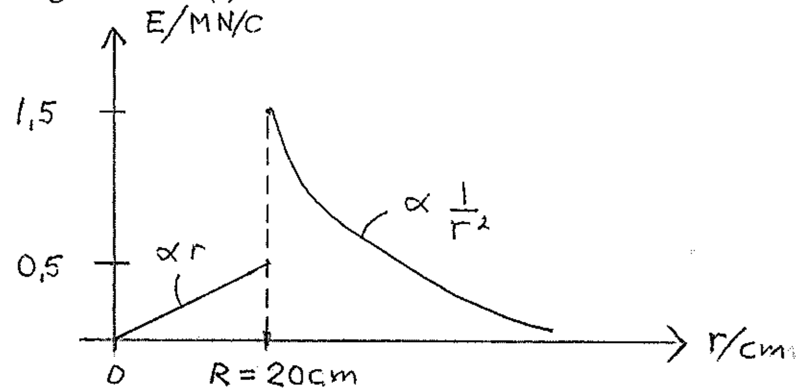
b) Diagram över *E(r)*

E är diskontinuerlig i gränsen till sfärytan $r = R$, ($K = 3{,}18$ inuti -> $K = 1$ utanför)

Inifrån vid $r = R$: $E = \frac{20\cdot 10^{-2}\cdot 2\cdot 10^{-4}}{3\cdot 3{,}18\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}} = 0{,}5$ MN/C

Utifrån vid $r = R$: $E = \frac{(20\cdot 10^{-2})^3\cdot 2\cdot 10^{-4}}{3\cdot(20\cdot 10^{-2})^2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}} = 1{,}5$ MN/C

Diagram över *E(r)*



Svar: a) $E = 0{,}1$ MN/C radiellt utåtriktad för $r = 5$ cm, $E = 0{,}7$ MN/C radiellt utåtriktad för $r = 30$ cm.