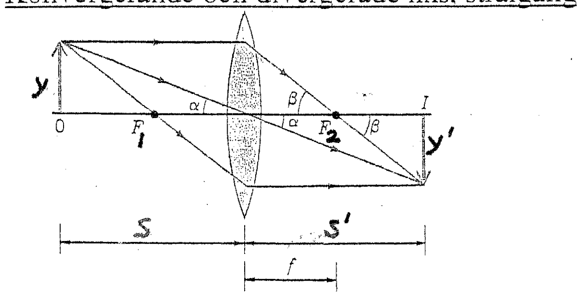
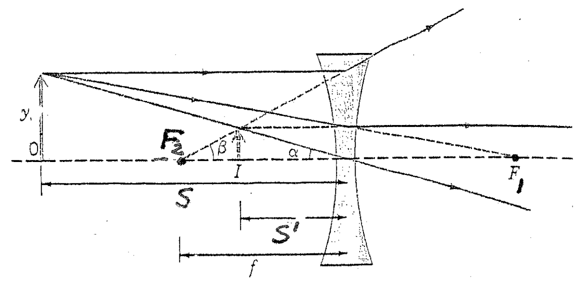
Geometrisk optik

Avbildningar med linser, linsformeln:

Konvergerande och divergerade lins, strålgång





Det räcker oftast att känna två strålar för att finna läge och storlek på en bild genom geometrisk konstruktion.
Regler:

1. Stråle som passerar genom linsens mitt bryts inte av utan går rakt.
2. Stråle som går // med optiska axeln bryts av mot fokalpunkten.
3. Stråle som går genom fokalpunkten bryts och går // med optiska axeln.

Sambandet mellan objektets läge, bildens läge och fokallängden är

linsformeln för tunna linser:

$$\frac{1}{S}+\frac{1}{S'}=\frac{1}{f}$$

Det här uttrycket gäller för en konvergerande lins med objektet utanför fokalpunkten F,

dvs $S>f$.

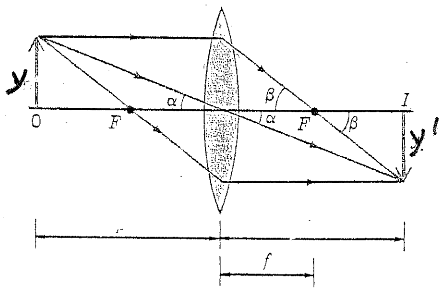
Förutsättningar och tecken konventioner för linsformeln allmänt:

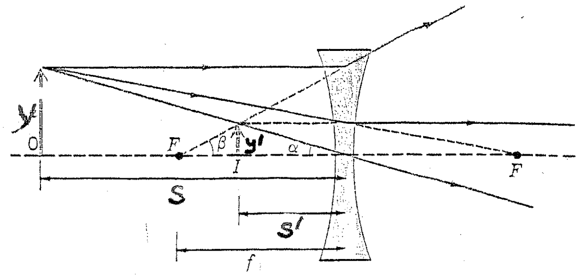
Ljuset kommer från vänster och går åt höger i bildkonstruktionen.
S är positivt (reellt) till vänster, negativt (vituellt) till höger. S' är positivt (reellt) till höger, negativt (virtuellt) till vänster.
Fokalavståndet f är positivt för samlingslins (konvex lins = konvergerande lins) och negativt för spridningslins (konkav lins = divergerande lins).
Vi kan definiera transversell (lateral) förstoring, och vi ser direkt i figuren hur den beror på avstånden till bild och föremål:

$$m=\frac{y'}{y}=-\frac{S'}{S}$$

Minustecknet betyder att bilden är upp-och-nervänd, inverterad. Ibland är det praktiskt att ha bild- och objektavstånd från fokalpunkterna istället.

Härledning av linsformeln





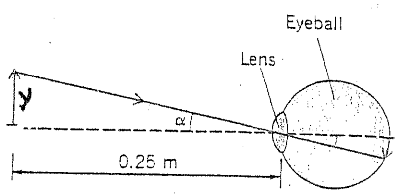
Härledningen bygger på geometri i trianglar och antagande om små vinklar (paraxiell approximation) så att $\tan\theta \approx \sin\theta \approx \theta$ rad , för små vinklar är $\cos\theta \approx 1$ och den lilla cirkelbågen i enhetscirkeln som motsvarar vinkeln θ i radianer är approximativt lika med $\sin\theta \approx \tan\theta$.
För konvergerande lins gäller:

$$\alpha = \frac{y}{s} = \frac{y'}{s'} \ (1) \ \text{och} \ \beta = \frac{y}{f} = \frac{y'}{s'-f} \ (2)$$

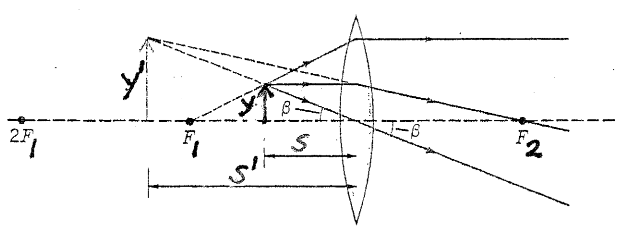
Ur (1) och (2) fås $\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{s'-f}{f} \Rightarrow \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$, den sk linsformeln för tunna linser för en konvergerande lins.

För en divergerande lins fås: $\frac{1}{s} + \frac{1}{-s'} = \frac{1}{-f}$ dvs $\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{f}$, vilket går att härleda med geometri som ovan för konvergerande lins. Kontrollera med teckenkonventionerna ovan.

Luppen och näravståndet



Minsta avståndet för klart seende, och största upplösningen, kallas närpunkten och sätts till 25 cm. Synvinkeln α_{25} vid närpunkten är så stor den kan bli. $\alpha_{25} = \frac{y}{0{,}25}$ rad fås ur figuren ovan.



Luppen är en positiv lins med objektet innanför fokalpunkten $\Rightarrow$ bilden blir virtuell och förstorad, se figuren ovan.

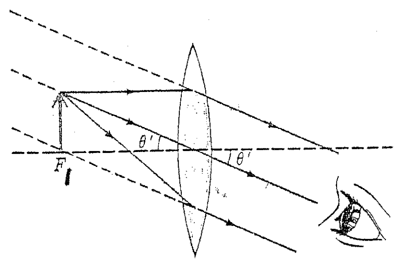
Den sk vinkelförstoringen M är förhållandet mellan den aktuella synvinkeln β och synvinkeln vid närpunkten, α_{25}.

Definitionsmässigt gäller $M = \dfrac{\beta}{\alpha_{25}}$,

det gäller, se figuren ovan, $\beta = \dfrac{y'}{s'} = \dfrac{y}{s} \Rightarrow M = \dfrac{0,25}{s}$, med antagande om små vinklar.

Det är fördelaktigt att lägga objektet som ska förstoras i fokalpunkten $\Rightarrow s = f$ och M kan skrivas $M_\infty = \dfrac{0,25}{f}$, vilket blir lite mindre än $M, f > s$ Bilden kommer att ligga i ∞, ögat behöver inte ackommodera och blir avslappat. Se figuren nedan.

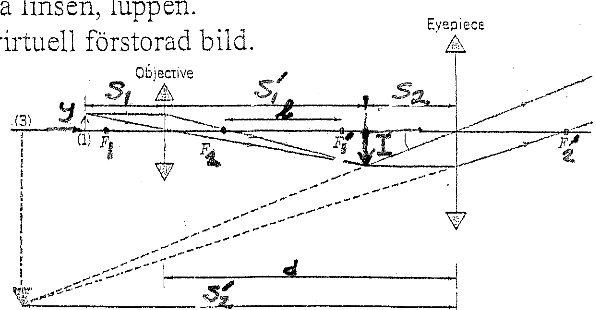
Objektets läge i fokalpunkten



Mikroskopet

Objektivets fokallängd f_1 är ca 5 mm, luppens fokallängd f_2 är ca 20 mm, tublängden l är ca 20 cm, ofta 16 cm.

1. Det gäller att $s > f_1$, dvs objektet placeras strax utanför fokalpunkten för objektivet.
2. En reell förstorad bild bildas av objektivet, där $s_1' > l + f_1$, den mellanbilden blir object för den andra linsen, luppen.
3. Slutbilden blir en virtuell förstorad bild.



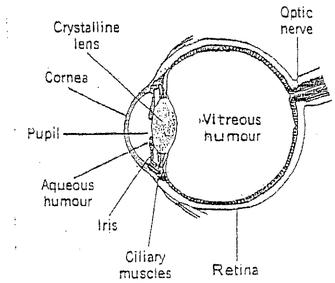
Vinkelförstoringen kan skrivas $M = \dfrac{\beta}{\alpha_{25}}$ som tidigare. Vi har $\beta = \dfrac{I}{s_2}$, det gäller vidare

$\dfrac{I}{s_1'} = -\dfrac{y}{s_1} \Rightarrow M = -\dfrac{s_1'}{s_1}\dfrac{0,25}{s_2}$. Om slutbilden läggs i ∞ gäller $s_2 = f_2 \Rightarrow s_1' = l + f_1$

som tillsammans med linsformeln $\dfrac{1}{s'} + \dfrac{1}{s} = \dfrac{1}{f_1}$ ger $M = -\dfrac{l}{f_1}\dfrac{0,25}{f_2}$ och M kan utryckas med kända parametrar och slutbilden kan betraktas av ett avlappat öga.

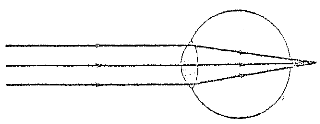
Ögat

I figuren ses de viktigaste delarna av ögat. Ögat har förutom närpunkten även den sk fjärrpunkten, det längsta avståndet ett föremål kan fokuseras på.

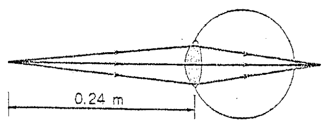


Synfel, se figurerna nedan:

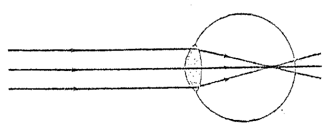
1. Hyperopia, långsynthet, kompenseras med hjälp av konvergerande lins



2. Presbyopia, långsynthet, kompenseras med hjälp av konvergerande lins



3. Myopia, närsynthet, , kompenseras med hjälp av divergerande lins



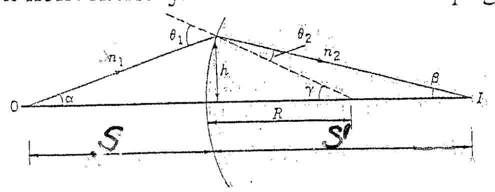
Glasögons styrka anges med med måttet dioptrier, styrka = $\frac{1}{f}$ m^{-1} , dioptrier D, positivt för positiva linser och negativt för negativa linser.

Brytning i sfärisk gränsyta

Se figuren nedan. Om $n_2 > n_1$ är ytan konvex, om $n_1 > n_2$ är ytan konkav. För små vinklar gäller $\frac{n_1}{S} + \frac{n_2}{S'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$ (Sf1)

Teckenregler, ljuset går från vänster till höger:

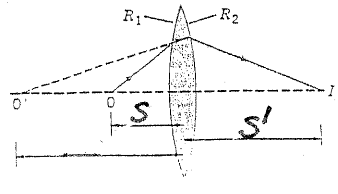
positiv (reell) till vänster positiv (reell) till höger om ytan, och omvänt. R positiv om krökningscentrum till höger om gränsytan, R negativ om krökningscentrum till väster om gränsytan. Jmr: Motsatt konvention jämfört med sfäriska speglar.



Linsmakarens formel

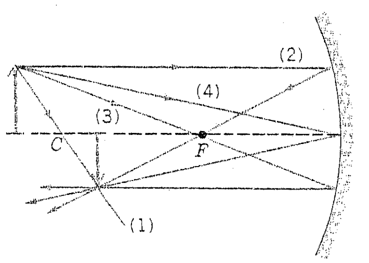
Användning av (Sf1) ovan och att tjockleken av linsen jämfört med krökningsradierna R_1 och R_2 kan försummas ger den sk linsmakarens formel:

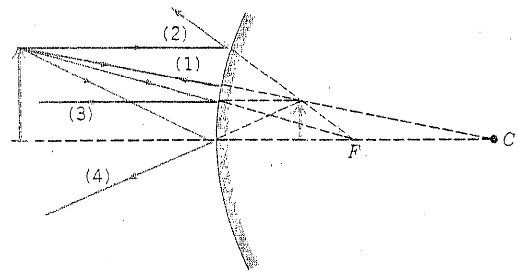
$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$, samband för lins med olika krökningsradier.



Sfäriska speglar
Strålgång i sfäriska speglar, se figurer nedan
Regler:

1. En stråle längs en radie reflekteras rakt tillbaka.
2. En stråle // optiska axeln går genom fokalpunkten efter reflektionen.
3. En stråle genom fokalpunkten reflekteras // med optiska axeln, omvändningen av 2.
4. En stråle som faller in mot spegeln mitt reflekteras ut i samma vinkel som den kom in.





Härledning av fokalpunktens läge för sfärisk spegel.
För små vinklar gäller följande, se figuren nedan:
$\alpha \approx \frac{h}{R}$ och $2\alpha \approx \frac{h}{f} \Rightarrow f = \frac{R}{2}$